

패턴4

지표와 가수의 성질

편집:우에노리에

1. **2006** **평가원 (3점)**

$\log x$ 의 가수 α 가 $0 < \alpha < \frac{1}{4}$ 일 때, $\log x^2$ 의 가수와 $\log \frac{\sqrt{10}}{x^2}$ 의 가수의 합은?

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

2. **2009** **교육청 (3점)**

자연수 k 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\log k$ 의 지표는 5이다.

(나) $\log \frac{\sqrt{k}}{7}$ 의 가수는 0이다.

$\frac{k}{1000}$ 의 값을 구하시오.

3. **2007** **평가원 (3점)**

양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표를 $f(x)$, 가수를 $g(x)$ 라 하자.

양수 a, b 에 대하여 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. $f(a^2) = 2f(a)$

ㄴ. $f(a^2) + g(a^2) = 2f(a) + 2g(a)$

ㄷ. $g(a) + g(b) = 1$ 이면 ab 는 정수이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

4. **2009** **교육청 (3점)**

양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라 하자. a, b 가 두 자리 자연수일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. $f(ab) = f(b)$ 이면 $f(a) = 0$ 이다.
 ㄴ. $f(a^2) = f(a)$ 를 만족시키는 a 는 1개이다.
 ㄷ. $f(ab) = 0$ 을 만족시키는 순서쌍 (a, b) 는 4개이다.

- ① ㄴ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. **2008** **교육청 (3점)**

$\log_{10} A$ 의 지표를 n , 가수를 α 라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. $n = \alpha$ 이기 위한 필요충분조건은 $A = 1$ 이다.
 ㄴ. $\log_{10} 10A$ 의 가수와 $\log_{10} \frac{10}{A}$ 의 가수는 같다.
 ㄷ. $\log_{10} 100A$ 의 지표와 $\log_{10} \frac{A}{100}$ 의 지표의 합은 $2n$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6. **2008** **교육청 (3점)**

$x > 1$ 인 실수 x 에 대하여 $\log_{10} x$ 의 지표를 n 이라 할 때, 옳은 것을 보기에서 모두 고르면? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

< 보 기 >

ㄱ. $[\log_{10} x] = n$

ㄴ. $\log_{10} 1000x$ 의 지표는 $3n$ 이다.

ㄷ. $\log_{10} x - [\log_{10} x] = \frac{1}{2}$ 이면 x^2 은 $2n+2$ 자리의 정수이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. **2005** **교육청 (3점)**

양수 A , $\frac{1}{A}$ 의 상용로그에서 지표의 합은 a 이고, 가수의 합은 b 이다. 이 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?(단, $\log A$ 의 가수는 0 이 아니다.)

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

8. **2008** **교육청 (3점)**

$\log a$ 의 지표가 5 이고 $\log a$ 의 가수와 $\log \sqrt{a}$ 의 가수의 합이 $\frac{3}{4}$ 일 때, $\log a$ 의 값은?

- ① $\frac{31}{6}$ ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{11}{2}$
 ④ $\frac{17}{3}$ ⑤ $\frac{35}{6}$

9. **2005** **교육청 (3점)**

$\log_{10} \sqrt{x} = -\frac{14}{3}$ 를 만족시키는 x 에 대하여 $\log_{10} x$ 의 지표와 가수를 각각 n, α 라 할

때, $\frac{n}{\alpha}$ 의 값은?

- ① -11 ② -12 ③ -13
④ -14 ⑤ -15

10. **2005** **교육청 (3점)**

<보기>의 상용로그 중 그 가수가 $\log A$ 의 가수와 항상 같은 것을 모두 고른 것은?
(단, A 는 양수이다.)

<보 기>		
ㄱ. $\log 10A$	ㄴ. $\log A^{10}$	ㄷ. $\log \frac{10}{A}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. **2004** **평가원 (3점)**

$\log A$ 의 지표와 가수가 이차방정식 $2x^2 - 33x + k = 0$ 의 두 근일 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

12. **2011** **평가원 (3점)**

양의 정수 n 에 대하여 $\log n$ 의 지표를 $f(n)$, 가수를 $g(n)$ 이라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 양의 정수 n 의 개수는?

(가) $f(3) < f(n) < f(2011)$
(나) $\{g(n)\}^2 - g(n) + \log 2 \cdot \log 5 < 0$

- ① 326 ② 328 ③ 330
④ 332 ⑤ 334

13. **2007** **교육청 (4점)**

$\log_{10} x = [\log_{10} x]$ 를 만족하는 $0 < x < 1$ 인 모든 x 값들의 합을 S 라 할 때, $99S$ 의 값을 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수)

14. **2007** **평가원 (4점)**

다음 두 조건을 동시에 만족시키는 자연수 x 의 개수를 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

(가) $200 \leq x \leq 300$

(나) $[\log_2 x] = [\log_3 x] + [\log_4 x]$

15. **2007** **평가원 (4점)**

두 양수 x, y 에 대하여

$$\log x = 6 + \alpha \quad \left(0 < \alpha < \frac{1}{4}\right)$$

$$\log y = 1 + \beta \quad \left(\frac{1}{2} < \beta < 1\right)$$

이다. $\frac{x^2}{y}$ 의 정수 부분이 n 자리의 수일 때, n 의 값을 구하시오.

16. **2006** **평가원 (4점)**

자연수 k 에 대하여 집합 A_k 를 $A_k = \{l \mid l \text{은 자연수, } (\log l \text{의 지표}) = (\log k \text{의 지표})\}$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

- < 보 기 > —
- ㉠. $A_{10} = A_{99}$
 - ㉡. $n(A_{100}) = 10n(A_{10})$ (단, $n(A)$ 는 집합 A 의 원소의 개수이다.)
 - ㉢. $A_p \cap A_q \neq \emptyset$ 이면 $A_p = A_q$ 이다.(단, p 와 q 는 자연수이다.)

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

17. **2011** **교육청 (4점)**

세 자리 이하의 자연수 n 에 대하여

$$f(n) = 10(\log n - [\log n])$$

일 때, $[f(n)] \leq 3$ 을 만족시키는 n 의 개수를 구하시오.

(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이고 $\log 2.51 = 0.3997$, $\log 2.52 = 0.4014$ 로 계산한다.)

18. **2010** **교육청 (4점)**

양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

【 보 기 】

ㄱ. $f(2010) = f(0.201)$

ㄴ. $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$

ㄷ. $x > 1$, $y > 1$, $f(x) + f(y) = 0$ 이면 x , y 는 모두 정수이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. **2010** **교육청 (4점)**

다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오.

(가) $1 < n < 10$

(나) $\log \frac{1}{n}$ 의 가수는 $\log n^2$ 의 가수보다 크다.

20. **2010** **교육청 (4점)**

$\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x), g(x)$ 라 하자. 실수 M 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $10 \leq M < 100$
 (나) $f(M^2) = f(M) + 1$
 (다) $g(M^2) = 1 - g(M)$

$36 \log M$ 의 값을 구하시오.

21. **2006** **교육청 (4점)**

x, y 가 각각 2자리, 3자리의 자연수일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면?

- <보 기> —————
- ㄱ. xy 는 4자리 또는 5자리의 자연수이다.
 ㄴ. $y = 10x$ 이면 $\log_{10} x$ 와 $\log_{10} y$ 의 가수는 같다.
 ㄷ. $\frac{1}{x}$ 은 소수 둘째 자리에서 처음으로 0이 아닌 수가 나타난다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22. **2012** **교육청 (4점)**

다음 조건을 만족시키는 자연수 n 의 개수는? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- (가) $[\log_3 n] = 3$
 (나) $[\log n^2] = [\log 2n] + 2$

- ① 12 ② 14 ③ 16
 ④ 18 ⑤ 20

23. **2004** **평가원 (4점)**

다음 두 조건을 만족시키는 실수 x 를 모두 곱한 값을 M 이라 할 때, $\log_{10} M$ 의 값을 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

$$\begin{aligned} \text{I. } [\log_{10} x] &= 6 \\ \text{II. } \log_{10} x^2 - [\log_{10} x^2] &= \log_{10} \frac{1}{x} - \left[\log_{10} \frac{1}{x} \right] \end{aligned}$$

24. **2005** **평가원 (4점)**

자연수 n 에 대하여 $\log n$ 의 지표와 가수를 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

————— <보 기> —————

$$\begin{aligned} \text{ㄱ. } f(n) = g(n) \text{ 이기 위한 필요충분조건은 } n = 1 \text{ 이다.} \\ \text{ㄴ. } 10^{f(50)} \times 10^{g(50)} = 50 \\ \text{ㄷ. } f(10n)g(10n) = f(n)g(n) + g(n) \end{aligned}$$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

25. **2005** **교육청 (4점)**

1이 아닌 두 양수 a , b 에 대하여 $n \leq \log_a b < n+1$ (n 은 정수)이 성립할 때, $f(a, b) = n$ 으로 정의한다. 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은?

————— <보 기> —————

$$\begin{aligned} \text{ㄱ. } f(2, 9) &= 4 \text{ 이다.} \\ \text{ㄴ. } f(a, b) &= 2 \text{ 이면 } f(b, a) = 0 \text{ 이다.} \\ \text{ㄷ. } f(a, b) &= -2 \text{ 이면 } f(b, a) = -1 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

26. **2012** **교육청 (4점)**

양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 x 의 값은 $10^{\frac{n}{m}}$ 이다.

- (가) $f(x) = g(x^2) + g(x^3)$
 (나) $g(x^2) > g(x^3) > g(x^4)$

이때, $m+n$ 의 값을 구하시오. (단, m , n 은 서로소인 자연수이다.)

27. **2012** **평가원 (4점)**

양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라 할 때, $f(2x) \leq f(x)$ 를 만족시키는 100보다 작은 자연수 x 의 개수는?

- ① 55 ② 57 ③ 59
 ④ 61 ⑤ 63

28. **2007** **평가원 (4점)**

자연수 n 에 대하여 상용로그 $\log 2^n$ 의 지표를 a_n 이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$ 을

$$b_n = \begin{cases} 1 & (a_{n+1} > a_n) \quad (n = 1, 2, 3, 4, \dots) \\ 0 & (a_{n+1} < a_n) \quad (n = 1, 2, 3, 4, \dots) \end{cases}$$

으로 정의한다. $\sum_{k=1}^{200} b_k$ 의 값은?

(단, $\log 2 = 0.3010$ 이다.)

- ① 68 ② 66 ③ 64
 ④ 62 ⑤ 60

29. **2007** **교육청 (4점)**

$1 < a < 10$ 인 a 에 대하여 $\log_{10} a^3$ 의 가수와 $\log_{10} \sqrt{a}$ 의 가수의 합이 1이 될 때, 모든 a 의 값의 곱을 $10^{\frac{q}{p}}$ 이라 하자. 이 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

30. **2007** **교육청 (4점)**

$x \geq 1$ 일 때, $\log_2 x$ 의 정수 부분을 $f(x)$ 라고 하자. 방정식 $f(2x+12) = f(x) + 3$ 의 해를 $\alpha \leq x < \beta$ 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

31. **2007** **교육청 (4점)**

두 자리의 자연수 N 에 대하여 $\log N$ 의 가수가 α 일 때,

$$\frac{1}{2} + \log N = \alpha + \log_4 \frac{N}{8} \quad \text{만족시키는 } N \text{의 값을 구하시오.}$$

32. **2008** **교육청 (4점)**

A 는 세 자리의 자연수이고, B 는 900보다 큰 세 자리의 자연수이다. $\log B$ 의 가수가 $\log A$ 의 가수의 2배일 때, 자연수 A 의 값을 구하시오.

33. **2008** **평가원 (4점)**

두 자리의 자연수 n 에 대하여 $\log_9 n - [\log_9 n]$ 이 최대가 되는 n 의 값을 구하시오.
(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

34. **2008** **교육청 (4점)**

$\log x$ 의 지표가 4이고 $\log y$ 의 지표가 1일 때, $\left(\log \frac{x}{y}\right)\left(\log \frac{y}{x}\right)$ 의 값 중에서 정수의 개수를 구하시오.

35. **2011** **평가원 (4점)**

양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 모든 x 의 값의 곱은?

(가) $f(x) + 3g(x)$ 의 값은 정수이다.

(나) $f(x) + f(x^2) = 6$

- ① 10^4 ② $10^{\frac{13}{3}}$ ③ $10^{\frac{14}{3}}$
④ 10^5 ⑤ $10^{\frac{16}{3}}$

- 1) 정답 ②
- 2) 정답 490
- 3) 정답 ①
- 4) 정답 ②
- 5) 정답 ③
- 6) 정답 ③
- 7) 정답 ④
- 8) 정답 ①
- 9) 정답 ⑤
- 10) 정답 ①
- 11) 정답 16
- 12) 정답 ②
- 13) 정답 11
- 14) 정답 43
- 15) 정답 11
- 16) 정답 ⑤
- 17) 정답 170
- 18) 정답 ③
- 19) 정답 6
- 20) 정답 48
- 21) 정답 ③
- 22) 정답 ④
- 23) 정답 19
- 24) 정답 ⑤
- 25) 정답 ④
- 26) 정답 14
- 27) 정답 ①
- 28) 정답 ⑤
- 29) 정답 19
- 30) 정답 ⑤
- 31) 정답 64
- 32) 정답 310
- 33) 정답 80
- 34) 정답 11
- 35) 정답 ②
- 36) 정답 ③
- 37) 정답 77
- 38) 정답 ⑤