

제 2 교시

수학 영역(A형)

5지선다형

1. $4^{\frac{1}{2}} \times 27^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

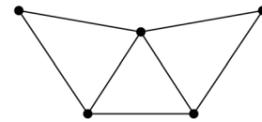
2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $2A - B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \times 7^{n+1} + 3}{7^n}$ 의 값은? [2점]

- ① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬에서 행의 모든 성분의 합이 3인 행의 개수는? [3점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. $\log_5(6 - \sqrt{11}) + \log_5(6 + \sqrt{11})$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 a_9 = 4$ 일 때, $a_2 a_8 + a_4 a_6$ 의 값은?
[3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

6. 함수 $f(x) = x^3 - x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1)}{2h}$ 의 값은?
[3점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

8. x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} t & -2 \\ 3 & t-7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

이 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 t 의 값의 합은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

9. 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-3}{x-2} = 5$$

일 때, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\{f(x)\}^2-9}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{21}$ ③ $\frac{1}{24}$ ④ $\frac{1}{27}$ ⑤ $\frac{1}{30}$

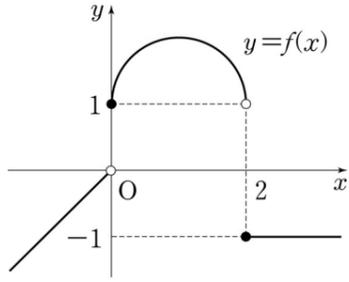
10. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+a & (x \leq 1) \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2x^{n+1} + 3x^n}{x^n + 1} & (x > 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

11. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = 1$

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 2-0} f(x) = -1$

ㄷ. 함수 $|f(x)|$ 는 $x=2$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

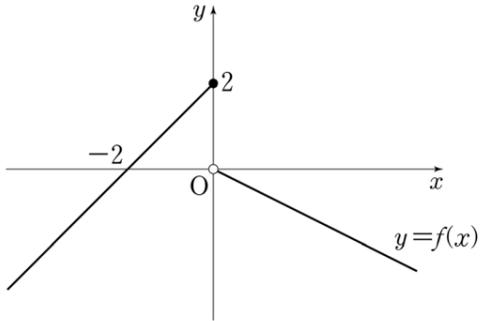
$S_n = n^2 - 10n$ 일 때, $a_n < 0$ 을 만족시키는 자연수 n 의 개수는? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

[13~14] 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (x \leq 0) \\ -\frac{1}{2}x & (x > 0) \end{cases}$$

의 그래프가 그림과 같다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 함수 $g(x) = f(x)\{f(x)+k\}$ 가 $x=0$ 에서 연속이 되도록 하는 상수 k 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

14. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고

$$a_{n+1} = f(f(a_n)) \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

6

수학 영역(A형)

15. 지면으로부터 H_1 인 높이에서 풍속이 V_1 이고 지면으로부터 H_2 인 높이에서 풍속이 V_2 일 때, 대기 안정도 계수 k 는 다음 식을 만족시킨다.

$$V_2 = V_1 \times \left(\frac{H_2}{H_1} \right)^{\frac{2}{2-k}}$$

(단, $H_1 < H_2$ 이고, 높이의 단위는 m, 풍속의 단위는 m/초이다.)

A지역에서 지면으로부터 12m와 36m인 높이에서 풍속이 각각 2(m/초)와 8(m/초)이고, B지역에서 지면으로부터 10m와 90m인 높이에서 풍속이 각각 a (m/초)와 b (m/초)일 때, 두 지역의 대기 안정도 계수 k 가 서로 같았다. $\frac{b}{a}$ 의 값은?

(단, a, b 는 양수이다.) [4점]

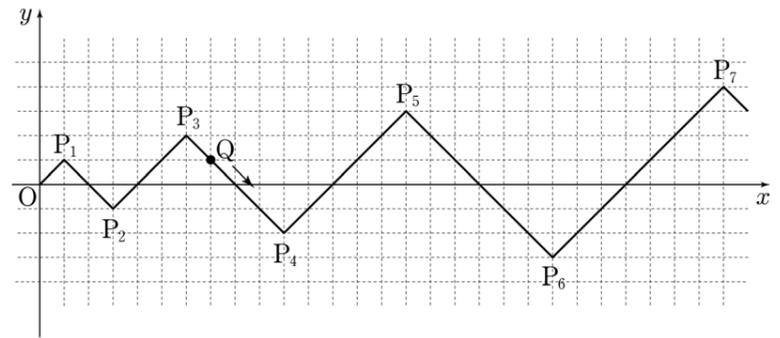
- ① 10 ② 13 ③ 16 ④ 19 ⑤ 22

16. 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 $P_n(x_n, y_n)$ 을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) $x_1 = y_1 = 1$

(나) $\begin{cases} x_{n+1} = x_n + (n+1) \\ y_{n+1} = y_n + (-1)^n \times (n+1) \end{cases} \quad (n \geq 1)$

점 Q는 원점 O를 출발하여 $\overline{OP_1}$ 을 따라 점 P_1 에 도착한다. 자연수 n 에 대하여 점 P_n 에 도착한 점 Q는 점 P_{n+1} 을 향하여 $\overline{P_n P_{n+1}}$ 을 따라 이동한다. 점 Q는 한 번에 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한다. 예를 들어, 원점에서 출발하여 7번 이동한 점 Q의 좌표는 (7, 1)이다. 원점에서 출발하여 55번 이동한 점 Q의 y 좌표는? [4점]



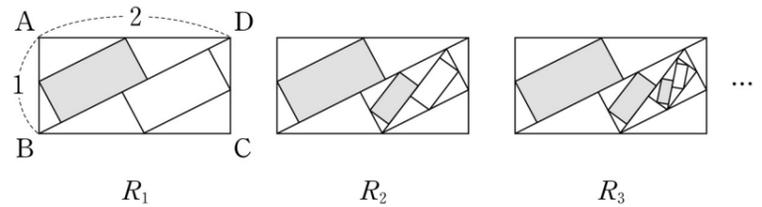
- ① -5 ② -6 ③ -7 ④ -8 ⑤ -9

17. 곡선 $y = x^3 - 3x^2 + x + 1$ 위의 서로 다른 두 점 A, B에서의 접선이 서로 평행하다. 점 A의 x 좌표가 3일 때, 점 B에서의 접선의 y 절편의 값은? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

18. 직사각형 ABCD에서 $\overline{AB}=1$, $\overline{AD}=2$ 이다.

그림과 같이 직사각형 ABCD의 한 대각선에 의하여 만들어지는 두 직각삼각형의 내부에 두 변의 길이의 비가 1:2인 두 직사각형을 긴 변이 대각선 위에 놓이면서 두 직각삼각형에 각각 내접하도록 그리고, 새로 그려진 두 직사각형 중 하나에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 새로 그려진 두 직사각형 중 색칠되어 있지 않은 직사각형에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 직사각형 중 하나에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{37}{61}$ ② $\frac{38}{61}$ ③ $\frac{39}{61}$ ④ $\frac{40}{61}$ ⑤ $\frac{41}{61}$

19. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 2$ 이고,

$$n^2 a_{n+1} = (n^2 - 1)a_n + n(n+1)2^n \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여

$$a_{n+1} = \frac{(n+1)(n-1)}{n^2} a_n + \frac{n+1}{n} 2^n$$

이다. $b_n = \frac{n-1}{n} a_n$ 이라 하면

$$b_{n+1} = b_n + \boxed{\text{(가)}} \quad (n \geq 1)$$

이고, $b_1 = 0$ 이므로

$$b_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 1)$$

이다. 그러므로

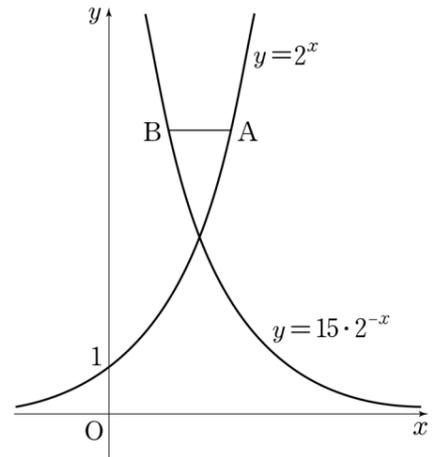
$$a_n = \begin{cases} 2 & (n=1) \\ \frac{n}{n-1} \times \boxed{\text{(나)}} & (n \geq 2) \end{cases}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(5)+g(10)$ 의 값은? [4점]

- ① 1014 ② 1024 ③ 1034 ④ 1044 ⑤ 1054

20. 그림과 같이 함수 $y=2^x$ 의 그래프 위의 한 점 A를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y=15 \cdot 2^{-x}$ 의 그래프와 만나는 점을 B라 하자. 점 A의 x 좌표를 a 라 할 때, $1 < \overline{AB} < 100$ 을 만족시키는 2 이상의 자연수 a 의 개수는? [4점]



- ① 40 ② 43 ③ 46 ④ 49 ⑤ 52

21. 함수

$$f(x) = \begin{cases} a(3x - x^3) & (x < 0) \\ x^3 - ax & (x \geq 0) \end{cases}$$

의 극댓값이 5일 때, $f(2)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

단답형

22. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 8$, $a_6 - a_4 = 12$ 일 때, a_6 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = 5x^2 + 3x - 1$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 부등식

$$3n^2 + 2n < a_n < 3n^2 + 3n$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5a_n}{n^2 + 2n}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+a}-2}{x-2} = b$ 일 때, $10a+4b$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2, 1)$ 에서의 접선의 기울기가 2이다.

$g(x)=x^3f(x)$ 일 때, $g'(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 방정식 $x^{\log_2 x} = 8x^2$ 의 두 실근을 α, β 라 할 때, $\alpha\beta$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 7$ 이고, 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $a_{n+2} = a_n - 4$ ($n = 1, 2, 3, 4$)
 (나) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+6} = a_n$ 이다.

$\sum_{k=1}^{50} a_k = 258$ 일 때, a_2 의 값을 구하시오. [4점]

29. 이차정사각행렬 A 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $A^3 = E$
 (나) $A - E$ 의 역행렬이 존재한다.

행렬 $(A - E)^{60}$ 의 모든 성분의 합이 $2^a \times 3^b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 자연수이고, E 는 단위행렬이다.) [4점]

30. 자연수 k 에 대하여 $\log k$ 의 지표와 가수를 각각 x 좌표와 y 좌표로 갖는 점을 P_k 라 하자. 다음 조건을 만족시키는 자연수 m, n 의 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $1 \leq m < n < 100$
 (나) $\overline{P_m P_n} = \sqrt{1 + (\log 2)^2}$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.