

# 패턴 20

치환적분과 부분적분

편집:우에노리에

1. **2009**      **평가원(3점)**

함수  $f(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t^6} dt$  에 대하여 상수  $a$ 가  $f(a) = \frac{1}{2}$  을 만족시킬 때,

$$\int_0^a \frac{e^{f(x)}}{1+x^6} dx$$

의 값은?

- ①  $\frac{\sqrt{e}-1}{2}$                       ②  $\sqrt{e}-1$                       ③ 1
- ④  $\frac{\sqrt{e}+1}{2}$                       ⑤  $\sqrt{e}+1$

2. **2012**      **교육청(3점)**

정적분  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x (\sin x + 1) dx$  의 값은?

- ①  $\frac{1}{3}$                               ②  $\frac{2}{3}$                               ③ 1
- ④  $\frac{4}{3}$                               ⑤  $\frac{5}{3}$

3. **2005**      **평가원(3점)**

$\int_{2\pi}^{3\pi} x \sin x dx$  의 값은?

- ①  $\pi$                               ②  $2\pi$                               ③  $3\pi$
- ④  $4\pi$                               ⑤  $5\pi$

4. **2005**      **교육청(3점)**

정적분  $\int_0^1 2x e^{x^2} dx$  의 값은? (단,  $e$  는 자연로그의 밑)

- ①  $e-1$                               ②  $e$                               ③  $e+1$
- ④  $e^2-1$                               ⑤  $e^2$

5. **2010**      **평가원(3점)**

실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $t$ 에 대하여  $\int_0^2 xf(tx)dx=4t^2$ 을 만족시킬 때,  $f(2)$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

6. **2011**      **교육청(4점)**

$\int_0^1 (1+2e^{-x})dx - \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$ 의 값을 구하시오.

7. **2011**      **평가원(4점)**

정의역이  $\{x \mid x > -1\}$ 인 함수  $f(x)$ 에 대하여

$f'(x) = \frac{1}{(1+x^3)^2}$ 이고, 함수  $g(x) = x^2$ 일 때,

$$\int_0^1 f(x)g'(x)dx = \frac{1}{6}$$

이다.  $f(1)$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{6}$                       ②  $\frac{2}{9}$                       ③  $\frac{5}{18}$                       ④  $\frac{1}{3}$                       ⑤  $\frac{7}{18}$

8. **2011**      **평가원(4점)**

구간  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 에서 연속인 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 의 값은?

(가)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t)dt = 1$

(나)  $\cos x \int_0^x f(t)dt = \sin x \int_x^{\frac{\pi}{2}} f(t)dt$  (단,  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ )

- ①  $\frac{1}{5}$                       ②  $\frac{1}{4}$                       ③  $\frac{1}{3}$                       ④  $\frac{1}{2}$                       ⑤ 1

9. **2011** 교육청(4점)

두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(0)$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.)

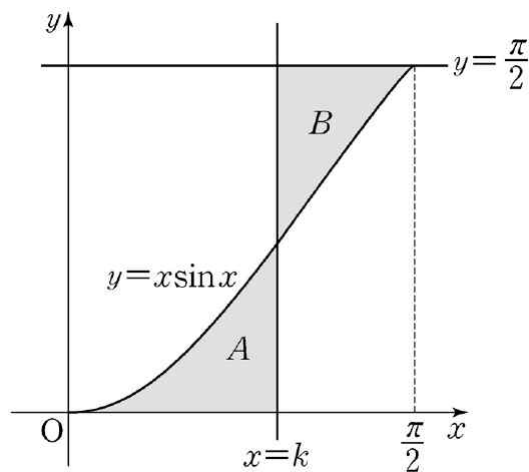
$$(가) \int_{\frac{\pi}{2}}^x f(t)dt = \{g(x) + a\} \sin x - 2$$

$$(나) g(x) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t)dt \cos x + 3$$

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

10. **2011** 평가원(4점)

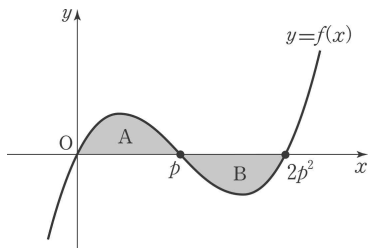
그림과 같이 곡선  $y = x \sin x$  ( $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ )에 대하여 이 곡선과  $x$ 축, 직선  $x = k$ 로 둘러싸인 영역을  $A$ , 이 곡선과 직선  $x = k$ , 직선  $y = \frac{\pi}{2}$ 로 둘러싸인 영역을  $B$ 라 하자.  $A$ 의 넓이와  $B$ 의 넓이가 같을 때, 상수  $k$ 의 값은?(단,  $0 \leq k \leq \frac{\pi}{2}$ )



- ①  $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{\pi}$                       ②  $\frac{\pi}{4}$                       ③  $\frac{\pi}{2} - \frac{2}{\pi}$   
④  $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{\pi}$                       ⑤  $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{\pi}$

11. **2004**      **평가원(4점)**

연속함수  $f(x)$ 의 그래프는 그림과 같다. 이 곡선과  $x$ 축으로 둘러싸인 두 부분 A, B의 넓이가 각각  $\alpha$ ,  $\beta$ 일 때, 정적분  $\int_0^p x f(2x^2) dx$ 의 값은? (단,  $p > \frac{1}{2}$ )



- ①  $\frac{1}{2}(\alpha + \beta)$       ②  $\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$       ③  $\alpha + \beta$   
 ④  $\frac{1}{4}(\alpha + \beta)$       ⑤  $\frac{1}{4}(\alpha - \beta)$

12. **2006**      **수능 (3점)**

1보다 큰 실수  $a$ 에 대하여  $f(a) = \int_1^a \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$ 라 할 때,  $f(a^4)$ 과 같은 것은?

- ①  $4f(a)$       ②  $8f(a)$       ③  $12f(a)$   
 ④  $16f(a)$       ⑤  $20f(a)$

13. **2011**      **수능 (3점)**

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 있다. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(2x) = 2f(x)f'(x)$ 이고,

$f(a) = 0$ ,  $\int_{2a}^{4a} f(x) dx = k$  ( $a > 0$ ,  $0 < k < 1$ ) 일 때,  $\int_a^{2a} \frac{\{f(x)\}^2}{x^2} dx$ 의 값을  $k$ 로 나타낸 것은?

- ①  $\frac{k^2}{4}$       ②  $\frac{k^2}{2}$       ③  $k^2$   
 ④  $k$       ⑤  $2k$

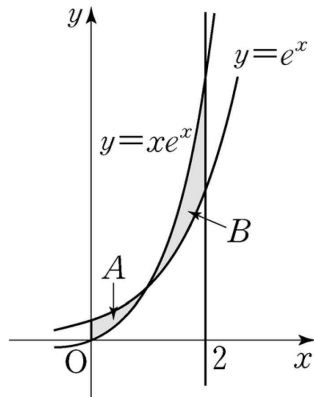
14. **2013 수능 (3점)**

연속함수  $f(x)$ 가  $f(x) = e^{x^2} + \int_0^1 tf(t)dt$  를 만족시킬 때,  $\int_0^1 xf(x)dx$ 의 값은?

- ①  $e-2$                       ②  $\frac{e-1}{2}$                       ③  $\frac{e}{2}$   
 ④  $e-1$                       ⑤  $\frac{e+1}{2}$

15. **2012 수능 (4점)**

그림에서 두 곡선  $y=e^x$ ,  $y=xe^x$  과  $y$  축으로 둘러싸인 부분  $A$ 의 넓이를  $a$ , 두 곡선  $y=e^x$ ,  $y=xe^x$  과 직선  $x=2$ 로 둘러싸인 부분  $B$ 의 넓이를  $b$ 라 할 때,  $b-a$ 의 값은?



- ①  $\frac{3}{2}$                       ②  $e-1$                       ③  $2$   
 ④  $\frac{5}{2}$                       ⑤  $e$

- 1) 정답 ②
- 2) 정답 ⑤
- 3) 정답 ⑤
- 4) 정답 ①
- 5) 정답 ④
- 6) 정답 2
- 7) 정답 ④
- 8) 정답 ④
- 9) 정답 ④
- 10) 정답 ③
- 11) 정답 ⑤
- 12) 정답 ②
- 13) 정답 ④
- 14) 정답 ④
- 15) 정답 ③