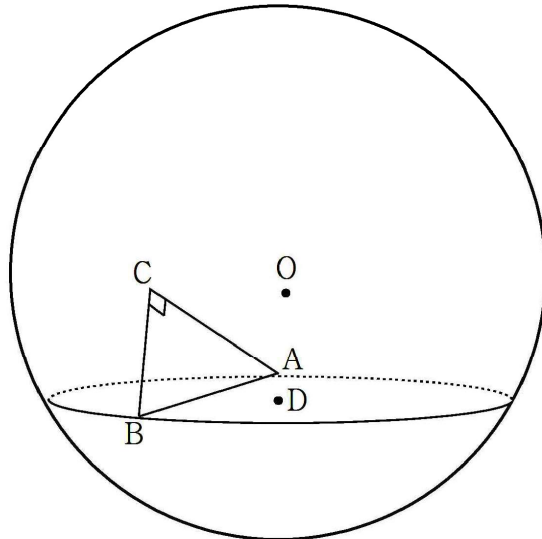


B형 2016 학년도 리얼킬러아스터

이. [공간도형 킬러대비 연구문제]

그림과 같이 중심이 O 인 구 S 위의 세 점 A, B, C 가 $\overline{BC} = \overline{CA} = 5\sqrt{2}$, $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$ 를 만족시키고, 점 O 에서 직선 BC 에 내린 수선의 길이는 $\frac{5\sqrt{6}}{2}$ 이다. 구 S 가 선분 AB 를 포함하는 평면 α 와 만나서 생기는 원의 넓이가 30π 이고, 이 원의 중심을 D 라 할 때, 평면 BCD 가 평면 α 와 이루는 각의 크기를 θ 라 하자. $\frac{4}{\tan^2\theta}$ 의 값을 구하시오. (단, 점 C 의 평면 α 위로의 정사영은 원 외부에 있다.) [by werther]



B형 2016 학년도 리얼칼러마스터

02.

양수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = (\ln x)^n - tx^n$$

의 극값의 개수가 3이 되는 어떤 양수 t 가 존재할 때, 가능한
100이하의 자연수 n 의 개수는? [by 리듬농구]

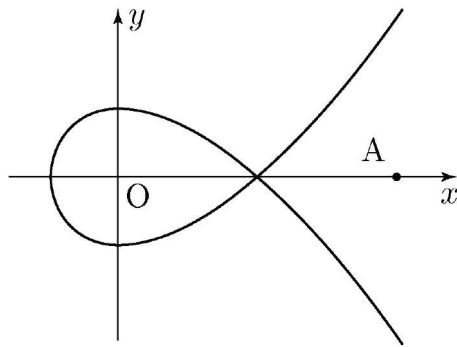
- ① 48 ② 49 ③ 50 ④ 98 ⑤ 99

B형 2016 학년도 리얼칼러아스터

03. 좌표평면에서 다음과 같이 실수 t 로 매개화된 점 (x, y) 가 나타내는 곡선을 C 라 하자.

$$\begin{cases} x = t^2 - 1 \\ y = \frac{1}{2}t^3 - \frac{3}{2}t \end{cases}$$

점 $A(4, 0)$ 에서 곡선 C 에 그은 접선들의 접점의 x 좌표 중 최댓값은 $p+q\sqrt{21}$ 이다. p^2+q^2 의 값은? (단, p, q 는 정수이다.) [4점] [by L]



B형 2016 학년도 리얼칼러아스터

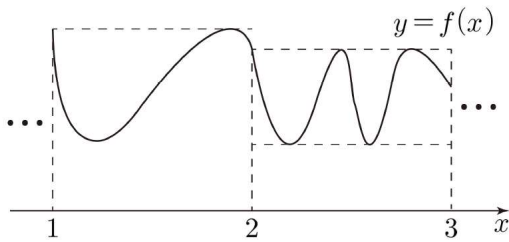
- 04.** 곡선 $y = x^3 + 3x^2$ ($x \geq 0$) 위의 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 점 H라 하자. 이 곡선과 직선 AH, x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 t ($t \geq 0$)가 되도록 하는 점 A의 x 좌표를 $f(t)$ 라 하자. $\int_0^{12} f(t) dt = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [by N]

B형 2016 학년도 리얼칼러아스터

05. 10이하의 자연수 n 에 대하여 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

닫힌 구간 $[n, n+1]$ 의 두 실수 a, b 에 대하여 $n \leq x \leq n+1$ 일 때, $f(a) \leq f(x) \leq f(b)$ 를 만족시키는 서로 다른 a, b 의 개수가 각각 $n, n+1$ 이다.

예를 들어, 닫힌 구간 $[1, 3]$ 에서 다음과 같이 조건을 만족시키는 함수 $y=f(x)$ 를 만들 수 있다.



$f'(k)=0$ 을 만족시키는 서로 다른 k 값의 개수를 m 이라 할 때, m 의 최솟값을 구하시오. [4점] [by 리듬농구]

B형 2016 학년도 리얼칼러아스터

06. 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $y=f(x)$ 의 역함수가 존재한다.
- (나) 모든 정수 n 에 대하여 $f(n)=2n$ 이다.
- (다) 모든 정수 n 에 대하여 구간 $[n, n+1]$ 에서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 이차함수 그래프의 일부이다.

$3 \int_0^{11} f(x) dx$ 의 최댓값을 구하시오. [4점] [by 리듬농구]

B형 2016 학년도 리얼칼러아스터

- 07.** 이차함수 $f(x) = x^2 - ax$ 와 실수 t 에 대하여 좌표평면에서 중심이 $(t, f(t))$ 이고 반지름의 길이가 r 인 원이 있다. 이 원 위의 점 Q 에 대하여 선분 OQ 의 길이의 최솟값을 $g(t)$ 라 하자. $g(t)$ 가 두 점에서만 미분가능하지 않을 때, $a^2 + 4r^2$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 r 은 양의 상수이고, O 는 원점이다.) [by 포카칩]

B형 2016 학년도 리얼킬러마스터

08. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라 하자. 두 자연수 a, b 와 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 $g(n)$ 이라 할 때, $\sum_{n=1}^5 g(n)$ 의 값을 구하시오. [4점] [by 리듬농구]

(가) $1 \leq a \leq b < 100$

(나) $f(a) + f(b) = \log n$

B형 2016
학년도 리얼컬러아스터

09. 최고차항의 계수가 1이고, $f'(0)=5$ 인 사차함수 $f(x)$ 가 있다.
실수 t 에 대하여 집합 S 를

$$S = \{m \mid \text{모든 실수 } x \text{에 대하여 } f(x) \geq m(x-t) + f(t)\}$$

라 하고, 집합 S 의 원소의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가
 $t=-1$ 과 $t=2$ 에서만 불연속일 때, $f'(3)$ 의 값은? [4점] [by L]

- ① 39 ② 41 ③ 43 ④ 45 ⑤ 47

B형 2016 학년도 리얼컬러아스터

10. 삼차함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 2$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 $\{f(x) - t\}(x - t) \leq 0$ 을 만족하는 x 의 최댓값을 $g(t)$ 라고 하자.

$$\int_0^3 g(t) dt = \frac{q}{p} \text{일 때, } p+q \text{의 값을 구하시오. [by N]}$$

(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

B형 2016 학년도 리얼컬러아스터

B형 정답표

01.	30	06.	364
02.	㉔	07.	35
03.	26	08.	28
04.	97	09.	㉔
05.	109	10.	27