ORBI CLASS 인강 프로의 전략 남언우 샘의

2015학년도 수능대비 9월 모평 분석

B형
유사 및 심화 문제

2015년 대학수학능력시험 대비 9월 평가원_21번

양수 t 에 대하여 $\log t$ 의 지표와 가수를 각각 $f(t)$, $g(t)$라 하자. 자연수 n 에 대하여

$$f(t) = 9n\left\{g(t) - \frac{1}{3}\right\}^2 - n$$

을 만족시키는 서로 다른 모든 $f(t)$ 의 합을 a_n 이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{n^2}$ 의 값은?

① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

1. 양의 정수 n 에 대하여 $\log n$ 의 지표를 $f(n)$, 가수를 $g(n)$이라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 양의 정수 n 의 개수는?

(가) $f(3) < f(n) < f(2011)$
(나) $\{g(n)\}^2 - g(n) + \log 2 \cdot \log 5 < 0$

① 326 ② 328 ③ 330 ④ 332 ⑤ 334

2. 자연수 n에 대하여 $\log n$의 지표와 가수를 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 하자. 좌표평면 위의 점 $P_n(f(n),\ g(n))$이 연립부등식

$$\begin{cases} y \geq \dfrac{1}{3}x \\ 0 \leq y \leq \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

의 영역에 속하도록 하는 자연수 n의 개수를 오른쪽 상용로그표를 이용하여 구하여라.

x	$\log x$
2.1	0.3222
2.2	0.3424
3.1	0.4914
3.2	0.5051

3. 양의 실수 x에 대하여 $\log x$의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하자. 자연수 n에 대하여 $f(x)-(n+1)g(x)=n$을 만족시키는 모든 x의 값의 곱을 a_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\dfrac{\log a_n}{n^2}$의 값은?

① 1 ② $\dfrac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\dfrac{5}{2}$ ⑤ 3

2015년 대학수학능력시험 대비 9월 평가원_26번
26. 자연수 n에 대하여 $abc = 2^n$을 만족시키는 1보다 큰 자연수 a, b, c의 순서쌍 (a, b, c)의 개수가 28일 때, n의 값을 구하시오.

1. 등식 $abc = 1024$를 만족시키는 세 자연수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는?

① 42 ② 48 ③ 54 ④ 60 ⑤ 66

2. 네 개의 자연수 1,2,4,8 중에서 중복을 허락하여 세 수를 선택할 때, 세 수의 곱이 100 이하가 되도록 선택하는 경우의 수는?

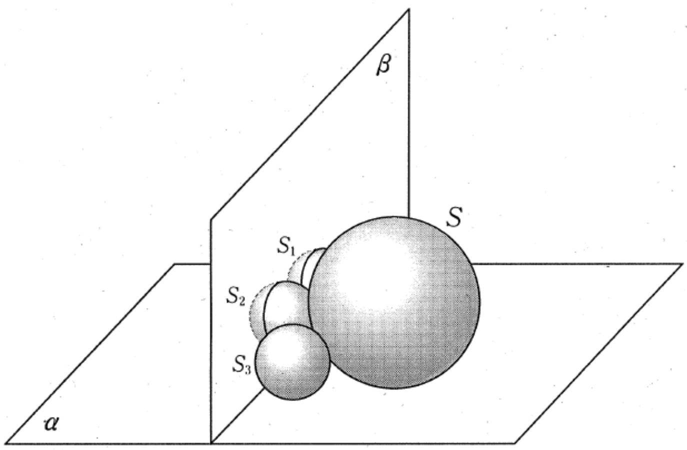
① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

2015년 대학수학능력시험 대비 9월 평가원_29번

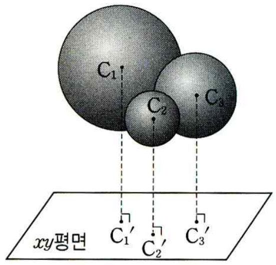
29. 그림과 같이 α 위에 놓여 있는 서로 다른 네 구 S, S_1, S_2, S_3 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) S 의 반지름의 길이는 3 이고, S_1, S_2, S_3 의 반지름의 길이는 1 이다.
(나) S_1, S_2, S_3 은 모두 S 에 접한다.
(다) S_1 은 S_2 와 접하고, S_2 는 S_3 과 접한다.

S_1, S_2, S_3 의 중심을 각각 O_1, O_2, O_3이라 하자. 두 점 O_1, O_2를 지나고 평면 α 에 수직인 평면을 β, 두 점 O_2, O_3을 지나고 평면 α 에 수직인 평면이 S_3 과 만나서 생기는 단면을 D 라 하자. 단면 D 의 평면 β 위로의 정사영의 넓이를 $\frac{q}{p}\pi$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



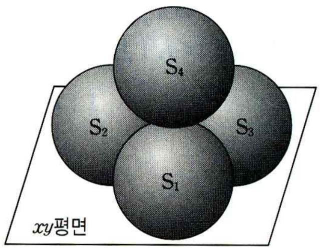
1. 좌표공간에서 서로 외접하는 세 개의 구 S_1, S_2, S_3의 중심을 각각 C_1, C_2, C_3라 하고, xy평면 위로의 정사영을 각각 C_1', C_2', C_3'이라 할 때, 다음 세 가지 조건을 만족한다.



Ⅰ. 세 점C_1', C_2', C_3'은 중심이 C이고 반지름의 길이가 $\sqrt{7}$인 구 위의 점이다.
Ⅱ. $\triangle \mathrm{C}_1'\mathrm{C}_2'\mathrm{C}_3'$은 직각삼각형이다.
Ⅲ. $\triangle \mathrm{C}_1'\mathrm{C}_2'\mathrm{C}_3'$에서 $\overline{\mathrm{C}_1'\mathrm{C}_3'}=4$, $2\cdot(\angle \mathrm{C}_3')=\angle \mathrm{C}_1'+\angle \mathrm{C}_2'$이다.

이 때, 사면체 $\mathrm{CC}_1'\mathrm{C}_2'\mathrm{C}_3'$의 부피를 구하시오.

2. 오른쪽 그림과 같이 xy평면 위에 xy평면과 접하고, 반지름의 길이가 1인 세 개의 구 S_1, S_2, S_3가 서로 접하면서, 동시에 세 개의 구 위에 접하는 같은 크기의 구 S_4가 있다. 이 때, 세 개의 구 S_1, S_2, S_3의 xy평면 위로의 정사영 S_1', S_2', S_3'은 반지름의 길이가 r인 원에 내접한다. xy평면에서부터 구 S_4의 최고점까지의 높이를 h라 할 때, $r+h$의 값은?



① $1+\dfrac{\sqrt{3}}{3}+\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ ② $2+\dfrac{2\sqrt{3}}{3}+\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

③ $3+\dfrac{2\sqrt{3}}{3}+\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$ ④ $4+\dfrac{2\sqrt{3}}{3}+\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

⑤ $3+\sqrt{3}+\sqrt{6}$

3. 좌표공간에 점 A$(0,\ 0,.\ 9)$와 구 $C : x^2+(y-3)^2+(z-3)^2=9$가 있다. 점 A를 지나고 구 C에 접하는 직선이 구와 만나서 생기는 도형을 S, 점 A를 지나고 구 C에 접하는 직선이 xy평면과 만나서 생기는 도형을 T라 하자. 이때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. 도형 S 위의 임의의 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{PA}}=5$이다.

ㄴ. 도형 S의 넓이는 $\dfrac{36}{5}\pi$이다.

ㄷ. 도형 T 위의 점 Q에 대하여 선분 AQ의 길이의 최댓값은 15이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

4. 좌표공간에 구 $(x-4)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=9$가 있다. y축을 포함하는 평면 α가 구와 접할 때, α와 xy평면이 이루는 각을 θ라 하자. 이 때, $50\cos\theta$의 값을 구하시오.
(단, $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$)

5. 좌표공간의 두 개의 구 $x^2+y^2+z^2=9$, $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=12$가 만나서 생기는 도형을 포함하는 평면을 α라 한다. 세 점 A$(0,0,0)$, B$(0,3,0)$, C$(0,0,10)$을 꼭짓점으로 하는 $\triangle$ABC를 평면 α 위로 정사영시켜 얻은 도형의 넓이는?

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 10

2015년 대학수학능력시험 대비 9월 평가원_30번

30. 양의 실수 전체의 집합에서 감소하고 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $f(x) > 0$ 이다.

(나) 임의의 양의 실수 t 에 대하여 세 점

$(0,\ 0)$, $(t,\ f(t))$, $(t+1,\ f(t+1))$

을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이가 $\dfrac{t+1}{t}$ 이다.

(다) $\displaystyle\int_{1}^{2} \frac{f(x)}{x}\,dx = 2$

$\displaystyle\int_{\frac{7}{2}}^{\frac{11}{2}} \frac{f(x)}{x}\,dx = \frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

1. 양의 실수 전체의 집합에서 정의되고 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_1^3 \frac{f(t)}{t}dt$의 값은?

(가) 세 점 O(0,0), A(t, $-f(t)$), B(f(t+1),t+1)에 대하여 두 벡터 $\overrightarrow{OA}$,$\overrightarrow{OB}$의 내적 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = t^2(t+1)e^t$ 이다. (나) $\int_1^2 \frac{f(x)}{x}dx = 2$

① e^2+4 ② $e^2+\frac{1}{4}$ ③ $e+4$

④ $e+2$ ⑤ $e+\frac{1}{2}$

2. 실수 전체의 집합에서 증가하고 연속인 함수 $f(x)$ 위의 두 점 A(t,$f(t)$), B($t+1$,$f(t+1)$)이 있다. 점 A를 지나고 x축과 y축에 각각 평행한 두 직선을 긋고 점 B를 지나고 x축과 y축에 각각 평행한 두 직선을 그을 때, 점 A,B가 아닌 두 교점을 C,D라 하자. 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족할 때, $\int_0^3 tf(t)dt$의 값은?

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x) > 0$이다. (나) 원점 O에 대하여 두 직선 OC, OD의 기울기의 차가 $\frac{e^t}{t+1}$이다. (다) $\int_1^2 tf(t)dt = 0$

① $e-1$ ② $e+1$ ③ 0 ④ e^2-1 ⑤ e^2+1

9월 모의평가시험 유사 및 심화문제_정답

21번	1	2	3
①	②	13	②

26번	1	2
9	⑤	③

29번	1	2	3	4	5
11	2	③	④	14	①

30번	1	2
127	①	④