

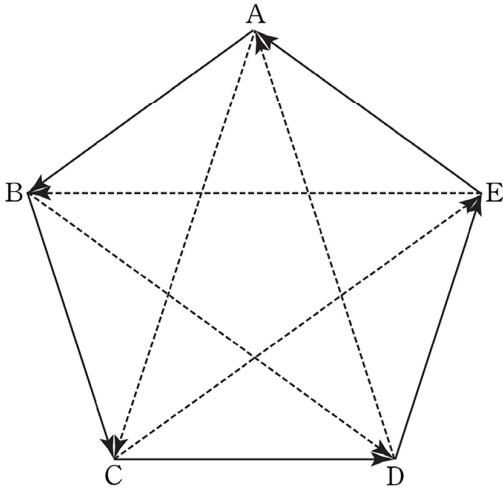
01. 자연수  $n$ 에 대하여  $\log n$ 의 지표를  $m$ , 가수를  $a$ 라 할 때,  
좌표평면에서 점  $P_n$ 을  $P_n(m, 10^a)$ 이라 하자.  
점  $P_n$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원 위의 점  
중에서 점  $A(0, 1)$ 과의 거리가 최소인 점을  $Q_n$ 이라 하자.  
 $\overline{AQ_n} \leq 1$ 을 만족시키는 모든 자연수  $n$ 의 개수를 구하시오.  
(단,  $1.41 < \sqrt{2} < 1.42$ ,  $2.23 < \sqrt{5} < 2.24$ 이다.) [4점] [by 포카칩]

02.

$f(x) = \begin{cases} x^3 + 3x^2 - a & (x \neq 2) \\ b & (x = 2) \end{cases}$ 에 대하여  $(f \circ f)(x)$ 가  $x = 2$ 에서 연속이기 위한

실수  $b$ 의 값이 2개 이상 존재할 때, 이를 만족시키는 모든 자연수  $a$ 의 값의 합을 구하시오. [4점] [by 포카칩]

03. 그림과 같이 A, B, C, D, E가 정오각형 모양으로 둘러서서 공놀이를 하고 있다. 공을 잡은 사람이 다른 사람에게 공을 돌릴 때 실선 화살표 방향으로 건네줄 확률이  $\frac{2}{3}$ 이고, 점선 화살표 방향으로 건네줄 확률이  $\frac{1}{3}$ 이다. A가 처음에 공을 잡고 있고, A에게 공이 되돌아오면 게임이 끝난다고 할 때, 6번 공이 돈 직후에 게임이 끝날 확률은? [4점] [by Romanum]



- ①  $\frac{8}{243}$     ②  $\frac{4}{81}$     ③  $\frac{16}{243}$     ④  $\frac{5}{81}$     ⑤  $\frac{20}{243}$

04. 수열  $\{a_n\}$ 이

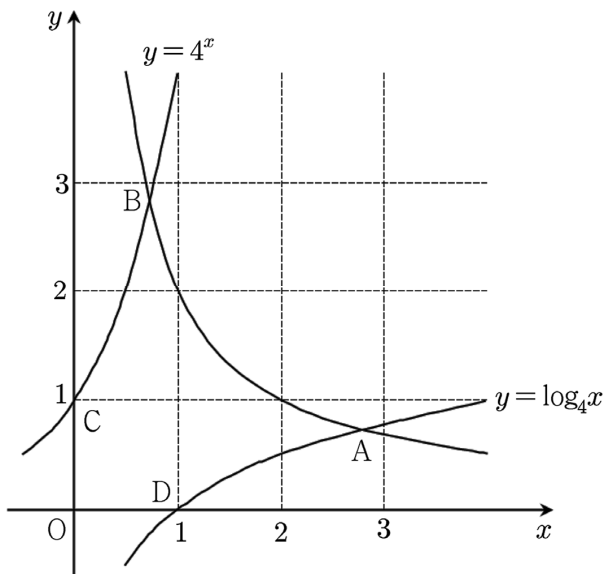
$$a_1 = 16, a_{n+1} = \sqrt{a_n}$$

을 만족시킬 때, 좌표평면에서 곡선  $y = \log_{a_n} x$ 와  $y = \frac{2}{x}$ 가

만나는 점을 A라 하고, 곡선  $y = (a_n)^x$ 와  $y = \frac{2}{x}$ 가 만나는 점을

B라 하자. 두 점  $C(0, 1)$ ,  $D(1, 0)$ 에 대하여 네 점 A, B, C, D를 꼭짓점으로 하는 사각형의 내부 및 둘레에 있는 점 중에서  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 정수인 점의 개수를  $f(n)$ 이라 하자.

예를 들어, 그림과 같이  $f(2) = 5$ 이다.  $\sum_{n=1}^{30} f(n)$ 의 값을 구하시오 [by 이해원]



05. 모든 항이 정수이고 공차가 1인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 수열  $\{b_n\}$ 을  $b_n = a_1 \times a_2 \times a_3 \times \cdots \times a_n$ 이라 하자.

$$|b_{k+2} + b_{k+1}| > |b_{k+1} + b_k|$$

를 만족시키는 자연수  $k$ 의 개수가 10일 때,  $\sum_{n=1}^{40} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점] [by 포카칩]

06.

사차함수  $f(x) = x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{4n} \left| f\left(\frac{k}{n}\right) - f\left(\frac{k-1}{n}\right) \right| \frac{1}{n} < 3$$

을 만족시키는 자연수  $n$ 의 최솟값은? [4점] [by 포카칩]

- ① 3      ② 5      ③ 7      ④ 9      ⑤ 11

07.

양의 실수  $x$ 에 대하여  $\log x$ 의 지표와 가수를 각각  $f(x)$ ,  $g(x)$ 라 하자. 다음 조건을 만족시키는 두 자연수  $a, b$  ( $a < b$ )에 대하여 순서쌍  $(a, b)$ 의 개수를 구하시오. [4점] [by 포카칩]

$$(가) f(a) \leq 1, f(b) \leq 1$$

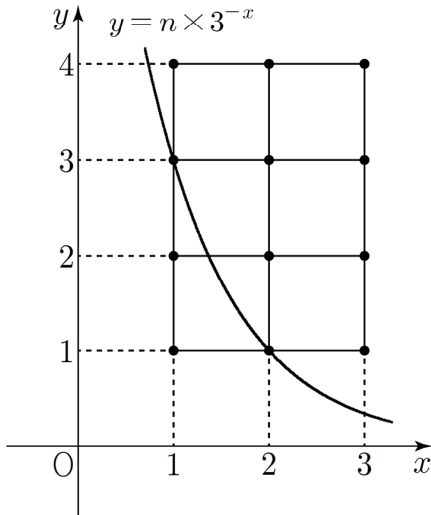
$$(나) |g(a) - g(2)| = |g(b) - g(2)|$$

08. 자연수  $n$ 에 대하여 곡선  $y = n \times 3^{-x}$ 과 다음 조건을 만족시키는 도형이 만나서 생기는 교점의 개수가 4가 되도록 하는 모든  $n$ 의 값의 합을 구하시오. [4점] [by 포카칩]

좌표평면 위에 12개의 점

$$(i, j) \quad (i = 1, 2, 3, j = 1, 2, 3, 4)$$

중 이웃한 두 점을 이은 선분 중에서  $x$ 축 또는  $y$ 축과 평행한 선분을 그린다.





## 09.

최고차항의 계수가 1인 사차함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$f(2-x) = f(2+x)$ 를 만족한다. 구간  $[t-1, t]$ 에서  $f(x)$ 의 최솟값을  $g(t)$ 라고

할 때,  $-1 \leq t \leq 0$ 에서  $g'(t) = 0$ 이다. 이때,  $g'(7)$ 의 값은? [by 박주혁]

- ① 48                      ② 78                      ③ 108  
④ 112                      ⑤ 320

10. 양수  $x$ 에 대하여  $\log x$ 의 지표와 가수를 각각  $f(x)$ ,  $g(x)$ 라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 자연수  $a$ ,  $b$ 의 모든 순서쌍의 개수를  $p(n)$ 이라 하자.

(가)  $0 \leq f(a) < f(b) \leq n$

(나)  $g(a) = g(b)$

예를 들어,  $p(2) = 108$ 이다.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{p(n+2) - p(n)}{10^n}$ 의 값을 구하시오. [by 이태원]

(단,  $n$ 은 자연수이다.) [4점]