

[나승민/한성은 모의고사]

| 대학수학능력시험 수학(나형) 연습 (1/4) |

| 나승민 (성균관대 수학과)

이투스앤써, 이투스 네오

종간맛, 매운맛도 연습합시다

9평 잘보세요.

수학에 감각을 더하다.

instagram @cremath_david

| 한성은 (POSTECH 수학과)

이투스앤써, 일산 종로, 일산 클라비스, 5A ACADEMY

수준 이하의 6월을 보고 나니 의욕이 사라지는군요.

6월 변형으로 제작하려 했는데 건진 문제가 없네요.

hansungeun.com

- 저자소개, 학습자료, 교재판매

| CCL

- 허락 없이 문제를 쓰실 수 있지만, 출처를 반드시 표시해 주세요.

- 자신이 저작자라는 주장을 하지 말아 주세요.

수학 영역(나형)

5지선다형

1. $\sqrt[5]{16 \times 4^2}$ 의 값은? [2점]

- ① 4 ② 8 ③ 16
④ 32 ⑤ 64

2. 함수 $f(x) = 2x^3 + 3x - 1$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 5 ③ 7
④ 9 ⑤ 11

3. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_1 \times a_3 = 16$ 일 때, a_2 의 값은? [2점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{\sqrt{x+2} - 2}$ 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 32 ③ 64
④ 128 ⑤ 256

2

수학 영역(나형)

5. 두 사건 A, B 에 대하여 A 와 B^c 은 서로 배반사건이고,

$$P(A) = \frac{1}{3}, \quad P(B) = \frac{2}{5}$$

이다. $P(A|B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

6. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x-1 & (x \geq a) \\ x^2-3x & (x < a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때,
상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

7. $\overline{AB}=4$, $\overline{AC}=3$, $\angle BAC=60^\circ$ 인 삼각형 ABC 에서
 \overline{BC} 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{11}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{13}$
④ $\sqrt{14}$ ⑤ $\sqrt{15}$

8. 다항식 $(1+3x)^5$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는? [3점]

- ① 30 ② 45 ③ 60
 ④ 90 ⑤ 180

9. 함수 $y=2 \times 3^x + 1$ 의 그래프는 함수 $y=3^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 것이다. 이때, 3^{m+n} 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

10. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = a_3 + 4, \quad 3a_4 - a_6 + 3a_8 = 25$$

일 때, $a_k < 0$ 을 만족시키는 자연수 k 의 최솟값은? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10
 ④ 11 ⑤ 12

11. 모평균이 m , 모표준편차가 σ 인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $219.3 \leq m \leq 258.5$ 이다. σ 의 값은? [3점]
(단, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.)
- ① 42 ② 40 ③ 38
④ 36 ⑤ 34

12. 함수 $f(x) = x^3 + 2x^2 - x$ 에서 x 의 값이 0에서 k 까지 변할 때의 평균변화율이 $f'(1)$ 이다. 양수 k 의 값은? [3점]
- ① $1 + 2\sqrt{2}$ ② $1 + 3\sqrt{2}$ ③ $-1 + \sqrt{2}$
④ $-1 + 2\sqrt{2}$ ⑤ $-1 + 3\sqrt{2}$

13. 양수 k 에 대하여 함수 $f(x)=4^{x-1}+k$ 의 역함수의 그래프를 x 축의 방향으로 6만큼 평행이동시킨 곡선을 $y=g(x)$ 라 하자. 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 점근선의 교점이 직선 $x-4y=0$ 위에 있을 때, k 의 값은? [3점]
- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

14. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_{10}=12$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$\begin{cases} a_{2n} = 2a_n \\ a_{2n+1} = a_n + 2 \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_{12}+a_{13}$ 의 값은? [4점]

- ① 18 ② 20 ③ 22
 ④ 24 ⑤ 26

6

수학 영역(나형)

15. 확률변수 X 는 정규분포 $N(4, 4)$, 확률변수 Y 는 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 를 따른다.

$$P(X \leq 0) = P(Y \leq 0) = P(Y \geq 4)$$

일 때, $m + \sigma$ 의 값은? (단, $\sigma > 0$ 이다.) [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

16. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 할 때, $a+b$ 가 4의 배수이거나 $a=b$ 일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

17. 상수 k 와 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(k) = -6$
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $\int_{-x}^x f(t)dt = 6x+k$ 이다.

함수 $f(x)$ 의 극댓값이 7일 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]

- ① -5 ② -3 ③ -1
 ④ 1 ⑤ 3

18. 공차가 -2 인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자, 자연수 k 에 대하여

$$a_k = -5, \quad S_2 = S_k - S_{k+2}$$

가 성립할 때, a_1 의 값은? [4점]

- ① 9 ② 10 ③ 11
 ④ 12 ⑤ 13

19. 방정식 $\frac{1}{4}x^4 - x^3 - a = 0$ 이 $-2 \leq x \leq 4$ 에서 서로 다른

두 실근을 갖도록 하는 정수 a 의 개수는? [4점]

- ① 3 ② 5 ③ 7
 ④ 9 ⑤ 11

20. 주머니에 검은 공 5개와 흰 공 5개가 들어 있다.

이 주머니에서 A가 임의로 3개의 공을 꺼낸 후, B가 나머지 7개의 공 중에서 임의로 3개의 공을 꺼내어

가진다. 이 시행에서 A가 꺼낸 검은 공의 개수와

B가 꺼낸 검은 공의 개수가 서로 다를 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{9}{14}$
 ④ $\frac{5}{7}$ ⑤ $\frac{11}{14}$

21. 곡선 $y=|2^x-1|$ 과 원 $x^2+y^2=r^2$ 이 만나는 두 점을 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ 라 하자. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $x_1 < x_2$ 이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $x_1 + y_2 < x_2 + y_1$

ㄴ. $x_1 + x_2 < 0$

ㄷ. $|x_1 y_2 - x_2 y_1| \leq r^2$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = \int (3x^2 + 2x) dx$ 이고 $f(0) = 0$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하여라. [3점]

23. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가

$$f(2) = 1, \quad f'(2) = 3$$

을 만족시킨다. 함수 $g(x) = (x^2 + x)f(x)$ 에 대하여 $g'(2)$ 의 값을 구하여라. [3점]

24. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 3x^3}{x^2} = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 2$$

을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값을 구하여라. [3점]

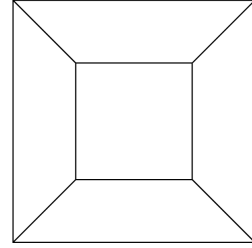
25. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n (k-2)a_k = \frac{1}{3}n^3 - \frac{7}{3}n$$

을 만족시킨다. $\sum_{k=1}^6 a_k = 36$ 일 때, a_2 의 값을 구하여라.

[3점]

26. 그림과 같이 두 대각선의 교점이 서로 일치하고 크기가 다른 두 정사각형의 꼭짓점들을 적당히 연결하여 만든 도형이 있다. 큰 정사각형의 내부에 만들어지는 5개의 영역에 서로 다른 5가지 색을 모두 사용하여 칠하려고 한다. 한 영역에 한 가지 색만을 칠할 때, 색칠한 결과로 나올 수 있는 경우의 수를 구하여라. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]



27. 같은 종류의 빵 10개를 4명의 학생 A, B, C, D에게 남김없이 나누어 주려고 한다. A보다 많은 개수의 빵을 받은 학생이 없도록 나누어 주는 방법의 수를 구하여라. (단, 빵은 찢어지지 않고, 빵을 1개도 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [4점]

28. 구간 $[0, 16]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} \sin \pi x + |\sin \pi x| & (0 \leq x < 8) \\ 2\sin \pi x + 2|\sin \pi x| & (8 \leq x \leq 16) \end{cases}$$

에 대하여 방정식 $f(x) - \log_2 x = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 구하여라. [4점]

29. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 모든 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수가 다음 조건을 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하여라. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

(가) $|f(1) - f(2)| \leq 1$

(나) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 3이다.

30. $f(0) = 4$ 인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_4^x (t-1)f(t)dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$ 는 극댓값을 갖지 않는다.

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) \geq 0$ 이다.

$4 \times g(5)$ 의 값을 구하여라. [4점]

[나승민/한성은 모의고사]
수능(나형) 연습(1/4) 정답표

| 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 01 | ⑤ | 02 | ④ | 03 | ① | 04 | ④ | 05 | ⑤ |
| 06 | ① | 07 | ③ | 08 | ④ | 09 | ③ | 10 | ② |
| 11 | ② | 12 | ④ | 13 | ② | 14 | ⑤ | 15 | ① |
| 16 | ② | 17 | ③ | 18 | ① | 19 | ③ | 20 | ④ |
| 21 | ⑤ | 22 | 12 | 23 | 23 | 24 | 7 | 25 | 12 |
| 26 | 30 | 27 | 81 | 28 | 11 | 29 | 85 | 30 | 27 |

COMMENT 17

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 라 하자. $\int_{-x}^x f(t)dt = \int_{-x}^x (bt^2 + d)dt = \frac{2}{3}bx^3 + 2dx$ 이므로 $b=0, d=3, k=0$ 이다.

$f'(0) = -6$ 에서 $c = -6$, 극댓값 $f\left(-\sqrt{\frac{2}{a}}\right) = 7$ 을 풀면 $a = 2$ 이므로 $f(x) = 2x^3 - 6x + 3$ 이다.

COMMENT 18

등차수열의 합은 '상수항이 없는 이차식'이다. $S_2 - S_0 = S_k - S_{k+2}$ 를 잘 살펴보면 $S_{k+2} = 0$ 각이 뜬다.

$a_k = -5, a_{k+1} = -7, a_{k+2} = -9$ 에서 $S_{k+1} = S_{k+2} - a_{k+2} = 9$ 이다. 이 값이 $S_1 = a_1$ 이다.

※ 물론 정상적으로 풀어도 좋다. 두 개의 식을 연립하여 a_1 과 k 를 구하면 된다. $k=8$ 이다.

COMMENT 19

준 방정식은 $\frac{1}{4}x^4 - x^3 = a$ 이다. $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^3$ 의 그래프를 그리자.

$f'(x) = x^3 - 3x^2$ 이고, $-2 \leq x \leq 4$ 에서 $f(x)$ 는 12에서 $-\frac{27}{4}$ 쪽고 다시 0까지 커진다.

서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 정수 a 는 $-6, -5, -4, \dots, 0$ 으로 7개

COMMENT 20

여사건각이지요. $1 - \frac{{}_5C_2 \times {}_5C_1 \times {}_3C_2 \times {}_4C_1 + {}_5C_1 \times {}_5C_2 \times {}_4C_1 \times {}_3C_2}{{}_{10}C_3 \times {}_7C_3}$ 이다.

COMMENT 21

니은) 대충 그리고 맞다고 생각할 수 있을텐데, 쉽지 않은 보기.

원점에서 좌접선(?), 우접선(?)을 그려보자. 볼록성 문제였던 것이다.

디글) 일단 식을 두 가지로 해석할 수 있다.

① 신발끈에 의해 $|x_1y_2 - x_2y_1|$ 은 삼각형 OP_1P_2 넓이의 두 배다.

② 직선 OP_1 과 점 P_2 사이의 거리는 $\frac{|x_1y_2 - x_2y_1|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}$ 에서 $x_1^2 + y_1^2 = r^2$ 이므로

어느 경우든 $|x_1y_2 - x_2y_1| \leq r^2$ 인 것을 확인할 수 있을 것이다.

COMMENT 25

$(n-2)a_n = \left\{\frac{1}{3}n^3 - \frac{7}{3}n\right\} - \left\{\frac{1}{3}(n-1)^3 - \frac{7}{3}(n-1)\right\}$ 에서 a_2 는 알 수 없군요.

COMMENT 27

네 학생이 받는 빵의 개수를 각각 a, b, c, d 라 하면 $a+b+c+d=10$ 이다.

Case1) a 가 5 이상인 경우의 수 : $(a-5)+b+c+d=5$ 에서 ${}_4H_5 = 56$ 이다.

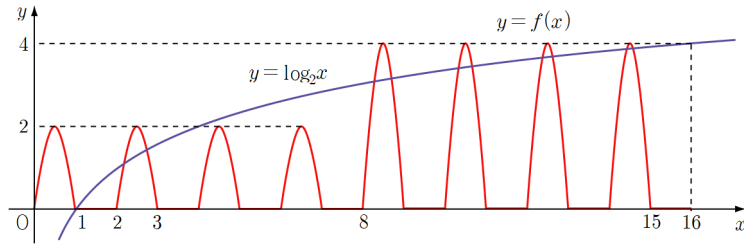
Case2) $a=4$ 인 경우의 수 : b, c, d 가 취할 수 있는 값이

$[4, 2, 0], [4, 1, 1], [3, 3, 0], [3, 2, 1], [2, 2, 2]$ 이고 각각 6, 3, 3, 6, 1로 모두 19이다.

Case3) $a=3$ 인 경우 : b, c, d 가 취할 수 있는 값이 $[3, 3, 1], [3, 2, 2]$ 이고 각각 3, 3으로 모두 6이다.

COMMENT 28

두 함수 $y=f(x), y=\log_2 x$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



COMMENT 29

전체 경우의 수는 $4^4 = 256$, 사건의 경우의 수는 아래와 같이 84이다.

Case1) $f(1) = f(2)$ 일 때 24가지

지역 선택 ${}_4C_3$ 에 $f(1) = f(2), f(3), f(4)$ 를 대응시켜 줘야 한다.

Case2) $f(1) \neq f(2)$ 일 때 60가지

$\{f(1), f(2)\}$ 선택 3가지, 대응 2가지.

$f(1), f(2)$ 가 아닌 지역의 원소 선택 2가지, $f(3), f(4)$ 선택 $3^2 - 2^2$ 가지.

COMMENT 30

$g(4) = 0$ 이고 $g'(x) = (x-1)f(x)$ 이다.

(나)의 조건과 $g(4) = 0$ 에서 $g'(4) = 0$ 이므로

$g'(x) = (x-1)(x-4)(ax+b)$ 이다.

$g(x)$ 가 극댓값을 갖지 않으려면 $ax+b=0$ 의 근이 1 또는 4이다.

이 중 4인 것은 (나)의 조건과 위배이므로 $g'(x) = k(x-1)^2(x-4)$ 이다.

$f(0) = 4$ 와 맞춰보면 $f(x) = (x-1)(x-4)$ 이고 $g'(x) = (x-1)^2(x-4)$ 이다.

$g(x)$ 는 적분치고 $g(4) = 0$ 에 맞춰보면 $g(x) = \frac{1}{4}(x-1)^3(x-5) + \frac{27}{4}$ 이다.

사차함수의 3:1 성질에서 상황 설정했지롱.