

수학 영역 (가형)

홀수형

성명		수험 번호					-				
----	--	-------	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(A형/B형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정확히 기재하십시오.

산소를 기피하는 사람은 오뚜기피자 ♥

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 정답에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점, 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역(가형)

홀수형

5지선다형

1. ${}_6P_2$ 의 값은? [2점]

- ① 25 ② 30 ③ 35 ④ 40 ⑤ 45

2. $\tan \frac{5}{4}\pi$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ② $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(1+x)^{\frac{2}{x}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

4. 함수 $f(x) = e^{2x-1}$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① $2e^3$ ② $3e^2$ ③ $3e^3$ ④ $4e^2$ ⑤ $4e^3$

5. $0 \leq x \leq \pi$ 에서 부등식 $\sin 2x \geq \frac{1}{2}$ 의 해는 $\alpha \leq x \leq \beta$ 이다.

실수 α, β 에 대하여 $\beta - \alpha$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\pi}{12}$ ② $\frac{\pi}{6}$ ③ $\frac{\pi}{4}$ ④ $\frac{\pi}{3}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

6. 두 실수 a, b 에 대하여 함수 $y = \log_2(x-a) + b$ 의 역함수의 그래프가 두 점 $(1, 4), (3, 7)$ 을 지날 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

7. $\int_0^1 2xe^{x^2} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $e-2$ ② $e-1$ ③ e ④ $e+1$ ⑤ $e+2$

8. 9를 3 이하의 자연수로 분할하는 경우의 수는? [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

9. 좌표평면에서 직선 $y=x$ 와 양의 방향으로 $\frac{\pi}{6}$ 의 각을 이루는

직선의 기울기는? [3점]

- ① $1+\sqrt{2}$ ② $1+\sqrt{3}$ ③ $2+\sqrt{2}$
- ④ $2+\sqrt{3}$ ⑤ $2+\sqrt{5}$

10. 곡선 $y=x(\ln x)^2$ 의 변곡점에서 그은 접선이 점

$(-\frac{1}{e}, k)$ 를 지날 때, 실수 k 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{3}{2e}$ ③ $\frac{2}{e}$ ④ $\frac{5}{2e}$ ⑤ $\frac{3}{e}$

11. 함수 $y=1+\log_3(x^2-4x+7)$ 은 $x=a$ 에서 최솟값 b 를
 갖는다. 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

12. 곡선 $y=(x-2)\ln x$ 와 x 축으로 둘러싸인 영역의 넓이는?
 [3점]

- ① $2\ln 2 - 1$ ② $2\ln 2 - \frac{5}{4}$ ③ $2\ln 2 - \frac{3}{2}$
 ④ $3\ln 2 - \frac{5}{4}$ ⑤ $3\ln 2 - \frac{3}{2}$

13. 다항식 $(2x+k)^3$ 에서 x^3 의 계수, x^2 의 계수, x 의 계수가 순서대로 등차수열을 이루도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은? [3점]

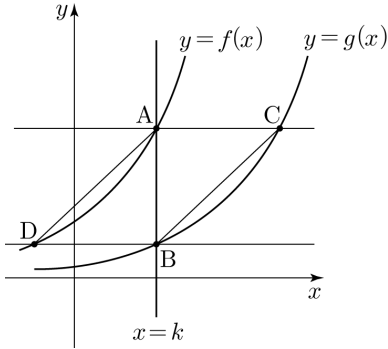
- ① 3
- ② $\frac{7}{2}$
- ③ 4
- ④ $\frac{9}{2}$
- ⑤ 5

14. 집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 다음 조건을 만족시키는 두 집합 A, B 의 순서쌍 (A, B) 의 개수는? [4점]

(가) $A \cup B = U$
 (나) $n(A \cap B) = 1$

- ① 60
- ② 80
- ③ 100
- ④ 120
- ⑤ 140

15. 두 함수 $f(x)=e^x$ 와 $g(x)=\frac{1}{2}e^x$ 에 대하여 직선 $x=k$ 가 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 와 만나는 점을 각각 점 A 와 B 라 하자. 점 A 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=g(x)$ 와 만나는 점을 C, 점 B 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, 사각형 ADBC 의 넓이가 $\ln 2$ 가 되도록 하는 상수 k 의 값은? [4점]
- ① $\ln 2$ ② $\ln 3$ ③ $2\ln 2$ ④ $\ln 5$ ⑤ $\ln 6$



16. 다음은 부등식을 이용하여 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^x}$ 의 값을 구하는 과정이다.

함수 $f(x)=e^{\frac{x}{2}}-x$ 에 대하여

$$f'(x)=\frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}-1$$

이다.

이를 이용하여 $f(x)$ 의 증감표를 그리면

x	...	(가)	...
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘	(나)	↗

실수 전체의 집합에서 $f(x)$ 의 최솟값이 (나) 이므로 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) > 0$ 임을 알 수 있다.

한편, 양의 실수 x 에 대하여 $\frac{x}{e^x} > 0$ 이므로 주어진

부등식을 이용하면

$$0 < \frac{x}{e^x} < e^{-\frac{x}{2}}$$

임을 알 수 있다. 따라서 함수의 극한의 대소관계에

의하여 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^x} =$ (다) 이다.

- (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

17. 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin^{2n+1}x}{1 + \sin^{2n}x}$ 에 대하여 함수

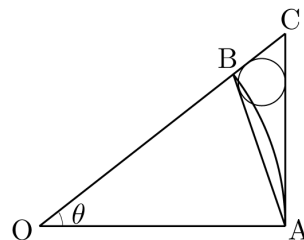
$y = f(x) \cos(kx)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되기 위한 양수 k 의 최솟값은? [4점]

- ① $\frac{2}{\pi}$ ② 1 ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ 2 ⑤ π

18. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가

θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)인 부채꼴 OAB에 대하여 점 A를 지나고 선분 OA에 수직인 직선이 직선 OB와 만나는 점을 C라 하자. 삼각형 ABC에 내접하는 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 할 때,

$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{r(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

19. 양의 실수의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(x) > 0$ 이다. 임의의 양의 실수 k 에 대하여, 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축, y 축 및 직선 $x=k$ 로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하고 x 축에 수직으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피가 $2-(k^2+2k+2)e^{-k}$ 일 때, $f(x)$ 의 최댓값은? [4점]

- ① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{e}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{e}$ ④ $\frac{2}{e}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{e}$

20. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) > 0$

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $\int_0^{-x} f(t)dt = \ln f(x)$

다음 중 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점]

<보 기>

ㄱ. $f(0) = 1$

ㄴ. $f'(-x) = f'(x)$

ㄷ. $\int_{-1}^1 \{f(x) + f(-x)\} dx = 4$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. $f(0)=0$ 인 연속함수 $y=f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)-f(-h)}{h} = 0$
- (나) $f'(x)=0$ ($0 < |x| < k$)
- (다) $f(x) = x^2 e^{-|x|}$ ($|x| \geq k$)

$\int_{-1}^2 f(x)dx$ 의 최댓값은? (단, $0 < k < 2$ 이다.)

- ① $\frac{4}{e} - \frac{8}{e^2}$ ② $\frac{9}{2e} - \frac{9}{e^2}$ ③ $\frac{6}{e} - \frac{10}{e^2}$
- ④ $\frac{11}{2e} - \frac{11}{e^2}$ ⑤ $\frac{8}{e} - \frac{10}{e^2}$

단답형

22. 함수 $y = 3\sin x + 5$ 의 최댓값을 구하십시오. [3점]

23. 부등식

$$\log_{\sqrt{2}}(x-1) < \log_2(7-x)$$

를 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하십시오. [3점]

24. 원점에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t 에서의 위치 $x(t)$ 는 $x(t) = \ln(1+t^2)$ 를 만족시킨다. 실수 k 에 대하여 점 P의 속도가 $t=k$ 에서 최대일 때, $120k$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수 $f(x) = \frac{a^x}{\ln a}$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x^3 - 1} = 6$ 일 때, 양의 실수 a 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수 $f(x) = e^x + x$ 에 대하여 함수 $f(2x-1)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. $100g'(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 네 자연수 x, y, z, w 에 대하여

$$x \times y \times z \times w = 210$$

을 만족시키는 x, y, z, w 의 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수를 구하시오. [4점]

28. 함수 $f(x) = x^3 + 2x$ 의 역함수 $g(x)$ 에 대하여,

$$\int_0^{12} f'(g(x))dx \text{의 값을 } k \text{라 할 때, } 5k \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$

29. A반 학생 4명, B반 학생 2명, C반 학생 2명이 일렬로 줄을 설 때, 차례로 1부터 8까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 카드를 한 장씩 받는다. 다음 조건을 만족시키도록 8명의 학생이 줄을 서는 경우의 수를 구하시오. [4점]

- (가) 같은 반의 학생들끼리는 이웃하여 줄을 서지 않는다.
 (나) B반과 C반 학생들이 가진 카드에 적힌 숫자의 합은 A반 학생들이 가진 카드에 적힌 숫자의 합보다 크다.
 (다) B반 학생들이 가진 카드에 적힌 숫자의 합은 C반 학생들이 가진 카드에 적힌 숫자의 합보다 작지 않다.

30. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \int_1^{x^2+ax+b} \ln(\sqrt{t-c}) dt \text{에 대하여}$$

$f'(x-1)+f'(-x)=0$ 이 성립한다. 함수 $f(x)$ 가 한 개의 극값을 가지며 그 값이 0이 되도록 하는 c 의 범위가 $c \leq k$ 일 때, $100(a+b+k)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.