2018학년도 수능수학

『이젠, 이정환 실전력 극대화 수학이 대세입니다.』

모의고사가 끝났습니다. 매번 말씀드리지만 ‘모의고사’에서 점수는 그 자체로는 중요하지 않습니다. 그렇다고 해서 모의고사의 결과를 무시해도 되는 것은 아닙니다. 드러난 문제점이 무엇이고, 그것을 해결하려면 앞으로 어떻게 공부해야 할지를 생각해보는 것은 중요합니다. 수능도 먼 훗날의 이야기이긴 하지만 문제점이 드러났음에도 불구하고 애써 그것을 외면하면 남은 공부기간에 큰 전환점을 만들기가 어려울 수도 있습니다.

몇 문항에 대해서만 논평을 드리도록 하겠습니다. 정답률이 매우 낮았던 문항, 1등급 이상을 위해서는 반드시 해결해야 하는 문항을 다루도록 하겠습니다. 다른 문항과 관련된 이야기들은 이 글이 아닌 다른 주제의 글을 통해서 일반적인 학습의 원칙과 방법을 말씀드릴 별도의 기회를 갖도록 하겠습니다.

〈 가형 〉

20. 합답형 문항으로 출제되었지만 아마도 평가원이라면 합답형이 아닌 단순한 단답형이나 주관식 문항으로 출제했을 것으로 봅니다. 이런 성격의 합답형은 굳이 표현하면 ‘ㄷ) 명제를 판정하기 위한 풀이과정을 명제 ㄱ) 과 ㄴ) 등에 제시하는 것인데 그럴 경우 문제만을 보면 ’생각해야 할 가짓수‘가 많은 경우에 출제합니다.

그런데 이 문항의 경우에는 합답형이 아니라 상황을 주고 $\int_0^7 g(t)dt$를 구하라고 해도, 선택해야 할 방향이 뚜렷합니다. 즉 합답형으로 주어지지 않아도 $0 \le t < 3$과 $3 \le t < 7$로 구분하고 각각에 대해서 함수 $g(t)$를 구해서 정적분을 구해야 함이 명확하기 때문입니다.

따라서 이 문항은 맞힌 경우라고 하더라도 문제를 보고 ㄱ)과 ㄴ)의 도움 없이 ㄷ)를 해결할 수 있어야 한다는 기준에서 반성해야 합니다. 그런 수준에서만 수능 수준의 문제를 대비함에 모자람이 없을 것입니다.

반대로 틀린 경우에는 많은 반성이 필요합니다. 접선의 방정식에 대한 기본공식을 알고 있음에도 불구하고 구간을 나눌 생각을 못하거나 또는 함수 $g(t)$를 구하지 못했다면 ‘접선’과 관련한 교과서 수준을 벗어난 이런 저런 ‘잡스러운’[1] 추가개념, 따름정리 등등을 우선 멀리해야 합니다. 곡선위의 점이 갖는 기본적인 성질, 기본적인 접선의 방정식, 그에 관련된 가장 간단한 수준의 계산도 못하면서 교과서에 없는 이런 저런 것들 많이 알아봐야 점수에 전혀 도움이 안될 뿐입니다.

1) 아무리 중요하다고 생각해도 이런 문제도 해결못하면서 알고 있는 교과서 외의 모든 내용은 잡스러운 것일 뿐입니다.

21. 아마도 모의고사가 있을 때마다 비슷한 말을 하게 될 것입니다. 적어도 상위권 이상을 목표로 한다면 모두 '출제될 것'을 알고 있는 문항입니다. 심지어 문항의 번호도 20번, 21번, 28번, 29번 정도에 출제될 것이라고 예측하는 것이 가능할 것입니다. 그런데 매번 실제 정답률은 매우 낮게 나타납니다.
사실 이것은 많은 학생이 무언가 심각하게 잘못하고 있다는 것을 뜻합니다. 그럼 그것은 무엇일까요? '보편적인 사고'의 부족 또는 결여입니다. 무슨 말인가 하면 매번 출제되는 문제를 '같은 유형'으로 생각하지 못한다는 것입니다.

개인적으로 저는 이런 문제를 보면, 이렇게 생각합니다. 뭔지 모르겠지만 삼각함수의 극한을 이용하는 문제임이 분명하다. 결국 문제가 묻고 있는 것을 주어진 각 θ의 함수로 표현하면 될 일이고, 그 다음의 계산과정도 수렴하는 극한의 기본성질과 기본적인 삼각함수의 극한을 이용하면 된다. 그 이상은? 그것은 뭐, 문제를 보고 그때 그때 생각하면 그뿐이다.

이 문제의 경우에 문제가 묻고 있는 것은 '부채꼴의 면적'입니다. 부채꼴에 면적을 구하기 위해서는 각, 반지름을 알면 됩니다. 극한 문제이므로 당연히 각, 반지름은 θ의 함수로 나타날 것입니다. 이 문제의 경우 $\theta \to 0$이면 $\overline{BP} \to 0$이 될 것이며, 이런 기본적인 관찰을 통해서 반지름은 θ의 함수로 표현되면 각각의 수렴값을 이용하여 계산과정이 정확한 것인지 중간점검도 가능합니다. 각의 변화도 마찬가지입니다.

계산과정에서 사용해야 할 성질은 원의 기본적인 성질, 이등변삼각형의 가장 기본적인 성질일 뿐입니다. 그리고 원의 기본적인 성질, 이등변삼각형의 기본적인 성질 중에 무엇을 이용할 것인지를 미리 구체적으로 결정할 필요도 없습니다. 이 문제는 아니지만 다른 성격의 문항이라면 어떤 성질을 미리 구체적으로 결정하면 오히려 혼란이 발생할 수도 있습니다.

계산과정은 아무리 복잡해도 수렴하는 극한의 기본성질, 기본적인 삼각함수의 극한으로 변형될 수밖에 없습니다. 그렇지 않으면 출제범위가 아니기 때문입니다.

그런데 이런 정도 '이상'으로 구체적으로 무언가를 미리 결정하고, 미리 방향을 정하고, 미리 어느 정ㅓ 해결방법이 '정리'되어 있기를 원합니다. 출제가 거의 결정된 성격의 문항이라 연습해볼 문제는 속된 말로 널려 있습니다. 그리고 실제로 많은 양의 문제를 풀면서 대비를 합니다. 하지만 시험에서는 또 틀립니다. 왜? 위와 같은 '모든 문제'에 적용 가능한 수준에서 많은 양의 문제를 통해서 적용능력을 발전시키는 것이 아니라, 그 많은 양의 문제 각각에서 필요한 구체적인 방법을 정리하고, 유형을 추가하고, 또 정리하고. 이렇게 하고 있기 때문입니다. 그래서 평소에 풀었던 문제와 조금만 제시되는 상황이 달라져도 또 틀리게 되는 것입니다.

이 문항에 대해서는 문항 자체로는 논평할 것이 없으며, 문항 자체에 대한 분석은 중요한 것도 없습니다. 왜 매번 틀리는가? 이것을 제대로 진단하고 해결하지 못하면 금년 수능에도 어김없이 출제될 것이고, 만약에 예측 가능한 수준에서 2등급 이상을 결정하는 문항으로 출제한다면 또 틀리게 될 것입니다.

29. 정답률은 매우 낮은 편이지만 논평할 가치는 없습니다. 다만 이 문항을 틀린 경우에는 기출문제의 풀이를 선별해서 하고 있는 것이 아닌지 반성할 필요는 있습니다. 과거에 이것과 완전히 '같은' 문항이 출제된 적이 있습니다. 다만 현재는 지수, 로그 그래프 개형에 관련해서는 높은 난이도로 문항을 출제하지는 않고 있으며 이것은 실제 수능에서도 그럴 것입니다. 그럼 29번은 높은 난이도의 문항인가? 아닙니다. 이런 정도면 19. 28번 정도로도 출제할 수 있는 수준입니다. 20,21,29,30번 소재의 문항으로 지수 로그 그래프 개형 문항이 이런 형식으로 출제될 가능성은 크지 않을 듯 합니다. 그런데 19, 28번 정도에서는 아닙니다.

그리고 더 중요한 점이 있습니다. 과거에 이와 같은 성격의 문항은 이른바 '만점을 방지하는 수준의 최고 난이도 문항'이었습니다. 그런데 지금은 지수 로그 소재의 문항을 최고 난이도로 출제할 가능성은 거의 없어 보입니다. 따라서 과거의 최고 난이도의 지수, 로그 그래프 개형 문항을 학습할 필요가 없다. 이렇게 할 수는 없습니다. 학습의 우선순위에서 '뒤'로 둘 수는 있을 것입니다. 그럼에도 예를 들어 기출문제, EBS 연계교재와 같은 필수적인 문제집 외에 이런 저런 다른 문제집을 공부하느라 최고 난이도의 지수 로그 그래프 개형 문제는 풀 필요가 없다고 생각한다면 그것은 완전히 잘못된 것입니다.

이 문제를 통해서는 이런 점에 대해서 생각해보길 바랍니다. 그리고 제가 평소에 강조하는 부분이 있습니다. 기출문제의 '요소'는 다시 다루어진다. 그럼에도 불구하고 그런 내용은 자연스럽게 알 수 있게 공부해야 하며, 그런 '요소'들을 따로 정리해두거나 뭔가 중요하고 심화된 개념, 공식, 계산법 같은 것이라고 생각하지 말아라. 이런 이야기입니다. 이 문제를 소재로 이런 부분에 대한 반성의 계기로 삼기를 권합니다.

30. 수능에 출제가 예상되는 수준의 30번 문항에 비해서는 난이도가 낮은 편이라고 할 수 있습니다. 특히 문제해결과정을 생각하는 것이 매우 단순합니다. (가) 조건을 이용하여 얻을 수 있는 것은 $f(x)=x^m(x-2)^n$ 꼴이어야 한다는 것입니다. 그리고 (나) 조건을 이용하면 n에 관한 조건을 얻을 수 있습니다. (다) 조건의 해석을 위해서는 $\frac{g(x)}{x}$의 개형을 우선 생각할 수 있어야 하는데, 주어진 식에서 $\frac{g(x)}{x}=1-\frac{f(x)}{xf'(x)}$입니다. 따라서 $\frac{f(x)}{xf'(x)}$에 대해서 생각할 수 있어야 하는데, 이 식은 특별한 의미도 없고, 설령 있다고 해도 어차피 계산해야 할 식일 뿐입니다.

30번 문항의 해결에서 중요한 것은 문제해결의 방향을 어떻게 선택하고 결정할 것인가 하는 점입니다. 이것을 효과적으로 하지 못하면 예를 들어서 시간이 많다고 해도 수능 30번을 해결하긴 어렵습니다. 오히려 이번 30번 문항은 시간적 여유만 있다면 해결할 수는 있었을 것입니다. 왜냐하면 문제해결의 방향과 관련해서는 매우 단순하기 때문입니다.

이 문항을 보고 어떤 방향으로 해결해야 할지에 대해서 판단하기 어려웠다고 한다면 그것은 ‘엉뚱한 생각’이 너무 많기 때문입니다. 가령 $\dfrac{g(x)}{x}$를 보고 ‘기울기’를 나타내는 함수라고 생각하는 것과 같은[2]. 문제를 교과서를 기준으로 해서 있는 그대로 보면 됩니다. 그러면 이 문항은 다른 선택이 존재할 수가 없습니다. 그런데 문제의 조건을 보고, 교과서를 기준으로 생각하는 것이 아니라 이런 저런 추가적인 개념, 따른 정리 등등으로부터 단서를 찾으려고 합니다. 그렇게 하면 이런 문항은 체감난이도를 스스로 높이는 것일 뿐입니다.

조건의 해석과 문제에서 주어진 상황의 파악, 해결의 방향을 선택하고 결정하는 것이 간단하므로, 상대적으로 계산과정의 복잡합은 좀 커질 수밖에 없을 것입니다. 계산마저도 간단하면 30번 문항이라고 할 수는 없을 것이기 때문입니다. 그런데 실제로 계산해보면 계산마저도 처음 생각했던 것보다는 간단함을 알 수 있을 것입니다.

핵심이 되는 주어진 식의 형태인 $\dfrac{f(x)}{xf'(x)}$만 보고는 계산이 복잡함은 피할 수 없겠다고 판단했는데, 막상 계산해보면 매우 간단해지기 때문입니다. 사실 이런 과정을 거쳐서 문제를 해결해가면 출제진의 ‘배려’가 느껴집니다. 아, 계산을 최대한 간단하게 할 수 있도록 배려를 했구나. 그런데 반대의 경우가 되면, 이런 문항을 ‘계산이 복잡하다’고 ‘욕하게’ 됩니다. 한 마디로 자신이 거꾸로 서 있으면 상대방이 올바르게 서 있어도 ‘거꾸로 서있다’고 하는 것과 같은 것입니다.

이런 수준의 문항을 해결에 실패했다면 역시 먼저 반성해야 할 것은 교과서의 기본개념, 공식, 성질도 제대로 사용하고 활용하지 못한다는 점을 반성해야 합니다. 모든 것을 뒤로 미루고 우선은 그것부터 제대로 하고 볼 일입니다. 수능은 사실 그것으로 충분하긴 하지만, 아무튼 그것이 되고 나서야 그 다음에 무슨 개념을 더 익히든, 무슨 따름 정리를 더 배우든 하는 것입니다.

---

2) 이것이 왜 엉뚱한 생각인지에 대해서는 자세한 이야기는 생략합니다. 이런 부분은 개별적인 질문 등으로 해결할 수 밖에 없을 것 같습니다.