

**ebs 레벨 3문제와 유사하네요
칼럼방법대로 풀어보세요**

ebs 수능특강 p.138 level3 3번

두 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n} - 1}{(2x)^{2n} + 1}$, $g(x) = x^2 + ax + b$ 에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $g(1)$ 의 값은? (단 a, b 는 상수이다.)

- ① 0 ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 1

일단 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 연속성 조사를 해야 합니다.

$g(x)$ 는 이차함수니까 모든 실수에서 연속입니다.

$f(x)$ 는 공비의 수렴범위에 따라 값이 달라지는데, x^2 과 $(2x)^2$ 이 공비입니다. $x = \pm 1, 2x = \pm 1$ 이 경계이구요.

정확히 하려면 $x = \pm 1, 2x = \pm 1$ 에서 전부 다 조사를 해야 하는데 불연속인 부분만 캐치하면 되거든요.

$x = \pm \frac{1}{2}$ 에서 조사할게요

$$x = \frac{1}{2} \text{ 에서 } f(x) = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ 에서 } f(x) = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2} \text{ 에서 } f(x) = -1$$

$$x < -\frac{1}{2}, x > \frac{1}{2} \text{ 에서 } f(x) = 0$$

$x = \pm \frac{1}{2}$ 에서 $f(x)$ 는 불연속입니다. $f(x)g(x) = \text{불연속} \times \text{연속의 형태입니다.}$

$x = \pm \frac{1}{2}$ 에서 $g(x) = 0$ 이 되어야 하고, $g(x) = (x - \frac{1}{2})(x + \frac{1}{2})$ 이 되네요.

$$g(1) = \frac{3}{4} \text{ 답 4번입니다.}$$