

# 패턴2

역행렬과 연립일차방정식의  
해결

편집:우에노리에



6. **2010** **교육청 (3점)**

행렬로 나타낸  $x, y$ 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} a & 1 \\ 6 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가  $x=0, y=0$  이외의 해를 갖도록 하는 모든  $a$ 값의 곱은?

- ① -20                      ② -18                      ③ -16                      ④ -14                      ⑤ -12

7. **2010** **평가원 (3점)**

$x, y$ 에 대한 연립방정식  $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 가 무수히 많은 해를 가질 때, 이 연립방정식의 해를  $x=\alpha, y=\beta$ 라 하자. 다음 조건을 만족시키는 순서쌍  $(\alpha, \beta)$ 의 개수를 구하시오. (단,  $k$ 는 실수이다.)

(가)  $\alpha, \beta$ 는 모두 정수이다.  
 (나)  $\alpha^2 + \beta^2 \leq 200$

8. **2006** **평가원 (3점)**

행렬  $A = \begin{pmatrix} 2-2^a & 1+2^{a-2} \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ 이 역행렬을 갖지 않을 때,  $a$ 의 값은?

- ① 2                              ② 1                              ③ 0                              ④ -1                              ⑤ -2

9. **2008** **평가원 (3점)**

행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 연립방정식  $A^n \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix}$ 의 해가

$x=\alpha, y=\beta$ 일 때,  $\alpha + \beta = 2$ 가 되게 하는 자연수  $n$ 의 값은?

- ① 1                              ② 2                              ③ 3  
 ④ 4                              ⑤ 5

10. **2010** **교육청 (3점)**

$x, y$ 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} a & -3 \\ -3 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x-y \\ 2y \end{pmatrix}$$

가  $x=0, y=0$  이외의 해를 갖도록 하는 자연수  $a, b$ 의 순서쌍  $(a, b)$ 의 개수를 구하시오.

11. **2011** **평가원 (3점)**

$x, y$ 에 대한 연립일차방정식  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 1 \\ 1 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 가

$x=0, y=0$  이외의 해를 가질 때, 모든 상수  $k$ 의 값의 합은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
 ④ 4                      ⑤ 5

12. **2011** **교육청 (3점)**

$x, y$ 에 대한 연립방정식  $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 가  $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 상수  $k$ 의 값의 합은?

- ① 8                      ② 9                      ③ 10                      ④ 11                      ⑤ 12

13. **2010** **교육청 (3점)**

다음 두 조건을 모두 만족시키는 실수  $x, y$ 에 대하여 점  $P(x, y)$ 가 나타내는 도형의 길이의 최댓값은?

(가)  $x^2 + y^2 \leq 9$   
 (나) 행렬  $\begin{pmatrix} m & y \\ 1 & x-3 \end{pmatrix}$ 은 역행렬이 존재하지 않는다.  
 (단,  $m$ 은 실수이다.)

- ① 3                      ② 4                      ③ 5  
 ④ 6                      ⑤ 7

14. **2012** 교육청 (3점)

$x, y$ 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가  $x=0, y=0$  이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수  $k$ 의 값의 합을 구하시오.

15. **2012** 평가원 (3점)

$x, y$ 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

이 무수히 많은 해를 갖도록 하는 상수  $a$ 의 값은?

- ① 2                      ② 3                      ③ 4  
④ 5                      ⑤ 6

16. **2008** 교육청 (3점)

이차정사각행렬  $A$ 가  $A^2 - A - E = O$ ,  $A \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ 를 만족한다. 연립방정식

$(A + E) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ 의 해를  $x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때,  $\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오. (단,  $E$ 는 단위행렬,  $O$ 는 영행렬이다.)

17. **2006** 교육청 (3점)

연립방정식  $\begin{pmatrix} a & 8 \\ 4 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 이  $x=0, y=0$  이외의 해를 가질 때,  $a+2b$ 의 최솟값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 양수이다.)

18. **2008** 교육청 (3점)

연립방정식  $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 가  $x=0, y=0$  이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수  $k$ 의 값의 합은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5



24. **2007**      **평가원 (3점)**

$x, y$ 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} a-1 & -2 \\ 8 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가  $x=0, y=0$  이외의 해를 갖도록 두 양수  $a, b$ 의 값을 정할 때,  $a+b$ 의 최솟값은?

- ① 5                      ② 6                      ③ 7                      ④ 8                      ⑤ 9

25. **2007**      **교육청 (3점)**

연립일차방정식  $\begin{cases} ax+by=0 \\ (b-2)x-ay=0 \end{cases}$  이  $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는  $a, b$ 에 대하여,  $b-a$ 의 최댓값은?

- ①  $-\sqrt{2}$               ②  $1-\sqrt{2}$               ③ 1  
 ④  $\sqrt{2}$                 ⑤  $1+\sqrt{2}$

26. **2007**      **평가원 (3점)**

두 상수  $a, b$ 에 대하여 방정식  $\begin{pmatrix} a & -1 \\ b-1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 가 해를 갖지 않을 때,  $a+b$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

27. **2006**      **평가원 (3점)**

실수  $x, y$ 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 4a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{10}{a} & \frac{8}{b} \\ a & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가  $x=y=0$  이외의 해를 가질 때, 두 양수  $a, b$ 의 곱  $ab$ 의 최댓값을 구하시오.



31. **2005** **교육청 (4점)**

임의의 실수  $k$ 에 대하여, 행렬  $\begin{pmatrix} 2k & k-1 \\ b(k+1) & 2k+a-1 \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하도록 하는 정수  $a, b$ 의 순서쌍  $(a, b)$  중에서  $a < b$ 를 만족시키는 순서쌍의 개수는?

- ① 3                      ② 4                      ③ 5                      ④ 6                      ⑤ 7

32. **2010** **교육청 (4점)**

이차정사각행렬  $A$ 는 다음 두 조건을 만족한다.

(가) $A^2 - A + E = O$	(나) $A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$
-----------------------	--

연립방정식  $(A + E) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ 의 해를  $x = \alpha, y = \beta$ 라고 할 때,  $\alpha + \beta$ 의 값은? (단,  $O$ 는 영행렬이고,  $E$ 는 단위행렬이다.)

- ① 0                      ② 1                      ③ 2                      ④ 3                      ⑤ 4

33. **2010** **평가원 (4점)**

$x, y$ 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} y \\ -x \end{pmatrix}$$

가  $x=0, y=0$  이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수  $k$ 의 값의 합은?

- ① -3                      ② -1                      ③ 0                      ④ 1                      ⑤ 3

34. **2012** **평가원 (4점)**

역행렬을 갖는 행렬  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 에 대하여  $x, y$ 의 연립방정식

$$\begin{cases} ax + by = 1 \\ cx + dy = 2 \end{cases}$$

의 해가  $x=5, y=4$ 일 때,  $A^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

35. **2010** **교육청 (4점)**

$x, y$ 에 대한 연립방정식  $\begin{pmatrix} a-1 & 1 \\ b-4 & 1-a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 이  $x=y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 두 실수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 최댓값은?

- ①  $\frac{21}{4}$                       ②  $\frac{11}{2}$                       ③  $\frac{23}{4}$   
 ④ 6                              ⑤  $\frac{25}{4}$

36. **2012** **교육청 (4점)**

초콜릿이 5개 들어 있는 상자  $A$ 의 개수를  $x$ , 초콜릿이 10개 들어 있는 상자  $B$ 의 개수를  $y$ 라 하자.  $A, B$  두 종류의 모든 상자 개수의 합이 15이고, 모든 초콜릿 개수의 합이 125일 때, 등식  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & a \\ b & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 15 \\ 25 \end{pmatrix}$ 가 성립한다. 이때, 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은?

- ① -6                          ② -5                          ③ -4  
 ④ -3                          ⑤ -2

37. **2009** **평가원 (4점)**

5보다 크고 50보다 작은 두 자연수  $a, b$ 에 대하여 행렬  $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a^2 \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하지 않을 때,  $a+b$ 의 값은 ?

- ① 28                          ② 32                          ③ 36                          ④ 40                          ⑤ 44

38. **2004** **평가원 (4점)**

행렬  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 에 대하여 방정식  $AX = kX$ 가  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  이외의 해를 가지도록 하는 상수  $k$ 의 값은  $a, b$ 이다. 이 때,  $a^3 + b^3$ 의 값을 구하시오.

39. **2007** **평가원 (4점)**

행렬로 나타낸  $x, y$ 에 관한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} k-6 & -2 \\ 2 & k-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix}$$

의 해가 무수히 많을 때, 상수  $k$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

40. **2009** **교육청 (4점)**

두 정수  $a, b$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 순서쌍  $(a, b)$ 의 개수를 구하시오.

(가)  $b \leq a+7$

(나)  $x, y$ 에 대한 연립방정식  $\begin{pmatrix} a+1 & b \\ 1 & a+3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ 이 해를 갖지 않는다.

41. **2006** **교육청 (4점)**

두 약국 P, Q에서 판매하는 혈압약과 관절염약의 1갑의 가격은 <표1>과 같고, 갑, 을 두 환자가 매월 구입해야 하는 혈압약과 관절염약의 수량은 <표2>와 같다.

	(단위 원)		(단위 갑)		
	혈압약	관절염약		갑	을
P 약국	30,000	10,000	혈압약	1	2
Q 약국	20,000	20,000	관절염약	1	3

<표1>

<표2>

갑이  $x$  개월, 을이  $y$  개월 동안 혈압약과 관절염약을 P 약국에서 구입하면 갑과 을의 약값의 합은 600,000 원이고, Q 약국에서 구입하면 갑과 을의 약값의 합은 640,000 원이다. 행렬을 이용하여  $x, y$ 의 값을 구하는 과정에서 다음 등식을 얻었다.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} a & -9 \\ -4 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 60 \\ 64 \end{pmatrix}$$

두 상수  $a, b$ 의 합  $a + b$ 의 값은?

- ① 10                      ② 11                      ③ 12                      ④ 13                      ⑤ 14

42. **2009 수능 (3점)**

$x, y$ 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} 5 - \log_2 a & 2 \\ 3 & \log_2 a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

이  $x=0, y=0$  이외의 해를 갖도록 하는 모든  $a$ 값의 합은?

- ① 8                      ② 10                      ③ 12  
④ 16                      ⑤ 20

43. **2013학년 수능 (3점)**

$x, y$ 에 대한 연립방정식  $\begin{pmatrix} a+1 & a \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$ 의 해가 방정식  $x+2y-4a=0$ 을 만족시킨다.  
상수  $a$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

44. **2004 수능 (3점)**

이차방정식  $x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때, 두 행렬의 곱  $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta & \alpha \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오.

45. **2004 수능 (3점)**

다음은 지난해에 어느 회사에서 생산한 두 제품 ㉠과 ㉡의 제품 한 개당 제조원가와 판매 가격 및 그 해 판매량을 나타낸 표이다.

제품명 \ 가격	㉠	㉡	판매량 \ 제품명	상반기	하반기
제조원가	$a_{11}$	$a_{12}$	㉠	$b_{11}$	$b_{12}$
판매 가격	$a_{21}$	$a_{22}$	㉡	$b_{21}$	$b_{22}$

위의 표를 각각 행렬  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ 와  $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$ 로 나타내고, 이 두 행렬의 곱  $AB$ 를

$AB = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 라 하자.

제품 한 개당 판매 이익금을 판매 가격에서 제조원가를 뺀 값으로 정의할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[ 보 기 ]

- ㄱ.  $a + b$ 는 지난해 상반기에 판매된 제품의 제조원가 총액이다.
- ㄴ.  $c + d$ 는 지난해 1년 동안에 판매된 제품의 판매 총액이다.
- ㄷ.  $d - b$ 는 지난해 하반기에 판매된 제품의 판매 이익금 총액이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 1) 정답②
- 2) 정답12
- 3) 정답 22
- 4) 정답 22
- 5) 정답 ③
- 6) 정답 ⑤
- 7) 정답 21
- 8) 정답 ④
- 9) 정답 ③
- 10) 정답 4
- 11) 정답 ④
- 12) 정답 ③
- 13) 정답 ④
- 14) 정답 5
- 15) 정답 ⑤
- 16) 정답 13
- 17) 정답 16
- 18) 정답 ③
- 19) 정답 ②
- 20) 정답 21
- 21) 정답 ②
- 22) 정답 12
- 23) 정답 ⑤
- 24) 정답 ④
- 25) 정답 ⑤
- 26) 정답 ①
- 27) 정답 12
- 28) 정답 ⑤
- 29) 정답 64
- 30) 정답 ②
- 31) 정답 ⑤
- 32) 정답 ⑤
- 33) 정답 ③
- 34) 정답 9
- 35) 정답 ①
- 36) 정답 ⑤
- 37) 정답 ③
- 38) 정답 76
- 39) 정답 ⑤
- 40) 정답 5
- 41) 정답 ⑤
- 42) 정답 ③
- 43) 정답 ②

44) 정답 16

45) 정답 ④