的確

Truth is ever to be found in simplicity,
and not in multiplicity and confusion of things.

복잡하거나 어려운 문제는 늘 단순한 조건에서 시작된다.
문제가 안 풀린다면, 개념을 헷갈리거나 조건을 사용하지 않은 것이다.
무엇이 출제자의 의도일지 고민해라. 개념에 답이 있다.

THE END : LAST ORDER

THEME 1 다항식의 전개식에서 계수 구하기

2019.11.06

다항식 $(1+x)^7$의 전개식에서 x^4의 계수는? [3점]

① 42 ② 35 ③ 28 ④ 21 ⑤ 14

2020.06.14

$\left(x^2-\frac{1}{x}\right)\left(x+\frac{a}{x^2}\right)^4$의 전개식에서 x^3의 계수가 7일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

COMMENT)
정말 많이 했던 문제고, 수능에 나온다고 해도 이상할 리 없는 기본 문제야.
이항정리를 이용하는 문제이니까 이젠 안 틀렸으면 한다. 이제 틀리면 속상합니다.

${}_nC_r a^r b^{n-r}$을 이용해서 빠르게 문제를 풀어가는 거 잊지 말았으면 해.

SOL_TIP)
2020.06.14 문제처럼 두 개의 식을 곱해서 계수를 물어보는 문제가 나오면, 케이스 분류해서 하나하나 확인하며 해주는 것 잊지말고!
${}_nC_r a^r b^{n-r}$ 에서 b^{n-r}에 들어갈 b는 둘 중에 쉬운 걸로!
계산 복잡해지면 실수가 나옵니다.

전주사대부고 다니는 윤지, 나현, 진영 ㅎㅇ

THEME 2 독립사건과 배반사건

2019.11.08

두 사건 A, B에 대하여 A와 B^c은 서로 배반사건이고

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{3},\quad \mathrm{P}(A^c\cap B)=\frac{1}{6}$$

일 때, $\mathrm{P}(B)$의 값은? (단, A^c은 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

2020.06.06

두 사건A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\frac{3}{4},\ \mathrm{P}(A^C\cap B)=\frac{2}{3}$$

일 때, $\mathrm{P}(A)$의 값은? (단, A^C은A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{5}{24}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

2020.09.08

두 사건 A, B에 대하여

$\mathrm{P}(A)=\frac{7}{10}$, $\mathrm{P}(A\cup B)=\frac{9}{10}$ 일 때, $\mathrm{P}(B^C|A^C)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

COMMENT)

아마 이 문제도 반드시 출제 될거야.

배반사건은 교집합이 없는 친구들이고 독립사건은 교집합이 있어도 되는 친구들이란거 잊지 말자. 항상 헷갈려 하는 것 같아. 늘, 이런 문제를 풀때는 벤다이어그램 그려. 쌤이 항상 강조했어!!!

1) 배반사건

: 두 사건 A,B 에 대하여 A,B 중 어느 한 사건이 일어나면 다른 사건은 일어지 않을 때, 두 사건 A,B는 서로 배반사건이라고 한다.

2) 독립사건

: 두 사건 A,B 에 대하여

$P(A|B)=P(A)$일 때, A 와 B는 서로 독립 또는 독립사건 이라고 한다.

$P(A\cap B)=P(A)P(B)$ 는 독립사건의 필요충분조건이니까 꼭 기억하자!!

THEME 3 로그의 이해

2019.11.15

2 이상의 자연수 n에 대하여 $5\log_n 2$의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 n의 값의 합은? [4점]

① 34 ② 38 ③ 42 ④ 46 ⑤ 50

2020.06.08

$\log_2 5 = a$, $\log_5 3 = b$일 때, $\log_5 12$를 a, b로 옳게 나타낸 것은? [3점]

① $\dfrac{1}{a}+b$ ② $\dfrac{2}{a}+b$ ③ $\dfrac{1}{a}+2b$ ④ $a+\dfrac{1}{b}$ ⑤ $2a+\dfrac{1}{b}$

2020.09.28

네 양수 a, b, c, k가 다음 조건을 만족시킬 때, k^2의 값을 구하시오. [4점]

(가) $3^a = 5^b = k^c$

(나) $\log c = \log(2ab) - \log(2a+b)$

SOL_TIP)

로그 문제를 푸는데, 제일 좋은 접근 방법은, 로그의 밑을 통일시키는 거야!

$\log_a b$ 에서 a가 밑이야..ㅎㅎ

9월에 봤던 문제도 지수와 로그가 나왔는데, 밑을 통일시키기 위해서 (가)의 식 옆에 $=l$ 이라고 놓고 문제를 풀기 시작했던 거 기억해!!

COMMENT)

로그는 정말 수업 시작부터 늘 너희들한테 어려웠던 주제였던 거 같다.

작년 수능, 올해 6월, 9월에도 꾸준히 나오고 있고, 아마 9월에 28번에 떡하니 4점으로 나왔으니 수능에도 나올 거야. 그러니까 이젠 틀리지 말자.

로그의 정의

$a>0, a\neq 1, N>0$ 일 때, $a^x = N \Leftrightarrow x = \log_a N$

로그의 성질

$a>0, a\neq 1, M>0, N>0$ 일 때, $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$

$\log_a MN = \log_a M + \log_a N$, $\log_a \dfrac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

$\log_{a^s} M^k = \dfrac{k}{s}\log_a M$ (정말 니네 이거 항상 헷갈려 하니까 이젠 외우자!!!)

로그의 밑변환 공식

$a>0, a\neq 1, b>0, c>0, c\neq 1$ 일 때, $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$ 이것도 잊지 말자!!

THEME 4 수열의 귀납적 정의

2019.11.13

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=2$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases}\dfrac{a_n}{2-3a_n} & (n\text{이 홀수인 경우})\\ 1+a_n & (n\text{이 짝수인 경우})\end{cases}$$

를 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{40} a_n$의 값은? [3점]

① 30 ② 35 ③ 40
④ 45 ⑤ 50

2020.06.09

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}+(-1)^n\times a_n=2^n$$

을 만족시킨다. a_5의 값은? [3점]

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

2020.09.24

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$a_{n+1}+a_n=3n-1$ 을 만족시킨다.

$a_3=4$일 때, a_1+a_5의 값을 구하시오. [3점]

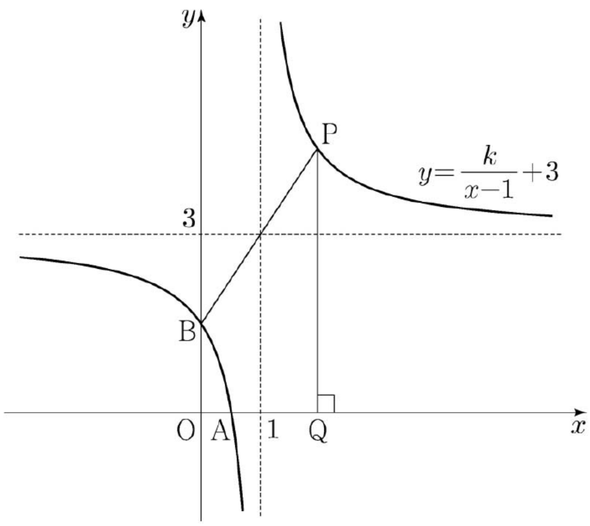
COMMENT)
애들아, 이건 너네들이 천천히만 풀면 그냥 풀리는 문제야.
제발, 실수 하지 말고 천천히 하나하나 하자. 물론, 3점으로 나왔지만, 이번 10월 모의고사 보면 29번에 열심히 나열하면 나오는 "의지의 한국인"문제가 나왔잖아..
수열은 단순히 수의 나열이야. 겁 먹지 말고, 하나하나 해봐.
늘 말하지만, 너희들에게 수능 수학은 대단한 능력을 요구하지 않아.
구해야 하는 항이 너무 많으면!! 반드시 규칙을 찾아보려 노력해보자!!

(p.s. 그래도.. 규칙이 안보이면, 수능 시험장에서는 그냥 다 구해!! 그럼 대학 보내준다고 하자나!!!)

THEME 5 유리함수와 무리함수

2019.11.20

그림과 같이 함수 $y=\dfrac{k}{x-1}+3\ (0<k<3)$의 그래프와 x축, y축과의 교점을 각각 A, B라 하자.



이 그래프의 두 점근선의 교점과 점 B를 지나는 직선이 이 그래프와 만나는 점 중 B가 아닌 점을 P, 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 Q라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보　　기>

ㄱ. $k=1$일 때, 점 P의 좌표는 $(2,\ 4)$이다.

ㄴ. $0<k<3$ 인 실수 k에 대하여 직선 AB의 기울기와 직선 AP의 기울기의 합은 0이다.

ㄷ. 사각형 PBAQ의 넓이가 자연수일 때, 직선 BP의 기울기는 0과 1사이의 값이다.

① ㄱ　　② ㄱ, ㄴ　　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2020.06.12

두 곡선 $y=\dfrac{6}{x-5}+3$, $y=\sqrt{x-k}$가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k의 최댓값은? [3점]

① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

2020.09.11

0이 아닌 실수 k에 대하여 함수 $y=\dfrac{k}{x-1}+5$의 그래프가 점 $(5,\ 3a)$를 지나고 두 점근선의 교점의 좌표가 $(1,\ 2a+1)$일 때, k의 값은? [3점]

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

2020.06.23

함수 $y=\dfrac{2}{x}$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행 이동시킨 그래프가 점$(2,\ a)$를 지난다. a의 값을 구하시오. [3점]

2020.09.09

정의역이 $\{x\,|\,x>a\}$인 함수 $y=\sqrt{2x-2a}-a^2+4$의 그래프가 오직 하나의 사분면을 지나도록 하는 실수 a의 최댓값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2019.11.26

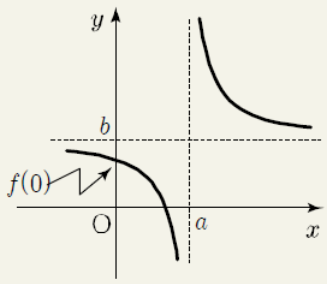
함수 $y=\sqrt{x+3}$의 그래프와 함수 $y=\sqrt{1-x}+k$의 그래프가 만나도록 하는 실수 k의 최댓값을 구하시오. [4점]

COMMENT)
작년 수능에는 20번을 출제 되었지만, 실상은 별로 어려운 문제는 아니야.
다들 문제 길다고 보지도 않고 넘어가려고 할 거 같은데 잘 봐. 쉬워.

유리함수 그래프 그리는 법과 성질은 다들 알지?
모른다고? 마지막 정리니까 PARK 이 또 정리를 시작할게.

$y=\frac{k}{x}$ $(k\neq 0)$의 그래프
- 정의역과 치역은 0을 제외한 실수 전체의 집합이다.
- ***원점에 대해 "대칭"이다 (요고 중요해!!!)***
- $k>0$ 이면 1,3 사분면 / $k<0$ 이면 2,4 사분면
- 점근선은 x축, y축이다.
  = 유리함수는 점근선의 교점에 대해 대칭이야! 그러니 원점에 대해 대칭인거 알겠죠??
- $y=\pm x$ 의 직선에 대해 대칭이다.

예) $y=\frac{k}{x-a}+b$ $\begin{cases} \text{점근선} : x=a,\ y=b \\ \text{지나는 점 : 주로 } y \text{ 절편} \end{cases}$



⇨ $(a,\ b)$에 대한 점대칭 함수
⇨ $(a,\ b)$를 지나고 기울기가 ± 1인 직선에 선대칭 함수
⇨ k의 값이 커질수록 대칭점에서 멀어진다.

$y=\frac{k}{x-p}+q$ $(k\neq 0)$ 의 그래프

이 그래프는 $y=\frac{k}{x}$ $(k\neq 0)$ 그래프를 x축으로 p만큼 평행이동, y축으로 q만큼 평행 이동한 그래프야!
그러니 점근선도 $x=p, y=q$ 라는 것 잊지 말자!
당연히 두 점근선의 교점인 (p,q)에 대해 대칭이구
$y=\pm(x-p)+q$ 의 직선에 대해 대칭이야!
$y=\frac{ax+b}{cx+d}$ 식을 $y=\frac{k}{x-p}+q$ 이 꼴로 꼭 만들자!

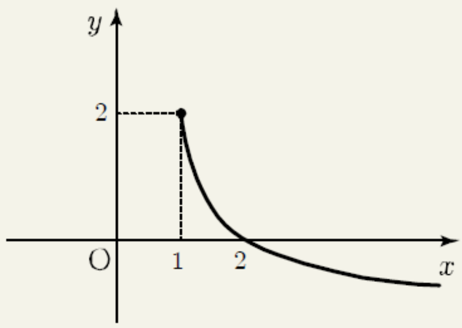
♣ 정의역과 치역은 그리고 대칭점,
점근선은 꼭 알아두자!!

이제 무리함수를 정리해보자.

$y=k\sqrt{a(x-b)}+c$
꼭지점은 (b,c) 인거 다들 알지?
k값과 a값에 따라 그래프 개형이 달라지는데,
$k>0$: 상 , $k<0$: 하
$a>0$: 우 , $a<0$: 좌

정의역이 중요해!
$\sqrt{\ }$ 안에 음수가 들어가면 안되니까 정의역은 $x\geq b$
치역은 그래프 그려보면 나올거야!!

예) $y=-2\sqrt{x-1}+2$의 경우 : 꼭짓점 $(1,\ 2)$, 우하방향

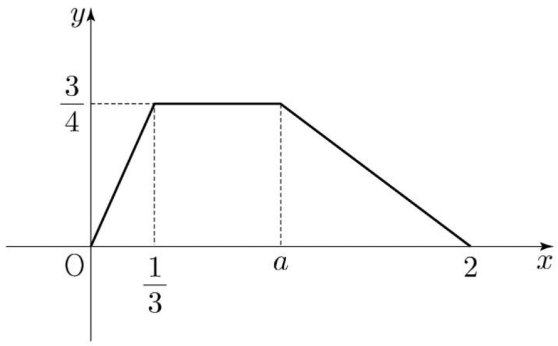


THEME 6 확률밀도함수

2019.11.10

연속확률변수 X가 갖는 값의 범위는 $0 \le X \le 2$이고, X의 확률밀도함수의 그래프가 그림과 같을 때,

$\mathrm{P}\left(\frac{1}{3} \le X \le a\right)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]



① $\frac{11}{16}$ ② $\frac{5}{8}$ ③ $\frac{9}{16}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{16}$

COMMENT)

그 전에 기출 문제들을 많이 봤을 텐데, 우리 “기출과 썸” 책 통계 부분 가보면 정말 이런 문제 참 많았던 것 같아.

이런 문제, 제일 중요한 게 뭐라고 애들아??? 넓이가 1 이다!!! 제발 기억하고 하자!!!

위 문제처럼, 요렇게 너무 예쁜 사각형이 나오면 우리 친구들이 넓이로 바로 구할 텐데 이렇게 나온 게 아니면 적분으로 “ 적분 값이 1이다 ”로 풀어갈 생각해야 합니다!!

이산 확률 변수가 나와도 모든 확률의 합이 “1” 이다 해야 하는 것 잊지말구!!

통계 다른 개념 살짝만 정리하자

평균과 분산에 대한 기본 정리

$E(aX+b) = aE(X) + b$

$V(aX+b) = a^2\,V(X)$

$\{\sigma(X)\}^2 = V(X)$

이항분포

$X \sim B(n,p)$ 일 때, $X \sim N(np, npq)$ $[q=1-p]$

THEME 7 표본평균, 모평균추정

2019.11.12

어느 마을에서 수확하는 수박의 무게는 평균이 $m\,\mathrm{kg}$, 표준편차가 $1.4\,\mathrm{kg}$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 마을에서 수확한 수박 중에서 49개를 임의 추출하여 얻은 표본평균을 이용하여, 이 마을에서 수확하는 수박의 무게의 평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $a \le m \le 7.992$이다. a이 값은? (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96) = 0.95$로 계산한다.) [3점]

① 7.198 ② 7.208 ③ 7.218 ④ 7.228 ⑤ 7.238

2020.09.13

확률변수 X가 평균이 m, 표준편차가 $\frac{m}{3}$인 정규분포를 따르고

$$\mathrm{P}\left(X \le \frac{9}{2}\right) = 0.9987$$

일 때, 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 m의 값을 구한 것은? [3점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

2020.09.25

어느 음식점을 방문한 고객의 주문 대기 시간은 평균이 m분, 표준편차가 σ분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 음식점을 방문한 고객 중 64명을 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여, 이 음식점을방문한 고객의 주문 대기 시간의 평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $a \le m \le b$이다. $b-a=4.9$일 때, σ의 값을 구하시오.
(단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96) = 0.95$로 계산한다.) [3점]

COMMENT)
이건.. 이제 그만 너무 쉬운 문제야. 이거 틀리면 이제 답도 없는 거야.

\# 표본평균 $\overline{X}$ 의 분포
모평균이 m이고 모분산이 σ^2인 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출 할 때, 표본평균 $\overline{X}$ 의 분포는

$$E(\overline{X}) = m,\ V(\overline{X}) = \frac{\sigma^2}{n}, \sigma(\overline{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

모집단이 정규분포 $N(m, \sigma^2)$이면
표본평균 $\overline{X}$ 는 정규분포 $N(m, \frac{\sigma^2}{n})$ 을 따른다.

\# 정규분포의 표준화
정규분포 $N(m, \sigma^2)$을 따르는 확률변수 X를 $N(0, 1^2)$을 따르는 Z로 바꾸는 것.
$Z = \frac{X-m}{\sigma}$ 입니다!!!
근데, 쌤은 정규분포를 표준화시켜서 풀 수도 있어야 하지만 정규분포 그대로 풀어도 풀 수 있어야 한다고 했습니다!! 기억하길 바래!

\# 모평균의 추정
모표준편차가 σ, 크기가 n인 표본의 표본평균이 $\overline{X}$ 일 때, 모평균 m의 신뢰구간은

$\overline{X} - \bigstar \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{X} + \bigstar \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 인데, ★는 신뢰도 보고 문제에서 찾자!

신뢰구간이 $a \le m \le b$, 이렇게 나오면 $b-a = 2\bigstar \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 이고 $a+b = 2\overline{X}$ 이다!

THEME 7 + α 모비율

작년 수능, 올해 6월, 9월에는 모비율이 나온적이 없는데 혹시 몰라 수능에 나올 수도 있어요.

모비율의 추정
- 모비율(p) : 모집단에서 어떤 특성을 가진 자료의 비율 (ex, 학교에서 수학점수 50점을 넘는 사람의 비율)
- 표본비율$(\hat{p})$: 모집단에서 임의추출하여 얻은 표본에서 그 속성의 비율을 구한 것 (ex. 3반에서 수학점수 50점 넘는 사람의 비율)
- 모비율의 추정

$\hat{p} - ★ \sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \le p \le \hat{p} + ★ \sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$, 여기서도 마찬가지로 ★는 신뢰도 보고 찾자!

2019.09.17

어느 지역의 고등학생 중에서 100명을 임의추출하여 조사한 결과, 최근 1년 이내에 헌혈을 한 학생이 30명이었다. 이 결과를 이용하여, 이 지역 전체 고등학생 중 최근 1년 이내에 헌혈을 한 학생의 비율 p에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면

$$0.3-1.96\times\sqrt{a} \le p \le 0.3+1.96\times\sqrt{a}$$

이다. 상수 a의 값은? (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.96)=0.475$로 계산한다.) [4점]

① 0.0021 ② 0.0024 ③ 0.0027 ④ 0.003 ⑤ 0.0033

THEME 8 등차수열, 등비수열, 여러 가지 수열

2019.11.05

첫째항이 4인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_{10}-a_7=6$$

일 때, a_4의 값은? [3점]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

2019.11.24

첫째항이 7인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$\frac{S_9-S_5}{S_6-S_2}=3$$

일 때, a_7의 값을 구하시오. [3점]

2019.11.29

첫째항이 자연수이고 공차가 음의 정수인 등차수열 $\{a_n\}$과 첫째항이 자연수이고 공비가 음의 정수인 등비수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_7+b_7의 값을 구하시오. [4점]

(가) $\sum_{n=1}^{5}(a_n+b_n)=27$

(나) $\sum_{n=1}^{5}(a_n+|b_n|)=67$

(다) $\sum_{n=1}^{5}(|a_n|+|b_n|)=81$

2020.06.24

공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1=2,\ \frac{a_5}{a_3}=9$$

일 때, $\sum_{k=1}^{4}a_k$의 값을 구하시오. [3점]

2020.06.11

수열 $\{a_n\}$이 $\sum_{n=1}^{\infty}(2a_n-3)=2$를 만족시킨다. $\lim_{n\to\infty}a_n=r$일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{r^{n+2}-1}{r^n+1}$의 값은? [3점]

① $\frac{7}{4}$ ② 2 ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

2020.06.13

자연수 n에 대하여 x에 대한 이차방정식 $x^2-nx+4(n-4)=0$이 서로 다른 두 실근 α, β $(\alpha<\beta)$를 갖고, 세 수 1, α, β가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, n의 값은? [3점]

① 5 ② 8 ③ 11 ④ 14 ⑤ 17

2020.06.28

첫째항이 2이고 공비가 정수인 등비수열 $\{a_n\}$과 자연수 m이 다음 조건을 만족시킬 때, a_m의 값을 구하시오. [4점]

(가) $4 < a_2 + a_3 \leq 12$

(나) $\sum_{k=1}^{m} a_k = 122$

2020.09.07

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1 = a_3 + 8,\ 2a_4 - 3a_6 = 3$$

일 때, $a_k < 0$을 만족시키는 자연수 k의 최솟값은? [3점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

2020.09.12

$\sum_{k=1}^{9} (k+1)^2 - \sum_{k=1}^{10} (k-1)^2$의 값은? [3점]

① 91 ② 93 ③ 95 ④ 97 ⑤ 99

2020.09.30

최고차항의계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 네 개의 수 $f(-1),\ f(0),\ f(1),\ f(2)$가 이 순서대로 등차수열을 이루고, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(-1,\ f(-1))$에서의 접선과 점 $(2,\ f(2))$에서의 접선이 점 $(k,\ 0)$에서 만난다. $f(2k) = 20$일 때, $f(4k)$의 값을 구하시오. (단, k는 상수이다.) [4점]

COMMENT)

너무나 잘 알려져 있는 수열들이니까 살짝만 정리할게. 이거 가지고 문제 나오면 이제 풀어야해요.
오늘 수업 때, 이거 수업하는데 지금이 10월 20일인데 진영아.. 아직도 등비수열 합공식을 까먹으면 어떻게 하니

등차수열

$a_n = a_1 + (n-1)d$

<u>등차중항</u> 중요합니다!!!!!!

$$2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}\ ,\ \ a_{n+1} = \frac{a_n + a_{n+2}}{2}$$

등차수열 합 공식

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_n = \frac{n\{a_1 + a_n\}}{2} = \frac{n\{2a_1 + (n-1)d\}}{2}$$

이제는 다들 알았으면 좋겠어요!!
등차수열의 합 S_n에서 일반항 a_n을 구할 때,
원래는 $S_n - S_{n-1} = a_n$으로 a_n을 구해야하는데,
등차수열은 미분하면 된다고 말해줬어요!!
등차수열의 합 S_n은 $An^2 + Bn$ 꼴이고, 그럼
일반항 a_n은 $a_n = 2An + B$ 입니다!!

등비수열

$b_n = b_1 \bullet r^{n-1}$

<u>등비중항 (중요!중요!)</u>

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{b_{n+2}}{b_{n+1}}\ ,\ \ (b_{n+1})^2 = b_n \bullet b_{n+2}$$

등비수열 합 공식

$$S_n = \frac{b_1(r^n - 1)}{r-1} = \frac{b_1(1-r^n)}{1-r}\ [r \neq 1]$$

$$S_n = nb_1\ [r = 1]$$

등차수열과 등비수열에 대한 새로운 시각

9월 30번 문제 보면 등차수열을 이룬다는 말이 있어.
등차수열에서 $a_n = y\,, n = x$로 보면 일차함수 꼴이라는 거
다시말해 직선이라는거 알아줘!!
그러면, 등비수열은? 몰라도 돼!

$\sum$가 보이니?

- $\sum_{k=1}^{n}(a_k \pm b_k) = \sum_{k=1}^{n} a_k \pm \sum_{k=1}^{n} b_k$ 이건 기본이야 분리도 되고 합쳐질 수도 있어!
- $\sum_{k=1}^{n} c a_k = c\sum_{k=1}^{n} a_k$ $[\text{단}, c\text{는 상수}]$ 이것도 그냥 나올 수 있다는 거.. 이제는 알아줘..
- $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$, $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$, $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ 이건.. 술술 나와야해

부분분수

$\frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A}\left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B}\right)$ 이거 다들 잘 알고 있으리라 믿는다!!

수열과 극한의 관계

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = c$ 즉, c로 수렴한다면 $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$이 된다는 것도 잊지 말자

THEME 9 위치와 속도, 가속도

2019.11.27 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t \geq 0)$에서의 위치 x가 $x=-\frac{1}{3}t^3+3t^2+k$ (k는 상수)이다. 점 P의 가속도가 0일 때, 점 P의 위치는 40이다. k의 값을 구하시오. [4점]

2020.06.25 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t>0)$에서의 위치 $(x,\ y)$가 $x=t^3-5t^2+6t$이다. $t=3$에서 점 P의 가속도를 구하시오. [3점]

COMMENT)
맨 처음에 위치와 속도, 가속도의 개념 가지고 수업 했던 때가 엊그제 같은데 벌써 수능이 코앞입니다.
쌤이 열변을 토하며 설명했던 그 개념들입니다. 6월 25번 같이 나오면 다들 너무 쉽게 푸는데 좀만 어렵게 내면 다들 힘들어 했던 기억이 있습니다. 특히 나현씌 제발 이제는 이해하고 풀자.

직선 위에서의 운동 시각 t 에서의 P 의 위치가 $x=f(t)$라고 하자. - 속도 속도는 위치를 미분한 것 이니까, $v(t)=f'(t)$ - 가속도 가속도는 속도를 미분한 것 이니까, $a(t)=v'(t)=f''(t)$

SOL_TIP)
문제에서 주어진 상황을 이해합시다.
1. 운동방향이 바뀐다. 속도가 반대로 된다는 거 잊지 말자! 다시 말해, 속도의 부호가 반대로 간다는 거야! $v(t)=0$인 지점을 찾으면 되겠쥬?
2. 속도가 감소한다. 속도가 증가한다. 이 개념은 나올지는 모르겠지만, 가속도에 관한 이야기야. 속도가 증가한다는 말은 다시 말해서 가속도가 양수 [$a(t)=v'(t)>0$] 라는 이야기예요!
3. 보통은 P 의 시작점이 0으로 많이 주는데, 즉, $f(0)=0$ 이런 게 많은데, 그렇지 않은 문제들도 나올 수 있어! 그럼 4점으로 나올건데. 우린 헷갈리지 않을 거라 쌤은 생각합니다.
4. 특정한 상황이 주어지고 t를 구해내서 P 의 위치를 구하라고 하는 문제가 출제되면 위치의 방정식이 없으면 속도의 방정식이라도 주어질 건데, 그럼 속도의 방정식을 적분해서 구해내는 것도 잊지 말자!

직선 위를 움직이는 점의 위치 (feat. 적분) - 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도를 $v(t)$, $t=a$일 때, 점 P의 위치를 $f(a)$라고 하면, $t=b$ 일 때, 점 P 의 위치 $f(b)$는 $f(b)=f(a)+\int_a^b v(t)dt$ # 직선 위를 움직이는 점의 이동거리 (위치랑 다르다고 누누이 이야기했어요!) - 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도를 $v(t)$라 하면 $t=a$ 에서 $t=b$까지 점 P의 이동거리를 L이라 하면 $L=\int_a^b \lvert v(t) \rvert dt$

THEME 10 다항함수의 그래프와 극값

2019.11.09

함수 $f(x)=x^3-3x+a$의 극댓값이 7일 때, 상수 a이 값은?[3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2020.06.27

두 함수 $f(x)=x^3+3x^2-k$, $g(x)=2x^2+3x-10$ 에 대하여 부등식 $f(x)\ge 3g(x)$가 닫힌 구간 $[-1,\,4]$에서 항상 성립하도록 하는 실수 k의 최댓값을 구하시오. [4점]

2020.09.17

함수 $f(x)=x^3-3ax^2+3(a^2-1)x$의 극댓값이 4이고 $f(-2)>0$일 때, $f(-1)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2020.09.27

곡선 $y=x^3-3x^2+2x-3$과 직선 $y=2x+k$가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 k의 값의 곱을 구하시오. [4점]

COMMENT)

윤지가 이런 문제를 처음으로 풀게 되고 신나하던 모습이 문제를 정리하면서 제일 먼저 떠오르네요.
극대와 극소는 우리가 수업에서 씬나게 정리를 했는데, 다들 까먹었겠죠. 쌤이 읽으라는 FINAL 책의 Chapter3를 다시 읽어주세요. 제발여.. 여기에 또 정리를 하다간 이건. 교재가 될 거 같아요...

SOL_TIP)

단순히 극댓값과 극솟값을 구하는 문제는 PASS 할게요. 누구보다 잘할 거 같아서. 이 주제는 가볍게 넘기고 문제는 6월 27번과 9월 27번 같은 두 함수를 놓고 비교하는 문제일거 같아요.
제일 좋은 방법은 좌변이든 우변이든 한쪽으로 넘겨서 한쪽은 0 혹은 k가 되게 만들고 함수는 그대로 고정시켜 놓고 k가 움직이게 만드는 겁니다.
그리고 수업 때, 설명했지만, 극솟값이 반드시 최솟값은 아니니까 제발 구간이 주어지면 대충 요거겠지 하지말고 구간의 양 끝 값과 극솟값, 극댓값을 비교하면서 문제를 풀어나가세요!
삼차함수, 사차함수가 나오면 그래프를 그려가면서 문제를 풀어야하지만, 이차함수가 나온다면, 우리 다같이 판별식 D 혹은 $D/4$를 활용해서 그래프의 위치를 파악하는 것도 유용하게 사용할 수 있어야해요!

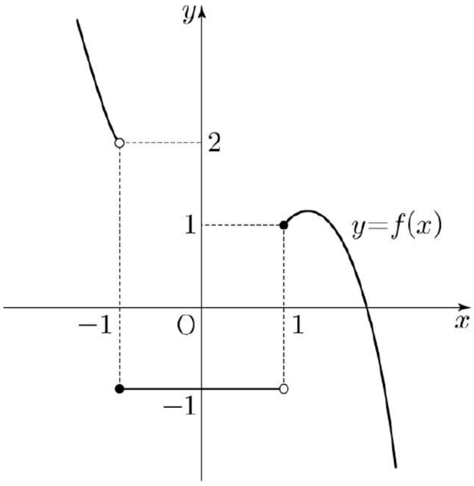
$f(x)=ax^2+bx+c$ 일 때, $D=b^2-4ac$ 라고 하고 b가 짝수라면 $D/4=(b')^2-ac$ $[단, b'=\dfrac{b}{2}]$

$D\,\mathrm{or}\,D/4>0$면 $f(x)$는 서로 다른 두 실근을 갖고 x축과 두 점에서 만난다.
$D\,\mathrm{or}\,D/4=0$이면 $f(x)$는 중근을 갖고 x축과 한 점에서 만난다.
$D\,\mathrm{or}\,D/4<0$이면 $f(x)$는 근을 갖지 않고, x축과 만나지 않는다.

THEME 11 함수의 연속, 극한값의 존재, 미분가능성

2019.11.07

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to -1-} f(x) - \lim_{x \to 1+} f(x)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

2020.06.15

두 함수

$$f(x)=\begin{cases} -2x+3 & (x<0) \\ -2x+2 & (x \ge 0) \end{cases},$$

$$g(x)=\begin{cases} 2x & (x<a) \\ 2x-1 & (x \ge a) \end{cases}$$ 가 있다.

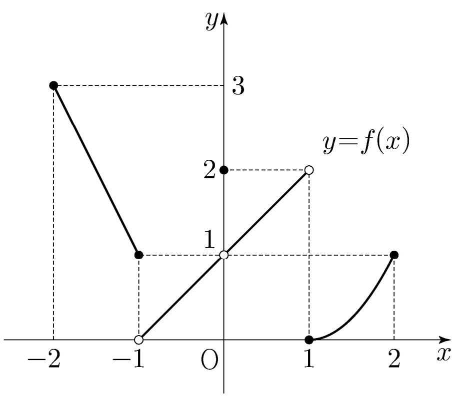
함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값은? [4점]

① -2 ② -1 ③ 0

④ 1 ⑤ 2

2020.06.07

닫힌 구간 $[-2, 2]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to -1+} f(x) + \lim_{x \to 1-} f(x)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2020.06.18

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$는

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{2} & (x<0) \\ f(x) & (x\geq 0) \end{cases}$$

이다. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $g(x)$의 최솟값이 $\frac{1}{2}$보다 작을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ $g(0)+g'(0)=\frac{1}{2}$

ㄴ $g(1)<\frac{3}{2}$

ㄷ 함수 $g(x)$의 최솟값이 0일 때, $g(2)=\frac{5}{2}$이다.

① ㄱ ② ㄱ ㄴ ③ ㄱ ㄷ
④ ㄴ ㄷ ⑤ ㄱ ㄴ ㄷ

2020.09.23

함수 $f(x)$가 $x=2$에서 연속이고

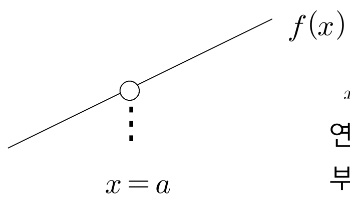
$$\lim_{x\to 2-} f(x)=a+2,\ \lim_{x\to 2+} f(x)=3a-2$$

를 만족시킬 때, $a+f(2)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [3점]

COMMENT)
애들아, 이 문제는 정말 그냥 관통하는 개념이 딱 쌤이 설명했던 그 이야기 밖에 없단다.
극한값이 존재할 조건, 그리고 연속일 조건, 미분가능할 조건 다들 알죠?
그래프 나오고 극한값 찾는 건 연필로 따라가면서 찾아도 되는거 잊지말아요! 좌극한 우극한 표현과 위에 조건 다시 한 번 만 정리합시다.

극한값이 존재할 조건
함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극한 값이 존재할 조건
▶ $\lim_{x\to a+} f(x) = \lim_{x\to a-} f(x)$
쌤은 이걸 간편하게, $f(a+) = f(a-)$ 로 표현!
함수가 연속일 조건
▶ $f(a+) = f(a-) = f(a)$
미분 가능할 조건
함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분 가능할 조건
위에서 말한 연속일 조건을 일단 만족시키고!!
$f'(a+) = f'(a-)$
이거 쌤이 무지하게 강조했어요!

SOL_TIP)
두 함수가 서로 곱해져 있을 때!
$f(x), g(x)$가 주어져 있는데, $f(x)$는 연속함수고, $g(x)$는 $x=a$에서 불연속 함수일 때, $f(x)g(x)$가 연속함수가 되게 할 때는, $x=a$에서만 연속성을 조사하면 되는데, $f(x)$가 $x=a$에서 0이 되게 만들면 된다고 TIP을 줘써!



$\lim_{x\to a+} f(x)$를 구하라고 하면 연필잡고 $x=a$ 오른쪽에서부터 그래프에 덧대서 와!

THEME 12 수열, 함수의 극한의 성질

2019.11.03

$\lim_{n\to\infty}\frac{6n^2-3}{2n^2+5n}$의 값은? [2점]

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

2020.06.02

$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{9n^2+4n+1}}{2n+5}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

2020.06.20

다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값은? [4점]

> $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-4x^3+3x^2}{x^{n+1}+1}=6$, $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^n}=4$인 자연수 n이 존재한다.

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

2020.09.10

모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 부등식

$$\sqrt{9n^2+4}<\sqrt{na_n}<3n+2$$

를 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n}$의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

2020.09.16

다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^3}=1,\ \lim_{x\to -1}\frac{f(x)}{x+1}=2$$

를 만족시킨다. $f(1)\le 12$일 때, $f(2)$의 최댓값은? [4점]

① 27 ② 30 ③ 33 ④ 36 ⑤ 39

2020.09.26

n이 자연수일 때, x에 대한 이차방정식 $x^2-(2n-1)x+n(n-1)=0$ 의 두 근을 α_n, β_n이라 하자.

$\sum_{n=1}^{81}\frac{1}{\sqrt{\alpha_n}+\sqrt{\beta_n}}$의 값을 구하시오.

COMMENT)
쉬운 문제는 쌤이랑 이야기 했던 “시다바리 이론” 기억하죠?
$n\to\infty$ 가는 세상과, $x\to 0$ 으로 가는 세상에서 누가 큰형님인지 꼭 기억해주세요!
같은 맥락에서 우리는 조금 어렵다고 생각할 수 있지만 $f(x)$를 찾는 것도 할 수 있을 것 같아

$f(x)$를 찾아보자
$\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{x-a}=c$ 라는 식이 나오면 분모가 0으로 가는 지 꼭 확인하고
간다면!! 뭐다? 분자도 0으로 가야한다!!! 고로 $f(a)=0$ 겟또!
그 다음은, 위아래 미분해서 로피탈로 가도 되고 미분계수의 정의를 사용
해서 $\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=f'(a)=c$ 까지 얻어내자!
나현쓰는 항상 미분계수로 풀려고 하는데 항상 까먹는거 같아. 기억!!

SOL_TIP)
문제에서 $f(x)$의 차수를 주면 너무나 감사하지만 그렇지 않은 문제는 $f(x)$의 차수를 n으로 놓고 차수를 찾아가는 과정도 꼭 해주자!
그리고!! 분모에 $\sqrt{\ }$가 있는 무리식의 경우! 우리는 불편해 해야 해!! 그러니까 분모 유리화를 꼭 해주자!

$f(x)$식을 만들자!
쌤이 FINAL 책 Chapter 0 와 Chapter 3 에도 열심히 적어 놨지만, 대학수학능력시험에서 여러분들에게 삼차함수, 사차함수, 혹여나 이차함수를 물어볼 때, 무작정 $f(x)=ax^n+bx^{n-1}+\cdots$ 요런 식으로 기본 식을 세워서 풀게 하는 경우는 그렇게 많지 않다고 했어요!

$f(a)=0, f'(a)=0$ 이 있으면 !! $f(x)$에 $(x-a)^2$이 있다고 꼭 기억해주세요!!
이번 THEME에도 적용되지만 다른 THEME에도 적용되니까 꼭꼭!!!

THEME 13 명제와 필요조건, 충분조건, 필요충분조건

2019.11.11

실수 x에 대한 두 조건 p, q가 다음과 같다.

$p : x^2-4x+3>0$

$q : x \le a$

$\sim p$가 q이기 위한 충분조건이 되도록 하는 실수 a의 최솟값은?

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

2020.06.05

실수 x에 대한 두 조건 p, q가 다음과 같다.

$p : |x-4|=2$,

$q : x \ge a$

p가 q이기 위한 충분조건이 되도록 하는 실수 a의 최댓값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2020.09.04

실수 x에 대한 두 조건 p, q가 다음과 같다.

$p : |x-a| \le 1$,

$q : x < 10$

p가 q이기 위한 충분조건이 되도록 하는 정수 a의 최댓값은? [3점]

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

COMMENT)

이 테마는 아마 진영이가 제일 잘하는 파트이지 않을까 싶네용~

다들 기억하죠? 기출문제 40문제 정도 풀렸는데 이제 안틀렸으면 좋겠어... 이 문제 나오면 감사합니다 하고 푸는거야!! 틀리면 진짜.. 다신 쌤 볼 생각하지 마세요..

필요조건, 충분조건

쌤이 필요조건과 충분조건을 설명할 때, 예로 든 내용 꼭 생각했으면 좋겠어요!!

필요조건과 충분조건을 이야기 할 때, 피자와 포테이토피자를 꼭 생각해봐! 피자는 포테이토피자가 되려면 포테이토가 "필요"하자나 그러니 피자는 포테이토의 필요조건인거고, 포테이토피자는 피자가 되려면 "충분"하니까 충분 조건인거 잊지 말자!!

자꾸만, 먼가 더 쓰고 싶은데 하나만 더 쓰자면! 어떤 명제를 증명할 때, 그 자체로 증명이 안되면 "대우" 명제를 구해서 증명할 생각도 해주세요!

그리고.. "모든", "어떤"의 관계도 잘 생각해보자!

SOL_TIP)

제발 수직선 그려놓고 생각해... 머릿속으로 하지 말고..

눈으로 보면서 하는 게 문제 푸는데 더 편하다는 거 잊지마!

THEME 14 적분과 넓이

2019.11.17

실수 전체의 집합에서 증가하는 연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x-3)+4$이다.

(나) $\int_0^6 f(x)\,dx = 0$

함수 $f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=6$, $x=9$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

2019.11.25

$\int_1^4 (x+|x-3|)\,dx$의 값을 구하시오. [3점]

2020.09.06

$\int_0^2 (3x^2+6x)\,dx$의 값은? [3점]

① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

2020.09.15

함수 $f(x)=x^2-2x$에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$, $y=-f(x-1)-1$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

2020.09.19

함수 $f(x)=4x^4+4x^3$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n+k}f\left(\frac{k}{n}\right)$의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

COMMENT)
단순 정적분 문제는 이제 그냥 풀어야해.. 그건 계산의 영역이지. 손이 그냥 하게 내비둬.
근데 정적분 하는 함수 안에 절댓값이 있으면 항상 어떻게 하는지 헷갈리는 진영이를 위해 한번 더 정리해줄게.

절댓값이 있으면????
$|f(x)|$ 가 있으면 x의 범위를 절댓값 안을 음수로 만드는지 양수로 만드는지를 보면서 나눠서 계산해야합니다!
2019.11.25. 문제처럼 $|x-3|$ 이 나오면 $x-3$을 양수와 음수로 구분하는 $x=3$을 기준으로 문제를 나눠서 풀어야해!
다시 말해서, $1 \le x < 3$의 범위에서는 $|x-3|$은 $-x+3$이 되니까 $\int_1^3 x+(-x+3)dx$ 으로 하나 구하고
$3 \le x \le 4$의 범위에서 $|x-3|$은 $x-3$이 되니까 $\int_3^4 x+(x-3)dx$로 구하면 되는 거지!

넓이에 대해 문제가 나오면 쌤이 적분강의를 할 때, 이야기 했었죠?
적분값은 기본적으로 넓이에 관한 이야기인데, 그 값이 y축 아래 있으면 음수 값이 나오니까~ 문제에서
적분값을 구하라고 하는지 혹은 넓이를 구하라고 하는지 잘 파악해야합니다!

두 함수 $f(x),g(x)$ 사이에 있는 (둘러싸인) 넓이를 구하라고 한다면?
당연히 위에 있는 함수에서 아래에 있는 함수를 뺀 함수를 적분하면 되는거 알죠?
사이에 있는 부분이 3,4사분면에 있어도 관계 없어! 그냥 뺀걸 적분하면 되는거야!
두 함수 $f(x),g(x)$ 가 만나는 점이 $x=a, x=b$ 이고, $f(x)$가 $g(x)$보다 위에 있다면, 넓이 S는
$S=\int_a^b f(x)-g(x)dx$ 로 빠르게 계산 할 수 있는 거 기억해주세요!
만나는 점을 굳이 구하지 말라고 하고 범위를 지정해 준다면 만나는 점을 구하는 $f(x)=g(x)$ 식을 세워서 굳이 구할 필요 없고 그냥 적분하면 됩니다!
중요한건 뭐라고? 위에 있는 함수에서 밑에 있는 함수를 뺀 것을 적분한다!!!!!

아 맞다. 애들아 구분구적법을 적분으로 바꾸는 과정에 대해서는 쌤이 저번에 요거프레소에서 화냈는데
기억하죠?

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f\left(a+\frac{(b-a)k}{n}\right)\frac{(b-a)}{n} = \int_a^b f(x)dx$$

$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right)\frac{1}{n} = \int_o^1 f(x)dx$ 이런 거 이제 기억해야해요! 마지막이자나. 수능 보고 까먹어

$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} \Rightarrow \int$ 로 바꿔주고 $\frac{k}{n} \Rightarrow x$ 로, $\frac{1}{n} \Rightarrow dx$ 로 바꿔주는 거 잊지 말고! $\frac{1}{n}$이 없으면 만들어!

THEME 15 미적분의 기본 정리

2019.11.14
다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^x \left\{ \frac{d}{dt} f(t) \right\} dt \ = x^3 + ax^2 - 2$$

를 만족시킬 때, $f'(a)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

COMMENT)
여기 테마에 묶을 수 있는 문제는 이거 밖에 없는 것 같네.

\# 미적분의 기본 정리
함수 $f(x)$가 구간 $[a,b]$에서 연속이고, 함수 $F(x)$가 $f(x)$의 한 부정적분 일 때,
$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ 인거 알쥬? 또 하나, $\int_a^a f(x)dx = 0$ 인거 너무나 당연.
$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$ 도 알아줬으면 하고,
$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt = f(x)$인거 너무나도 당연하지만, 기억하자.

SOL_TIP)
저렇게 $\int_a^x f(t)dt$ 라는 식이 있으면 x에 a를 대입해서 $\int_a^a f(t)dt = 0$ 활용 할 생각하고
양변 미분 하시면 너무나 쉽게 문제가 풀리겠죠?

당연히 가져야 할 태도예요!!!!

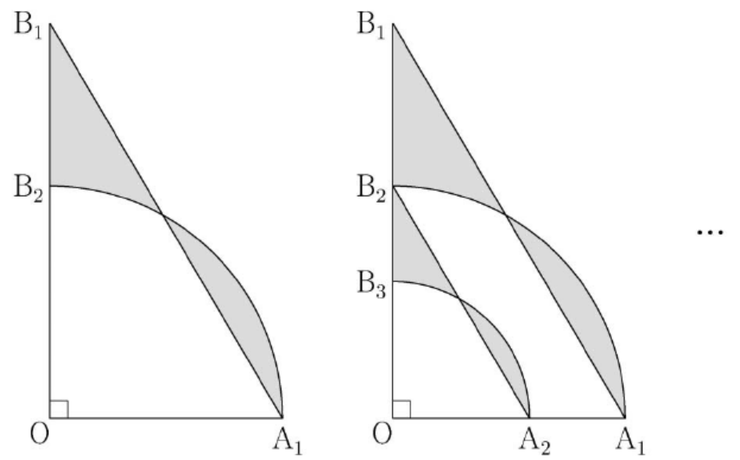
THEME 16 무한등비수열의 합 a.k.a 도형문제

2019.11.16

그림과 같이 $\overline{\mathrm{OA_1}}=4$, $\overline{\mathrm{OB_1}}=4\sqrt{3}$인 직각삼각형 $\mathrm{OA_1B_1}$이 있다. 중심이 O이고 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{OA_1}}$인 원이 선분 $\mathrm{OB_1}$과 만나는 점을 $\mathrm{B_2}$라 하자. 삼각형 $\mathrm{OA_1B_1}$의 내부와 부채꼴 $\mathrm{OA_1B_2}$의 내부에서 공통된 부분을 제외한 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 점 $\mathrm{B_2}$를 지나고 선분 $\mathrm{A_1B_1}$에 평행한 직선이 선분 $\mathrm{OA_1}$과 만나는 점을 $\mathrm{A_2}$, 중심이 O이고 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{OA_2}}$인 원이 선분 $\mathrm{OB_2}$와 만나는 점을 $\mathrm{B_3}$이라 하자. 삼각형 $\mathrm{OA_2B_2}$의 내부와 부채꼴 $\mathrm{OA_2B_3}$의 내부에서 공통된 부분을 제외한 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



R_1 R_2 …

① $\frac{3}{2}\pi$ ② $\frac{5}{3}\pi$ ③ $\frac{11}{6}\pi$ ④ 2π ⑤ $\frac{13}{6}\pi$

COMMENT)
맨날 어렵다고 징징대던 문제네요.
아. 쌤! 도형문제 너무 어려워요!!! 하던 트리오가 생각나네요.
제일 기본적인 STEP 에 대해 쌤이 말했던거 같아요!

도형문제 푸는 STEP

1. 겁먹지 말기
2. 첫 번째 항 $a_1 \mathrm{or} S_1$ 을 정확하게 구해내기!
3. 공비 r을 구해내자! (큰 도형을 기준으로 길이의 비를 구하고 넓이면 제곱! 개수 늘어나면 알죠?)
4. 공식에 대입하자!

$S=\frac{a_1 \mathrm{or} S_1}{1-r}$ [공식은 쉬운데.. 거참.. 구하기가 힘들어... 그쵸?]

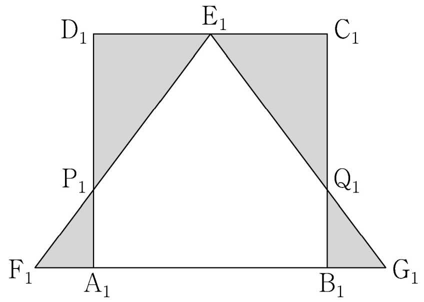
2020.06.17

그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$이 있다. 선분 C_1D_1의 중점을 E_1이라 하고, 직선 A_1B_1 위에 두 점 F_1, G_1을 $\overline{E_1F_1}=\overline{E_1G_1}$, $\overline{E_1F_1}:\overline{F_1G_1}=5:6$이 되도록 잡고 이등변삼각형 $E_1F_1G_1$을 그린다. 선분 D_1A_1과 선분 E_1F_1의 교점을 P_1, 선분 B_1C_1과 선분 G_1E_1의 교점을 Q_1이라할 때, 네 삼각형 $E_1D_1P_1$, $P_1F_1A_1$, $Q_1B_1G_1$, $E_1Q_1C_1$로 만들어진 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

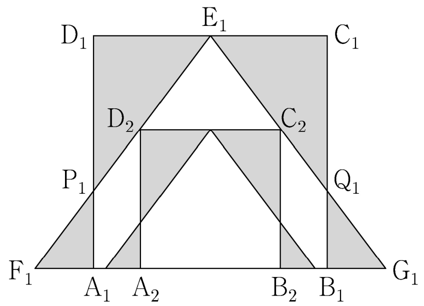
그림 R_1에 선분 F_1G_1 위의 두 점 A_2, B_2와 선분 G_1E_1 위의 점 C_2, 선분 E_1F_1 위의 점 D_2를 꼭짓점으로 하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그리고, 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$에 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]

R_1



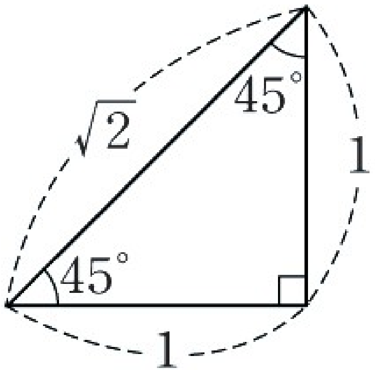
R_2

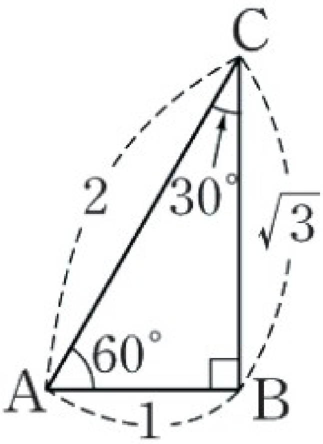


⋮ ⋮

① $\frac{61}{6}$ ② $\frac{125}{12}$ ③ $\frac{32}{3}$ ④ $\frac{131}{12}$ ⑤ $\frac{67}{6}$

SOL_TIP)
가장 기본적으로 직각삼각형을 찾자. 그리고 삼각비를 이용할 생각 꼭 합시다.
특수한 삼각형 다들 알죠?



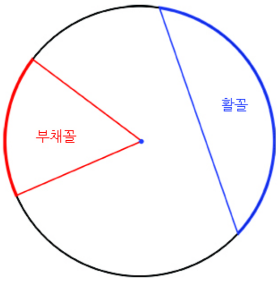


이것도 잘 알아주시고
그다음 중요한건. "닮은 도형"을 찾아보자!
많은 친구들이 닮은 도형 찾는걸 너무 힘들어해요! 닮은 도형 찾는건 중학교때 배운 내용이니까 꼭!!!

또한, 평행선이 나오면 엇각이나 동위각 활용 할 생각 해주시고

원이 나오면 원의 중심으로 시작되는 원의 성질들 이용할 생각!

원의 부분인 부채꼴, 활꼴이 나오면 원의 일부분이라고 꼭 생각하고 원의 부분에서 삼각형을 제외해서 넓이를 구해나갈 생각을 해주시는거 잊지 마세요!



활꼴의 넓이
활꼴의 넓이를 구하는 방법은 다들 이제 잘 알거라 믿습니다.
부채꼴을 그리고 삼각형을 빼는 방법으로 넓이를 구하면 되는 거 알죠?

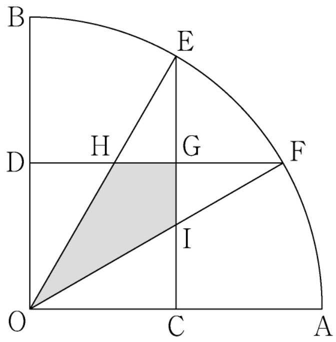
도형 안에 정사각형 이라던지 비율이 일정한 직사각형 같은 게 들어있으면 한 변의 길이를 x로 잡아서 문제를 풀어 나갈려는 생각 또한 하셔야 해요!

2020.09.18

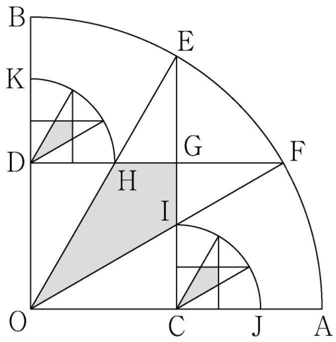
그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 $90°$인 부채꼴 OAB가있다. 선분 OA의 중점을 C, 선분 OB의 중점을 D라 하자. 점 C를 지나고 선분 OB와 평행한 직선이 호 AB와 만나는 점을 E, 점 D를 지나고 선분 OA와 평행한 직선이 호 AB와 만나는 점을 F라 하자.
선분 CE와 선분 DF가 만나는 점을 G, 선분 OE와 선분 DG가 만나는 점을 H, 선분 OF와 선분 CG가 만나는 점을 I라 하자. 사각형 OIGH를 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에 중심이 C, 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{CI}}$, 중심각의 크기가 $90°$인 부채꼴 CJI와 중심이 D, 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{DH}}$, 중심각의 크기가 $90°$인 부채꼴 DHK를 그린다. 두 부채꼴 CJI, DHK에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 두 개의 사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]

① $\frac{2(3-\sqrt{3})}{5}$ ② $\frac{7(3-\sqrt{3})}{15}$ ③ $\frac{8(3-\sqrt{3})}{15}$

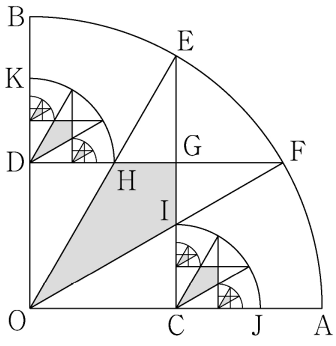
④ $\frac{3(3-\sqrt{3})}{5}$ ⑤ $\frac{2(3-\sqrt{3})}{3}$



R_1



R_2



R_3

⋯

⋯

THEME 17 확률과 경우의 수

2019.11.18

좌표평면의 원점에 점 A가 있다. 한 개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

동전을 한 번 던져
앞면이 나오면 점 A를 x축의 양의 방향으로 1만큼,
뒷면이 나오면 점 A를 y축의 양의 방향으로 1만큼
이동시킨다.

위의 시행을 반복하여 점 A의 x좌표 또는 y좌표가 처음으로 3이 되면 이 시행을 멈춘다. 점 A의 y좌표가 처음으로 3이 되었을 때, 점 A의 x좌표가 1일 확률은? [4점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

2019.11.28

숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 숫자 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 검은 공 3개가 있다. 이 7개의 공을 임의로 일렬로 나열할 때, 같은 숫자가 적혀 있는 공이 서로 이웃하지 않게 나열될 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

2020.06.10

검은 공 3개, 흰 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 3개의 공 중에서 적어도 한 개가 검은 공일 확률은? [3점]

① $\frac{19}{35}$ ② $\frac{22}{35}$ ③ $\frac{5}{7}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{31}{35}$

2020.06.16

한 개의 주사위를 네 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c, d라 하자. 네 수a, b, c, d의 곱 $a\times b\times c\times d$가 12일 확률은? [4점]

① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{5}{72}$ ③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{11}{72}$ ⑤ $\frac{7}{36}$

2020.06.29

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x_1, x_2, x_3의 모든 순서쌍 (x_1, x_2, x_3)의 개수를 구하시오. [4점]

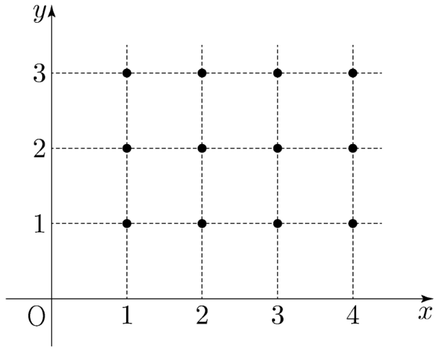
(가) $n=1$, 2일 때, $x_{n+1}-x_n \geq 2$이다.
(나) $x_3 \leq 10$

2020.09.14

다음 조건을 만족시키는 좌표평면 위의 점 (a, b)중에서 임의로 서로 다른 두 점을 선택할 때, 선택된 두 점 사이의 거리가 1 보다 클 확률은? [4점]

(가) a, b는 자연수이다.	(나) $1 \le a \le 4$, $1 \le b \le 3$

① $\frac{41}{66}$ ② $\frac{43}{66}$ ③ $\frac{15}{22}$ ④ $\frac{47}{66}$ ⑤ $\frac{49}{66}$



2020.09.05

다음 조건을 만족시키는 두 자리의 자연수의 개수는? [3점]

(가) 2의 배수이다.

(나) 십의 자리의 수는 6의 약수이다.

① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

2020.09.29

연필 7자루와 볼펜 4자루를 다음 조건을 만족시키도록 여학생 3명과 남학생 2명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오.

(단, 연필끼리는 서로 구별하지 않고, 볼펜끼리도 서로 구별하지 않는다.) [4점]

(가) 여학생이 각각 받는 연필의 개수는 서로 같고, 남학생이 각각 받는 볼펜의 개수도 서로 같다.

(나) 여학생은 연필을 1자루 이상 받고, 볼펜을 받지 못하는 여학생이 있을 수 있다.

(다) 남학생은 볼펜을 1자루 이상 받고, 연필을 받지 못하는 남학생이 있을 수 있다.

COMMENT)
경우의 수와 확률은 쉬우면 쉽다고 말하고 싶고 어려우면 어렵다고 말하고 싶은데,
그럼에도 불구하고 여러분들은 어렵다고 말하겠죠?
그 이유는 딱 하나, 케이스 분류 하는 게 너무 어려워요.
다들, 문제를 푸는데 너무나 귀찮아해요. 그게 쌤은 정말로 걱정입니다. 평소에는 케이스가 너무 많다고 포기하던데, 제발 수능장에서는 꾹 참고 문제를 풀었으면 좋겠어요!

경우의 수와 확률에 나오는 모든 개념을 다 다시 정리할 수는 없지만, 그럼에도 불구하고 쌤이 중요하다고 생각하는 몇 개의 개념에 대해 서술할게요!

순열과 조합에 대한 식의 표현

${}_nP_r$: 서로 다른 n개 중에 r를 뽑아서 나열한다! ${}_nP_r = \dfrac{n!}{(n-r)!}$

${}_nC_r$: 서로 다른 n개 중에 r를 뽑는다! ${}_nC_r = \dfrac{n!}{(n-r)!\,r!}$

${}_{n+1}C_{r+1} = {}_nC_r + {}_nC_{r+1}$: 많이 까먹고 있는 공식이죠? 유용하게 쓰일 겁니다.

SOL_TIP)
어려운 경우의 수, 조건부 확률 이런 문제를 풀어나갈 때, 케이스 분류를 많이 하게 되는데, 그나마 조금 편하게 할 수 있는 방법은 최대한 케이스 분류를 적게 할 수 있는 방법을 추구해야한다는 거예요.
그래서 여사건을 구해서 문제를 조금은 편하게 할 수 있을지 생각을 해보셔야해.

중복조합 (${}_nH_r$) 사용의 대표적인 CASE

1. 부정방정식 $x+y+z=n$ 꼴의 순서쌍 개수
2. $a>b$ 일 때, $f(a) \geq f(b)$ 등의 함수의 개수
3. 전개식 항의 개수 (나올 확률 ↓)
4. 이웃하지 않게 배열하기

이웃 하는 문제의 풀이 접근법

1) 이웃해도 되는 대상 먼저 배열
2) 이웃하지 않아야 하는 대상 → 그 사이에 끼워 넣음

함수의 개수

$X = \{x_1,\ x_2\ .\ .\ .\ x_r\}$, $Y = \{y_1,\ y_2\ .\ .\ .\ y_n\}$

1. $f\ :\ X \to Y$ 인 함수 f의 개수 = n^r
2. $f\ :\ X \to Y$ 인 일대일 함수 f의 개수 = ${}_nP_r$ = ${}_nC_r \times r!$
3. $f\ :\ X \to Y$ 인 증가(감소)함수 f의 개수 = ${}_nC_r$
4. $f\ :\ X \to Y$ 중 $a<b$ 이면 $f(a) \leq f(b)$인 f의 개수 = ${}_nH_r$

THEME 18 확률과 통계에 빈칸이 뚫려있다니

2018.11.19

다음은 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$과 함수 $f:X\to X$에 대하여 합성함수 $f\circ f$의 치역의 원소의 개수가 5인 함수 f의 개수를 구하는 과정이다.

함수 f와 함수 $f\circ f$의 치역을 각각 A와 B라 하자.
$n(A)=6$이면 함수 f는 일대일 대응이고, 함수 $f\circ f$도 일대일 대응이므로 $n(B)=6$이다.
또한 $n(A)\le 4$이면 $B\subset A$이므로 $n(B)\le 4$이다.
그러므로 $n(A)=5$, 즉 $B=A$인 경우만 생각하면 된다.

(i) $n(A)=5$인 X의 부분집합 A를 선택하는 경우의 수는 $\boxed{\text{(가)}}$이다.
(ii) (i)에서 선택한 집합 A에 대하여, X의 원소 중 A에 속하지 않는 원소를 k라 하자.
$n(A)=5$이므로 집합 A에서 $f(k)$를 선택하는 경우의 수는 $\boxed{\text{(나)}}$이다.
(iii) (i)에서 선택한 $A=\{a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ a_5\}$와 (ii)에서 선택한 $f(k)$에 대하여, $f(k)\in A$이며 $A=B$이므로 $A=\{f(a_1),\ f(a_2),\ f(a_3),\ f(a_4),\ f(a_5)\}\cdots(*)$ 이다. (*)을 만족시키는 경우의 수는 집합 A에서 집합 A로의 일대일 대응의 개수와 같으므로 $\boxed{\text{(다)}}$이다.

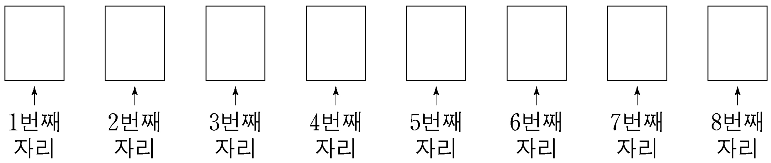
따라서 (i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 함수 f의 개수는
$\boxed{\text{(가)}}\times\boxed{\text{(나)}}\times\boxed{\text{(다)}}$이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r이라 할 때, $p+q+r$의 값은?

① 131 ② 136 ③ 141 ④ 146 ⑤ 151

2020.06.19

1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 그림과 같은 8개의 자리에 각각 한 장씩 임의로 놓을 때, 8 이하의 자연수 k에 대하여 k번째 자리에 놓인 카드에 적힌 수가 k 이하인 사건을 A_k라 하자.



다음은 두 자연수 m, $n(1 \le m < n \le 8)$에 대하여 두 사건 A_m과 A_n이 서로 독립이 되도록 하는 m, n의 모든 순서쌍 $(m,\ n)$의 개수를 구하는 과정이다.

> A_k는 k번째 자리에 k 이하의 자연수 중 하나가 적힌 카드가 놓여있고, k번째 자리를 제외한 7개의 자리에 나머지 7장의 카드가 놓여 있는 사건이므로 $\mathrm{P}(A_k) = \boxed{(가)}$ 이다.
>
> $A_m \cap A_n (m < n)$은 m번째 자리에 m 이하의 자연수 중 하나가 적힌 카드가 놓여 있고, n번째 자리에 n 이하의 자연수 중 m번째 자리에 놓인 카드에 적힌 수가 아닌 자연수가 적힌 카드가 놓여 있고, m번째와 n번째 자리를 제외한 6개의 자리에 나머지 6장의 카드가 놓여있는 사건이므로 $\mathrm{P}(A_m \cap A_n) = \boxed{(나)}$ 이다.
>
> 한편, 두 사건 A_m과 A_n이 서로 독립이기 위해서는 $\mathrm{P}(A_m \cap A_n) = \mathrm{P}(A_m)\mathrm{P}(A_n)$을
> 만족시켜야 한다.
>
> 따라서 두 사건 A_m과 A_n이 서로 독립이 되도록 하는 m, n의 모든 순서쌍 $(m,\ n)$의 개수는 $\boxed{(다)}$이다.

위의 (가)에 알맞은 식에 $k=4$를 대입한 값을 p, (나)에 알맞은 식에 $m=3$, $n=5$를 대입한 값을 q, (다)에 알맞은 수를 r라 할 때, $p \times q \times r$의 값은? [4점]

① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

2020.09.19

빨간색 공 6개, 파란색 공 3개, 노란색 공 3개가 들어있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내는 시행을 하여, 다음 규칙에 따라 세 사람 A, B, C가 점수를 얻는다. (단, 한 번 꺼낸 공은 다시 주머니에 넣지 않는다.)

- 빨간색 공이 나오면 A는 3점, B는 1점, C는 1점을 얻는다.
- 파란색 공이 나오면 A는 2점, B는 6점, C는 2점을 얻는다.
- 노란색 공이 나오면 A는 2점, B는 2점, C는 6점을 얻는다.

이 시행을 계속하여 얻은 점수의 합이 처음으로 24점 이상인 사람이 나오면 시행을 멈춘다. 다음은 얻은 점수의 합이 24점 이상인 사람이 A 뿐일 확률을 구하는 과정이다.

꺼낸 빨간색 공의 개수를 x, 파란색 공의 개수를 y, 노란색 공의 개수를 z라 할 때, 얻은 점수의 합이 24점 이상인 사람이 A 뿐이기 위해서는 x, y, z가 다음 조건을 만족시켜야한다.

$x=6$, $0<y<3$, $0<z<3$, $y+z\geq 3$ 이 조건을 만족시키는 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$ 는

$(6,\ 1,\ 2)$, $(6,\ 2,\ 1)$, $(6,\ 2,\ 2)$이다.

(ⅰ) $(x,\ y,\ z)=(6,\ 1,\ 2)$인 경우의 확률은 $\boxed{(가)}$이다.

(ⅱ) $(x,\ y,\ z)=(6,\ 2,\ 1)$인 경우의 확률은 $\boxed{(가)}$이다.

(ⅲ) $(x,\ y,\ z)=(6,\ 2,\ 2)$인 경우는 10번째 시행에서 빨간색 공이 나와야 하므로 그 확률은 $\boxed{(나)}$ 이다.

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에 의하여 구하는 확률은 $2\times\boxed{(가)}+\boxed{(나)}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 p, q라 할 때, $p+q$의 값은? [4점]

① $\dfrac{13}{110}$ ② $\dfrac{27}{220}$ ③ $\dfrac{7}{55}$ ④ $\dfrac{29}{220}$ ⑤ $\dfrac{3}{22}$

COMMENT)

흠.. 정말 미안하다. 쌤도 이 문제들을 보면서 뭔가 엄청난 되게 항상 통하는 파훼법을 찾지 못한 거 같아. 확률과 통계의 범주는 너무나 다양하고 그 다양함 속에서 어떠한 상황을 주느냐에 따라 문제의 풀이 방향이 달라지고 또 어디에 빈칸을 제시하느냐에 따라 문제의 난이도도 케이스 분류도 참 많이 달라지는 것 같아.

그럼에도 불구하고 쌤은 어떻게 접근하는지에 대한 행동원칙에 대해 소개할게.
1. 문제를 너무 어렵게 보지 말아줘. 다시 말해, 스스로 이미 못풀거라는 생각따윈 접어두자.
2. 문제에서 너네들에게 제시하는 방향이 아닌 다른 방법을 생각하진 말아줘.
다시 말해, 문제의 빈칸도 안보고 그냥 문제를 풀 생각은 접어둬. 문제의 풀이는 흐름이야. 문제가 나눈 케이스를 그대로 받아들이고, 문제가 케이스 별로 다른 문제라고 생각하고 접근해보자.
3. 주어진 상황을 명확하게 이해해줘.
4. 케이스를 하나하나 뜯어내고 문제를 간소화해서 빈칸 하나 하나 놓고 보자.
예를 들어줄게. 9월에 본 문제를 가지고 예시를 들면 문제는 총 3개였던 문제인거지. 19-1,19-2,19-3

> 2020.09.19-1
> 빨간색 공 6개, 파란색 공 3개, 노란색 공 3개가 들어있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내는 시행을 한다. 꺼낸 빨간색 공의 개수를 x, 파란색 공의 개수를 y, 노란색 공의 개수를 z라 할 때, $(x,\ y,\ z)=(6,\ 1,\ 2)$인 경우의 확률은?
> (단, 한 번 꺼낸 공은 다시 주머니에 넣지 않는다.)
>
> ① $\frac{9}{220}$ ② $\frac{27}{220}$ ③ $\frac{7}{55}$ ④ $\frac{29}{220}$ ⑤ $\frac{3}{22}$

(가) 라는 빈칸 문제를 하나의 문제로 다시 만들어 주면, 이런 기본 문제가 탄생하지.

12개 중에 총 9개를 뽑고 각각의 숫자가 저렇게 되어야하니까 $\frac{{}_6C_6 \times {}_3C_1 \times {}_3C_2}{{}_{12}C_9} = \frac{9}{220}$

(나)라는 문제도 하나의 별개의 문제로 다시 만들어주면,

> 2020.09.19-2
> 빨간색 공 6개, 파란색 공 3개, 노란색 공 3개가 들어있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내는 시행을 한다. 꺼낸 빨간색 공의 개수를 x, 파란색 공의 개수를 y, 노란색 공의 개수를 z라 할 때, $(x,\ y,\ z)=(6,\ 2,\ 2)$인 경우의 확률은?
> (단, 마지막에는 빨간색을 뽑아야하고, 한 번 꺼낸 공은 다시 주머니에 넣지 않는다.)
>
> ① $\frac{9}{220}$ ② $\frac{18}{220}$ ③ $\frac{7}{55}$ ④ $\frac{29}{220}$ ⑤ $\frac{3}{22}$

그럼 9개 뽑을 때까지는 그냥 뽑으면 되는 거고, 마지막에 빨간색만 뽑으면 되니까

$\frac{{}_6C_5 \times {}_3C_2 \times {}_3C_2}{{}_{12}C_9}$ 이게 9개 뽑는 경우, 마지막에 빨간색 뽑는 건 $\frac{1}{3}$, 그러니까 $\frac{{}_6C_5 \times {}_3C_2 \times {}_3C_2}{{}_{12}C_9} \times \frac{1}{3} = \frac{18}{220}$

결국은, 쌤이 말하고 싶은 건, 문제가 즉, 출제자가 이렇게 풀어야 정답이라고 하니까, 믿고 따라가 주자. 우리보다 똑똑한 양반들이 낸 문제니까, 그들의 풀이법을 인정해주고 그대로, 구하라는 것만 구하자. 그리고 그들의 풀이 진행이 맞다는 걸 믿자.