

제 2 교시

수학 영역(A형)

5지선다형

1. $3 \times 8^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

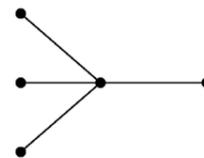
2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $2A+B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)}{x-2}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 1의 개수는? [3점]



- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

5. $\log_8 2 + \log_8 4$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 2$, $a_3 = 10$ 일 때, a_5 의 값은?

[3점]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

7. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x+5 & (x \neq 1) \\ a & (x = 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

8. 첫째항이 3이고 공비가 3인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} - 7}{a_n}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 함수 $f(x) = x^2 + 4x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{2h}$ 의 값은?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. $\sum_{k=1}^n \frac{4}{k(k+1)} = \frac{15}{4}$ 일 때, n 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

4

수학 영역(A형)

[11~12] 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ 에 대하여 11번과 12번의
두 물음에 답하시오.

11. x, y 에 대한 연립방정식 $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 가 무수히 많은 해를
갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은? [3점]

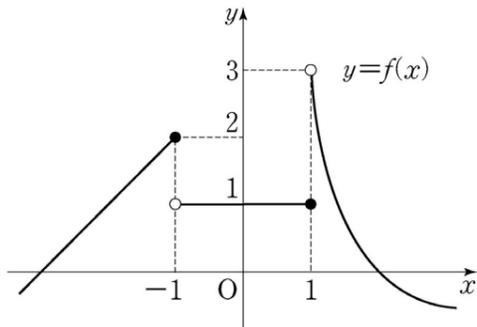
- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

12. 두 수열 $\{x_n\}, \{y_n\}$ 에 대하여 $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ 이 성립할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(x_n)^2}{y_n + 1}$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

13. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 x 가

$$x = -t^2 + 4t$$

이다. $t=a$ 에서 점 P의 속도가 0일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6

수학 영역(A형)

15. 세대당 종자의 평균 분산거리가 D 이고 세대당 종자의 증식률이 R 인 나무의 10세대 동안 확산에 의한 이동거리를 L 이라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$L^2 = 100D^2 \times \log_3 R$$

세대당 종자의 평균 분산거리가 20이고 세대당 종자의 증식률이 81인 나무의 10세대 동안 확산에 의한 이동거리 L 의 값은? (단, 거리의 단위는 m이다.) [4점]

- ① 400 ② 500 ③ 600 ④ 700 ⑤ 800

16. 함수 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + a$ 의 극댓값이 10일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① -12 ② -10 ③ -8 ④ -6 ⑤ -4

17. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=3$ 이고,

$$2a_{n+1} = 3a_n - \frac{6n+2}{(n+1)!} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여

$$2a_{n+1} = 3a_n - \frac{6(n+1)-4}{(n+1)!}$$

이다.

$$2a_{n+1} - \frac{4}{(n+1)!} = 3a_n - 3 \times \boxed{\text{(가)}}$$

이므로, $b_n = a_n - \boxed{\text{(가)}}$ 라 하면

$$2b_{n+1} = 3b_n$$

이다. $b_{n+1} = \frac{3}{2}b_n$ 이고 $b_1 = 1$ 이므로

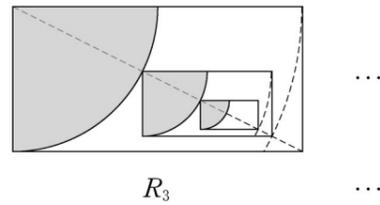
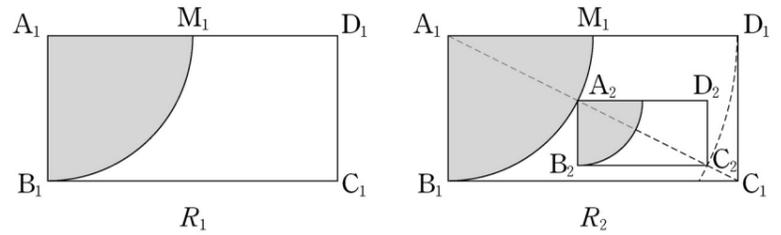
$$b_n = \boxed{\text{(나)}}$$

이다. 그러므로 $a_n = \boxed{\text{(가)}} + \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(3) \times g(3)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

18. 그림과 같이 $\overline{A_1D_1}=2$, $\overline{A_1B_1}=1$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에서 선분 A_1D_1 의 중점을 M_1 이라 하자. 중심이 A_1 , 반지름의 길이가 $\overline{A_1B_1}$ 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 $A_1B_1M_1$ 을 그리고, 부채꼴 $A_1B_1M_1$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 부채꼴 $A_1B_1M_1$ 의 호 B_1M_1 이 선분 A_1C_1 과 만나는 점을 A_2 라 하고, 중심이 A_1 , 반지름의 길이가 $\overline{A_1D_1}$ 인 원이 선분 A_1C_1 과 만나는 점을 C_2 라 하자. 가로와 세로의 길이의 비가 2:1이고 가로가 선분 A_1D_1 과 평행한 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에서 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 부채꼴에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{5}{16}\pi$ ② $\frac{11}{32}\pi$ ③ $\frac{3}{8}\pi$
 ④ $\frac{13}{32}\pi$ ⑤ $\frac{7}{16}\pi$

19. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2 = -A, \quad A^2 + B^2 = A + E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

—————<보 기>—————

- ㉠. $A^3 = A$
 ㉡. $AB^2 = B^2A$
 ㉢. B 의 역행렬이 존재한다.

- ① ㉠ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

20. $0 < a < 1 < b$ 인 두 실수 a, b 에 대하여 두 함수

$$f(x) = \log_a(bx-1), \quad g(x) = \log_b(ax-1)$$

이 있다. 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축의 교점이 곡선 $y=g(x)$ 의 점근선 위에 있도록 하는 a 와 b 사이의 관계식과 a 의 범위를 옳게 나타낸 것은? [4점]

- ① $b = -2a + 2$ ($0 < a < \frac{1}{2}$)
 ② $b = 2a$ ($0 < a < \frac{1}{2}$)
 ③ $b = 2a$ ($\frac{1}{2} < a < 1$)
 ④ $b = 2a + 1$ ($0 < a < \frac{1}{2}$)
 ⑤ $b = 2a + 1$ ($\frac{1}{2} < a < 1$)

21. 최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(1) = 0$

(나) $\lim_{x \rightarrow n} \frac{f(x)}{g(x)} = (n-1)(n-2) \quad (n = 1, 2, 3, 4)$

$g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

단답형

22. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 5}{n^2 + 2n}$ 의 값을 구하십시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x^2 + x + 3$ 에 대하여 $f'(10)$ 의 값을 구하십시오.

[3점]

24. 닫힌 구간 $[-1, 3]$ 에서 두 함수

$$f(x) = 2^x, \quad g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x}$$

의 최댓값을 각각 a, b 라 하자. ab 의 값을 구하시오. [3점]

25. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{5n}{n+1}\right)$ 이 수렴할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 15$ 이고,

$$\sum_{k=1}^n (a_{k+1} - a_k) = 2n + 1 \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. a_{10} 의 값을 구하시오. [4점]

27. 곡선 $y = -x^3 + 2x$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선이 점 $(-10, a)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하시오. [4점]

28. 자연수 n 에 대하여 순서쌍 (x_n, y_n) 을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) $(x_1, y_1) = (1, 1)$

(나) n 이 홀수이면 $(x_{n+1}, y_{n+1}) = (x_n, (y_n - 3)^2)$ 이고,
 n 이 짝수이면 $(x_{n+1}, y_{n+1}) = ((x_n - 3)^2, y_n)$ 이다.

순서쌍 (x_{2015}, y_{2015}) 에서 $x_{2015} + y_{2015}$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3}{x^2} = -11, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = -9$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} x f\left(\frac{1}{x}\right)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라 하자. 다음 조건을 만족시키는 두 자연수 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. [4점]

$$(가) \ a \leq b \leq 20$$

$$(나) \ \log b - \log a \leq f(a) - f(b)$$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(B형)

5지선다형

1. $\log_3 4 + \log_3 \frac{3}{4}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A+E$ 의 모든 성분의 합이 9일 때, a 의 값은? (단, E 는 단위행렬이다.) [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\sin \theta = \frac{2}{3}$ 일 때, $\cos 2\theta$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{5}{18}$

4. 함수 $f(x) = e^{3x} + 10x$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 17 ② 16 ③ 15 ④ 14 ⑤ 13

2

수학 영역(B형)

5. 함수 $f(x) = \sqrt{5} \sin x + 2 \cos x + a$ 의 최댓값이 7일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. $\int_e^{e^3} \frac{\ln x}{x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 실수 a 에 대하여 이차정사각행렬 A 가 다음을 만족시킨다.

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

x, y 에 대한 연립방정식 $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 이 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 a 의 값은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

8. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 15$ 이고,

$$\sum_{k=1}^n (a_{k+1} - a_k) = 2n + 1 \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. a_{10} 의 값은? [3점]

- ① 28 ② 30 ③ 32 ④ 34 ⑤ 36

9. 함수 $y = e^x$ 의 그래프와 x 축, y 축 및 직선 $x = 1$ 로 둘러싸인 영역의 넓이가 직선 $y = ax$ ($0 < a < e$) 에 의하여 이등분될 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① $e - \frac{1}{3}$ ② $e - \frac{1}{2}$ ③ $e - 1$
 ④ $e - \frac{4}{3}$ ⑤ $e - \frac{3}{2}$

10. 세대당 종자의 평균 분산거리가 D 이고 세대당 종자의 증식률이 R 인 나무의 10 세대 동안 확산에 의한 이동거리를 L 이라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$L^2 = 100D^2 \times \log_3 R$$

세대당 종자의 평균 분산거리가 각각 20, 30 인 A 나무와 B 나무의 세대당 종자의 증식률을 각각 R_A, R_B 라 하고 10 세대 동안 확산에 의한 이동거리를 각각 L_A, L_B 라 하자.

$\frac{R_A}{R_B} = 27$ 이고 $L_A = 400$ 일 때, L_B 의 값은?

(단, 거리의 단위는 m이다.) [3점]

- ① 200 ② 300 ③ 400 ④ 500 ⑤ 600

11. 두 일차변환 f, g 를 나타내는 행렬을 각각 $\begin{pmatrix} 2 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ 이라 하자. 합성변환 $g^{-1} \circ f$ 에 의하여 점 $(1, 2)$ 가 점 $(5, 1)$ 로 옮겨질 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 쌍곡선 $\frac{x^2}{8} - y^2 = 1$ 위의 점 $A(4, 1)$ 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 B라 하자. 이 쌍곡선의 두 초점 중 x 좌표가 양수인 점을 F라 할 때, 삼각형 FAB의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

13. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = n^2 - n \quad (n \geq 1)$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} k a_{4k+1}$ 의 값은? [3점]

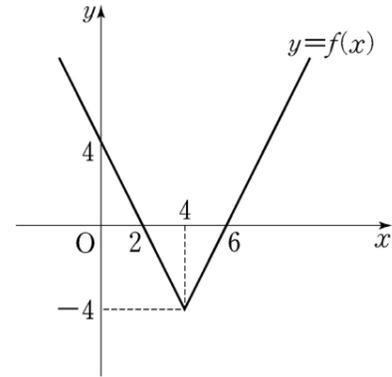
- ① 2960 ② 3000 ③ 3040 ④ 3080 ⑤ 3120

14. 함수 $f(x) = 2|x-4| - 4$ 에 대하여 부등식

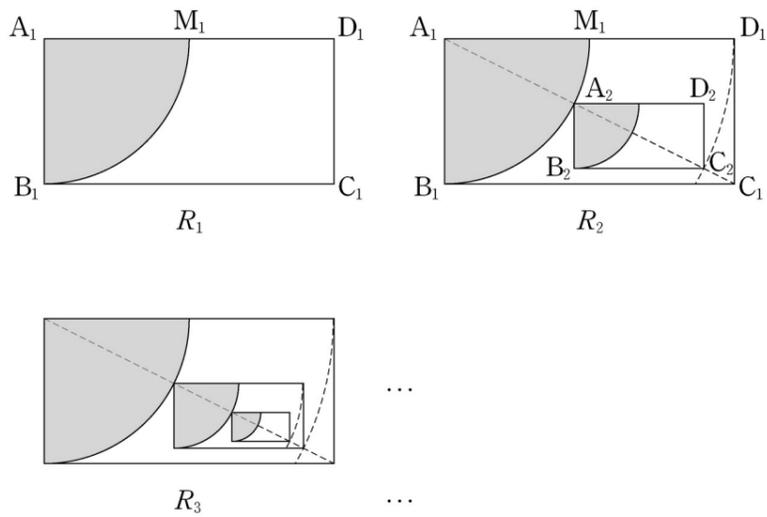
$$\frac{x-3}{f(x)} \geq 1$$

을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합은? [4점]

- ① 18 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 30



15. 그림과 같이 $\overline{A_1D_1}=2$, $\overline{A_1B_1}=1$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에서 선분 A_1D_1 의 중점을 M_1 이라 하자. 중심이 A_1 , 반지름의 길이가 $\overline{A_1B_1}$ 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 $A_1B_1M_1$ 을 그리고, 부채꼴 $A_1B_1M_1$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 부채꼴 $A_1B_1M_1$ 의 호 B_1M_1 이 선분 A_1C_1 과 만나는 점을 A_2 라 하고, 중심이 A_1 , 반지름의 길이가 $\overline{A_1D_1}$ 인 원이 선분 A_1C_1 과 만나는 점을 C_2 라 하자. 가로와 세로의 길이의 비가 2:1이고 가로가 선분 A_1D_1 과 평행한 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에서 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 부채꼴에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{5}{16}\pi$ ② $\frac{11}{32}\pi$ ③ $\frac{3}{8}\pi$
- ④ $\frac{13}{32}\pi$ ⑤ $\frac{7}{16}\pi$

16. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2 = -A, \quad A^2 + B^2 = A + E$$

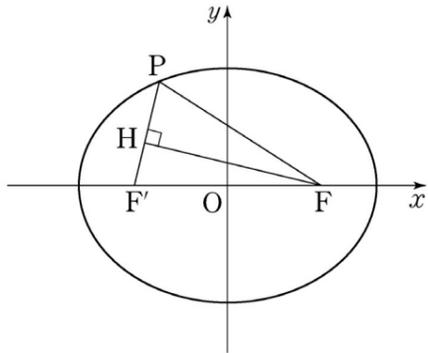
를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

- ㄱ. $A^3 = A$
- ㄴ. $AB^2 = B^2A$
- ㄷ. B 의 역행렬이 존재한다.

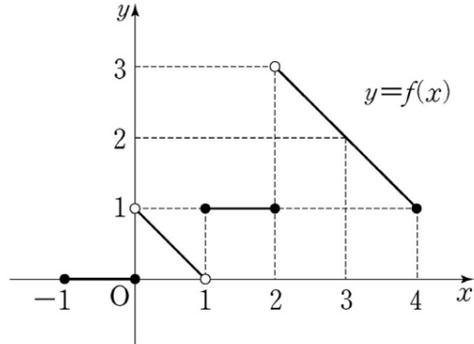
- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 그림과 같이 두 초점 F, F' 이 x 축 위에 있는 타원 $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{a} = 1$ 위의 점 P 가 $\overline{FP} = 9$ 를 만족시킨다. 점 F 에서 선분 PF' 에 내린 수선의 발 H 에 대하여 $\overline{FH} = 6\sqrt{2}$ 일 때, 상수 a 의 값은? [4점]



- ① 29 ② 30 ③ 31 ④ 32 ⑤ 33

18. 닫힌 구간 $[-1, 4]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) < \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$

ㄴ. $\lim_{t \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{t}\right) = 1$

ㄷ. 함수 $f(f(x))$ 는 $x=3$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. $0 < a < 1 < b$ 인 두 실수 a, b 에 대하여 두 함수

$$f(x) = \log_a(bx-1), \quad g(x) = \log_b(ax-1)$$

이 있다. 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축의 교점이 곡선 $y=g(x)$ 의 점근선 위에 있도록 하는 a 와 b 사이의 관계식과 a 의 범위를 옳게 나타낸 것은? [4점]

- ① $b = -2a + 2$ ($0 < a < \frac{1}{2}$)
 ② $b = 2a$ ($0 < a < \frac{1}{2}$)
 ③ $b = 2a$ ($\frac{1}{2} < a < 1$)
 ④ $b = 2a + 1$ ($0 < a < \frac{1}{2}$)
 ⑤ $b = 2a + 1$ ($\frac{1}{2} < a < 1$)

20. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는? [4점]

(가) $a+b+c=6$
 (나) 좌표평면에서 세 점 $(1, a), (2, b), (3, c)$ 가 한 직선 위에 있지 않다.

- ① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

21. 양의 실수 t 에 대하여 좌표평면에서 x, y 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 + (y-1)^2 \leq 1 \\ y \leq tx \end{cases}$$

가 나타내는 영역의 넓이를 $f(t)$ 라 하자. 다음은 $f'(2)$ 의 값을 구하는 과정이다.

원 $C: x^2 + (y-1)^2 = 1$ 의 중심을 A, 원 C와 직선 $l: y = tx$ 가 만나는 두 점을 각각 O, B라 하자. 직선 l 이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)라 하면 $\angle OAB = 2\theta$ 이다. 주어진 연립부등식이 나타내는 영역의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하면 $g(\theta) = \theta - \boxed{\text{(가)}}$ 이다. $t = \tan\theta$ 이므로 $g(\theta) = f(t) = f(\tan\theta)$ 이고, 합성함수의 미분법에 의하여 $g'(\theta) = f'(t) \times \boxed{\text{(나)}}$ 이다. $t = 2$ 일 때, $\tan\theta = 2$ 이므로 $f'(2) = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $h_1(\theta), h_2(\theta)$ 라 하고

(다)에 알맞은 수를 a 라 할 때, $a \times h_1\left(\frac{\pi}{4}\right) \times h_2\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 의 값은?

[4점]

- ① $\frac{8}{25}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{12}{25}$ ④ $\frac{14}{25}$ ⑤ $\frac{16}{25}$

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+7x)}{x}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\left(ax + \frac{1}{x}\right)^4$ 의 전개식에서 상수항이 54일 때, 양수 a 의 값을 구하시오. [3점]

24. 일차변환 f 와 두 2×1 행렬 X_1, X_2 에 대하여

$$f(X_1) = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad f(X_2) = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

이 성립한다. $f(3X_1 + X_2) = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ 를 만족시키는 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 + a_2 = 20, \quad \sum_{n=3}^{\infty} a_n = \frac{4}{3}$$

를 만족시킬 때, a_1 의 값을 구하시오. [3점]

26. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = f(x) \ln x^4$$

이라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(e, -e)$ 에서의 접선과 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(e, -4e)$ 에서의 접선이 서로 수직일 때, $100f'(e)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 두 함수 $f(x) = -x + 2$, $g(x) = \frac{1}{2}(x-1)$ 에 대하여 무리방정식

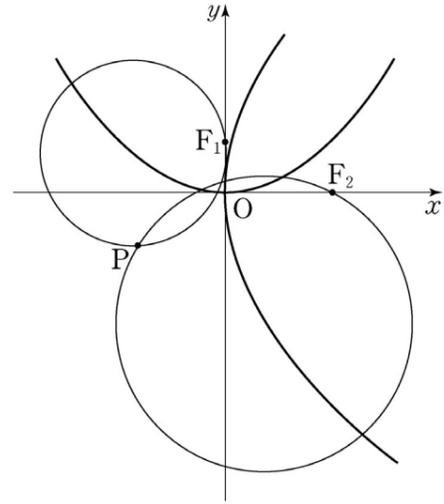
$$\sqrt{g(x)} - \sqrt{g(x) - \{f(x)\}^2} = f(x)$$

의 모든 실근의 합을 a 라 하자. $10a$ 의 값을 구하시오. [4점]

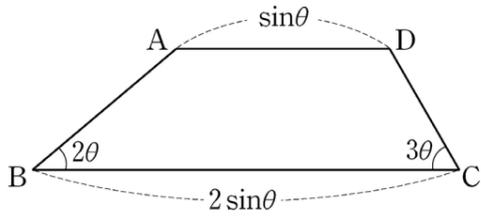
28. 좌표평면에서 포물선 $C_1: x^2 = 4y$ 의 초점을 F_1 , 포물선 $C_2: y^2 = 8x$ 의 초점을 F_2 라 하자. 점 P 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 중심이 C_1 위에 있고 점 F_1 을 지나는 원과
중심이 C_2 위에 있고 점 F_2 를 지나는 원의 교점이다.
- (나) 제3사분면에 있는 점이다.

원점 O 에 대하여 \overline{OP}^2 의 최댓값을 구하시오. [4점]



29. 그림과 같이 사다리꼴 ABCD에서 변 AD와 변 BC가
 평행하고 $\angle B = 2\theta$, $\angle C = 3\theta$, $\overline{BC} = 2\sin\theta$, $\overline{AD} = \sin\theta$ 이다.
 사다리꼴 ABCD의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = \frac{q}{p}$
 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ 이고, p 와 q 는
 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을
 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $1 \leq f'(x) \leq 3$ 이다.
- (나) 모든 정수 n 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는
 점 $(4n, 8n)$, 점 $(4n+1, 8n+2)$, 점 $(4n+2, 8n+5)$,
 점 $(4n+3, 8n+7)$ 을 모두 지난다.
- (다) 모든 정수 k 에 대하여 닫힌 구간 $[2k, 2k+1]$ 에서
 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 각각 이차함수의 그래프의
 일부이다.

$\int_3^6 f(x) dx = a$ 라 할 때, $6a$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
 하시오.

제 2 교시

수학 영역(A형)

5지선다형

1. $4^{\frac{3}{2}} \times 2$ 의 값은? [2점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

2. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $3A$ 의 모든 성분의 합은?

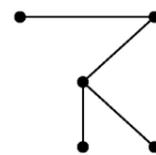
[2점]

- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 + 1}{n^3 + 3}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은? [3점]



- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

2

수학 영역(A형)

5. 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 12$ 일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 24 ② 36 ③ 48 ④ 60 ⑤ 72

6. $\int_0^1 3x^2 dx$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

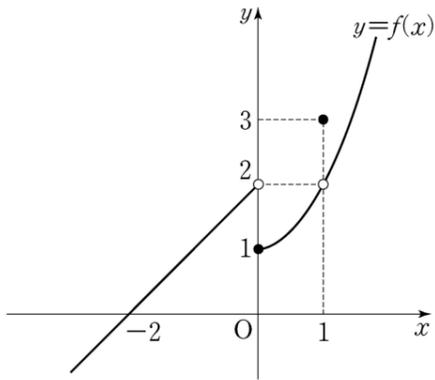
7. 두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이고

$$P(A \cup B) = 4P(B) = 1$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

8. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 어느 직업 체험 행사에 참가한 300명의 A 고등학교 1, 2학년 학생 중 남학생과 여학생의 수는 다음과 같다.

(단위: 명)

구분	남학생	여학생
1학년	80	60
2학년	90	70

이 행사에 참가한 A 고등학교 1, 2학년 학생 중에서 임의로 선택한 1명이 여학생일 때, 이 학생이 2학년 학생일 확률은?

[3점]

- ① $\frac{6}{13}$ ② $\frac{7}{13}$ ③ $\frac{8}{13}$ ④ $\frac{9}{13}$ ⑤ $\frac{10}{13}$

10. 도로용량이 C 인 어느 도로구간의 교통량을 V , 통행시간을 t 라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

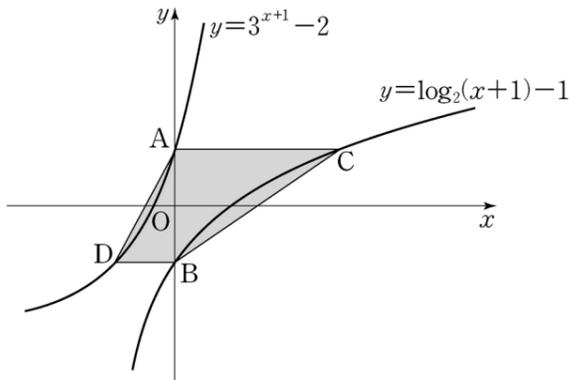
$$\log\left(\frac{t}{t_0} - 1\right) = k + 4\log\frac{V}{C} \quad (t > t_0)$$

(단, t_0 은 도로 특성 등에 따른 기준통행시간이고, k 는 상수이다.)

이 도로구간의 교통량이 도로용량의 2배일 때 통행시간은 기준통행시간 t_0 의 $\frac{7}{2}$ 배이다. k 의 값은? [3점]

- ① $-4\log 2$ ② $1-7\log 2$ ③ $-3\log 2$
 ④ $1-6\log 2$ ⑤ $1-5\log 2$

11. 그림과 같이 두 곡선 $y=3^{x+1}-2$, $y=\log_2(x+1)-1$ 이 y 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_2(x+1)-1$ 과 만나는 점을 C, 점 B를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=3^{x+1}-2$ 와 만나는 점을 D라 할 때, 사각형 ADBC의 넓이는? [3점]



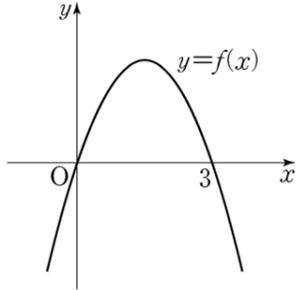
- ① 3 ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 4

12. 자연수 n 에 대하여 $3^n \cdot 5^{n+1}$ 의 모든 양의 약수의 개수를

a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

[13~14] 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 그림과 같고,
 $f(0)=f(3)=0$ 이다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수 m 에 대하여 $f(m)$ 이
 0보다 큰 사건을 A 라 하자. 한 개의 주사위를 15회 던지는
 독립시행에서 사건 A 가 일어나는 횟수를 확률변수 X 라 할 때,
 $E(X)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) = \frac{7}{6}$ 일 때, $f'(0)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

6

수학 영역(A형)

15. 네 개의 자연수 1, 2, 4, 8 중에서 중복을 허락하여 세 수를 선택할 때, 세 수의 곱이 100 이하가 되도록 선택하는 경우의 수는? [4점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

16. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라 할 때,

$$\frac{S_{n+1}}{n+1} = \sum_{k=1}^n S_k \quad (n \geq 1) \dots\dots (*)$$

이 성립한다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식 (*)에 의하여

$$\frac{S_n}{n} = \sum_{k=1}^{n-1} S_k \quad (n \geq 2) \dots\dots \textcircled{1}$$

이다. (*)에서 $\textcircled{1}$ 을 빼서 정리하면

$$\frac{S_{n+1}}{S_n} = \frac{\textcircled{가}}{n} \quad (n \geq 2)$$

이다. $\textcircled{1}$ 으로부터 $S_2 = 2$ 이고,

$$S_n = \frac{S_n}{S_{n-1}} \times \frac{S_{n-1}}{S_{n-2}} \times \dots \times \frac{S_3}{S_2} \times S_2 \quad (n \geq 3)$$

이므로

$$S_n = n! \times \frac{\textcircled{나}}{\textcircled{가}} \quad (n \geq 3)$$

이다. 그러므로 a_n 은

$$a_n = \begin{cases} 1 & (n=1, 2) \\ \frac{n^2-n+1}{2} \times (n-1)! & (n \geq 3) \end{cases}$$

이다.

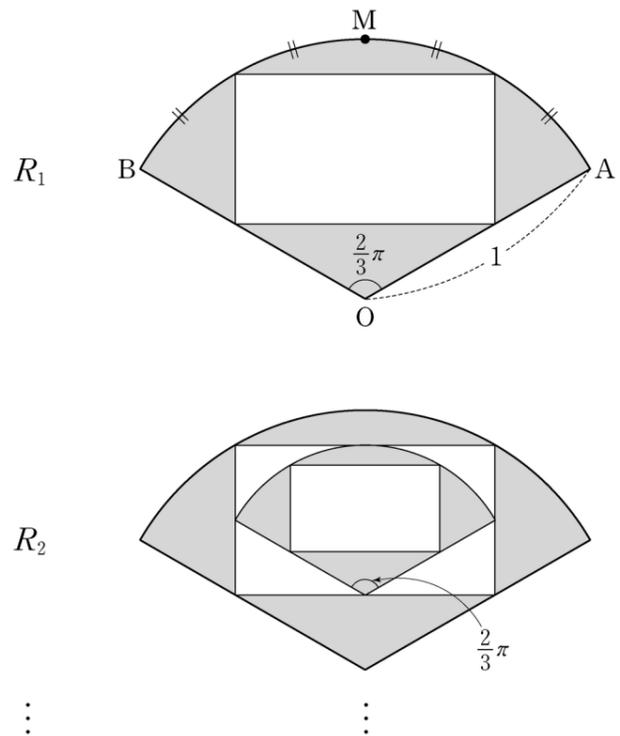
위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(4) \times g(20)$ 의 값은? [4점]

- ① 225 ② 250 ③ 275 ④ 300 ⑤ 325

17. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + a$ 의 모든 극값의 곱이 -4 일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

18. 중심이 O , 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$ 인 부채꼴 OAB 가 있다. 그림과 같이 호 AB 를 이등분하는 점을 M 이라 하고 호 AM 과 호 MB 를 각각 이등분하는 점을 두 꼭짓점으로 하는 직사각형을 부채꼴 OAB 에 내접하도록 그리고, 부채꼴의 내부와 직사각형의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에 직사각형의 네 변의 중점을 모두 지나도록 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$ 인 부채꼴을 그리고, 이 부채꼴에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 그림 R_2 에 새로 그려진 직사각형의 네 변의 중점을 모두 지나도록 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$ 인 부채꼴을 그리고, 이 부채꼴에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{\pi - \sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{2\pi - 3\sqrt{2}}{3}$
 ④ $\frac{\pi - \sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{2\pi - 2\sqrt{3}}{3}$

19. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$AB + A + B = 2E, \quad A^3 + E = O$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $A + E$ 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $AB = BA$

ㄷ. $A + B = -E$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 어느 나라에서 작년에 운행된 택시의 연간 주행거리는 모평균이 m 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 나라에서 작년에 운행된 택시 중에서 16대를 임의추출하여 구한 연간 주행거리의 표본평균이 \bar{x} 이고, 이 결과를 이용하여 신뢰도 95%로 추정된 m 에 대한 신뢰구간이 $[\bar{x} - c, \bar{x} + c]$ 이었다.

이 나라에서 작년에 운행된 택시 중에서 임의로 1대를 선택할 때, 이 택시의 연간 주행거리가 $m + c$ 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 주행거리의 단위는 km이다.) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.49	0.1879
0.98	0.3365
1.47	0.4292
1.96	0.4750

- ① 0.6242 ② 0.6635 ③ 0.6879
 ④ 0.8365 ⑤ 0.9292

21. 최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

(가) $f(0) = -3$
 (나) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $6x - 6 \leq f(x) \leq 2x^3 - 2$ 이다.

- ① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3}{x-2}$ 의 값을 구하십시오. [3점]

23. x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} a & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ b \end{pmatrix}$$

의 해가 $x = -1, y = 2$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하십시오.
 (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

24. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_{10} = 22$ 일 때, $\sum_{k=2}^9 a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(3x+2)(x-3)}{x-3} & (x \neq 3) \\ a & (x = 3) \end{cases}$$

- 이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

26. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x f(t) dt = x^3 + 4x$$

- 를 만족시킬 때, $f(10)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 곡선 $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{11}{3}$ ($x > 0$) 위를 움직이는 점 P 와 직선 $x - y - 10 = 0$ 사이의 거리를 최소가 되게 하는 곡선 위의 점 P 의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 자연수 n 에 대하여 점 $(3n, 4n)$ 을 중심으로 하고 y 축에 접하는 원 O_n 이 있다. 원 O_n 위를 움직이는 점과 점 $(0, -1)$ 사이의 거리의 최댓값을 a_n , 최솟값을 b_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 구간 $[0, 3]$ 의 모든 실수 값을 가지는 연속확률변수 X 에 대하여

$$P(x \leq X \leq 3) = a(3-x) \quad (0 \leq x \leq 3)$$

이 성립할 때, $P(0 \leq X < a) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, a 는 상수이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 다음 조건을 만족시키는 두 자연수 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $1 \leq a \leq 10, 1 \leq b \leq 100$

(나) 곡선 $y = 2^x$ 이 원 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 1$ 과 만나지 않는다.

(다) 곡선 $y = 2^x$ 이 원 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 4$ 와 적어도 한 점에서 만난다.

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(B형)

5지선다형

1. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ a & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A+B$ 의 모든 성분의 합이 10일 때, a 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{5}{x}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{e^5}$ ② $\frac{1}{e^3}$ ③ 1 ④ e^3 ⑤ e^5

3. 함수 $f(x) = \sin x - 4x$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값은? [2점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

4. $\int_0^1 2e^{2x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $e^2 - 1$ ② $e^2 + 1$ ③ $e^2 + 2$
 ④ $2e^2 - 1$ ⑤ $2e^2 + 1$

2

수학 영역(B형)

5. 서로 평행하지 않은 두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 에 대하여 $|\vec{a}|=2$ 이고 $\vec{a} \cdot \vec{b}=2$ 일 때, 두 벡터 \vec{a} 와 $\vec{a}-t\vec{b}$ 가 서로 수직이 되도록 하는 실수 t 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

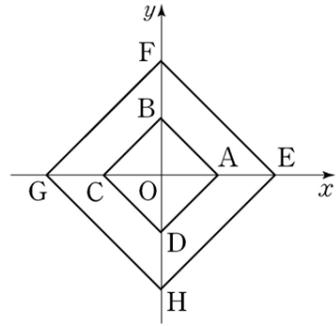
6. 분수부등식

$$\frac{(x+2)(x^2+1)}{x-1} \leq 0$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 그림과 같이 좌표평면에 모든 꼭짓점이 좌표축 위에 있고 한 변의 길이가 각각 $\sqrt{2}, 2\sqrt{2}$ 인 정사각형 ABCD와 정사각형 EFGH가 있다. 두 일차변환 f, g 를 나타내는 행렬을 각각 $\begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ 이라 하자. 합성변환 $g \circ f$ 에 의하여 점 A가 점 H로 옮겨질 때, 상수 k 의 값은? [3점]



- ① -2 ② $-\sqrt{2}$ ③ -1
 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

8. $0 \leq x \leq \pi$ 일 때, 삼각방정식

$$\sin x = \sin 2x$$

의 모든 해의 합은? [3점]

- ① π ② $\frac{7}{6}\pi$ ③ $\frac{5}{4}\pi$ ④ $\frac{4}{3}\pi$ ⑤ $\frac{3}{2}\pi$

9. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cap B) = \frac{2}{3}P(A) = \frac{2}{5}P(B)$$

일 때, $\frac{P(A \cup B)}{P(A \cap B)}$ 의 값은? (단, $P(A \cap B) \neq 0$ 이다.) [3점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

10. 도로용량이 C 인 어느 도로구간의 교통량을 V , 통행시간을 t 라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\log\left(\frac{t}{t_0} - 1\right) = k + 4\log\frac{V}{C} \quad (t > t_0)$$

(단, t_0 은 도로 특성 등에 따른 기준통행시간이고, k 는 상수이다.)

이 도로구간의 교통량이 도로용량의 2배일 때 통행시간은 기준통행시간 t_0 의 $\frac{7}{2}$ 배이다. k 의 값은? [3점]

- ① $-4\log 2$ ② $1 - 7\log 2$ ③ $-3\log 2$
 ④ $1 - 6\log 2$ ⑤ $1 - 5\log 2$

11. 자연수 n 에 대하여 직선 $y = nx + (n+1)$ 이 꼭짓점의 좌표가 $(0, 0)$ 이고 초점이 $(a_n, 0)$ 인 포물선에 접할 때,

$\sum_{n=1}^5 a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 70 ② 72 ③ 74 ④ 76 ⑤ 78

12. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라 할 때,

$$\frac{S_{n+1}}{n+1} = \sum_{k=1}^n S_k \quad (n \geq 1) \dots\dots (*)$$

이 성립한다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식 (*)에 의하여

$$\frac{S_n}{n} = \sum_{k=1}^{n-1} S_k \quad (n \geq 2) \dots\dots \textcircled{1}$$

이다. (*)에서 $\textcircled{1}$ 을 빼서 정리하면

$$\frac{S_{n+1}}{S_n} = \frac{\textcircled{가}}{n} \quad (n \geq 2)$$

이다. $\textcircled{1}$ 으로부터 $S_2 = 2$ 이고,

$$S_n = \frac{S_n}{S_{n-1}} \times \frac{S_{n-1}}{S_{n-2}} \times \dots \times \frac{S_3}{S_2} \times S_2 \quad (n \geq 3)$$

이므로

$$S_n = n! \times \frac{\textcircled{나}}{\textcircled{가}} \quad (n \geq 3)$$

이다. 그러므로 a_n 은

$$a_n = \begin{cases} 1 & (n=1, 2) \\ \frac{n^2 - n + 1}{2} \times (n-1)! & (n \geq 3) \end{cases}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(4) \times g(20)$ 의 값은? [3점]

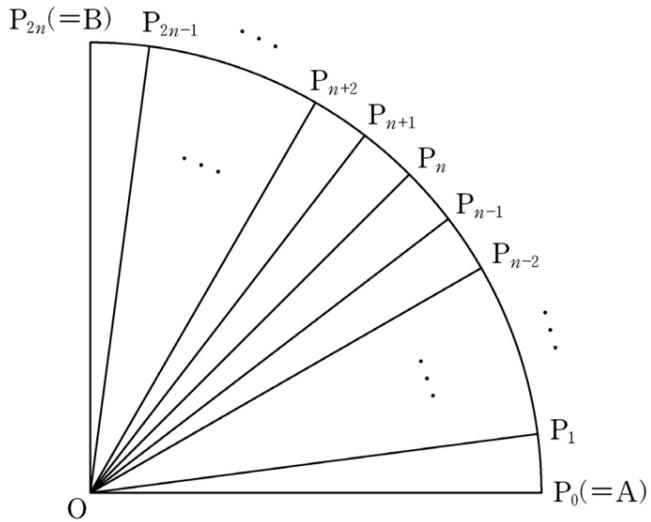
- ① 225 ② 250 ③ 275 ④ 300 ⑤ 325

[13~14] 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 1이고

중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다.

자연수 n에 대하여 호 AB를 2n등분한 각 분점(양 끝점도 포함)을 차례로 $P_0(=A), P_1, P_2, \dots, P_{2n-1}, P_{2n}(=B)$ 라 하자.

13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 주어진 자연수 n에 대하여 $S_k (1 \leq k \leq n)$ 을

삼각형 $OP_{n-k}P_{n+k}$ 의 넓이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n S_k$ 의 값은?

[3점]

- ① $\frac{1}{\pi}$ ② $\frac{13}{12\pi}$ ③ $\frac{7}{6\pi}$ ④ $\frac{5}{4\pi}$ ⑤ $\frac{4}{3\pi}$

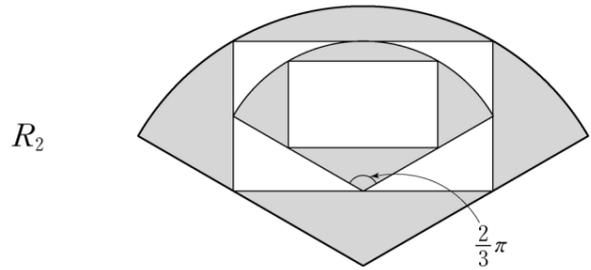
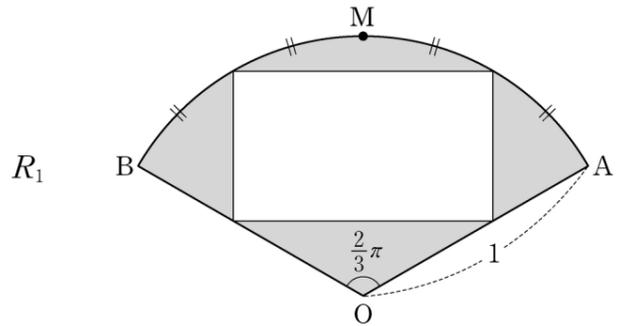
14. $n=3$ 일 때, 점 P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 중에서 임의로 선택한 한 개의 점을 P라 하자. 부채꼴 OPA의 넓이와 부채꼴 OPB의 넓이의 차를 확률변수 X라 할 때, $E(X)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\pi}{11}$ ② $\frac{\pi}{10}$ ③ $\frac{\pi}{9}$ ④ $\frac{\pi}{8}$ ⑤ $\frac{\pi}{7}$

15. 좌표공간에 두 점 $(a, 0, 0)$ 과 $(0, 6, 0)$ 을 지나는 직선 l 이 있다. 점 $(0, 0, 4)$ 와 직선 l 사이의 거리가 5일 때, a^2 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

16. 중심이 O , 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$ 인 부채꼴 OAB 가 있다. 그림과 같이 호 AB 를 이등분하는 점을 M 이라 하고 호 AM 과 호 MB 를 각각 이등분하는 점을 두 꼭짓점으로 하는 직사각형을 부채꼴 OAB 에 내접하도록 그리고, 부채꼴의 내부와 직사각형의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에 직사각형의 네 변의 중점을 모두 지나도록 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$ 인 부채꼴을 그리고, 이 부채꼴에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 그림 R_2 에 새로 그려진 직사각형의 네 변의 중점을 모두 지나도록 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$ 인 부채꼴을 그리고, 이 부채꼴에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



⋮

⋮

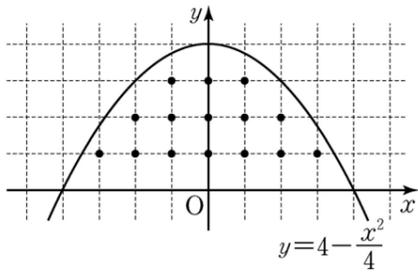
- ① $\frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{\pi - \sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{2\pi - 3\sqrt{2}}{3}$
 ④ $\frac{\pi - \sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{2\pi - 2\sqrt{3}}{3}$

17. 다음 조건을 만족시키는 좌표평면 위의 점 (a, b) 중에서 임의로 서로 다른 두 점을 선택한다. 선택된 두 점의 y 좌표가 같을 때, 이 두 점의 y 좌표가 2일 확률은? [4점]

(가) a, b 는 정수이다.

(나) $0 < b < 4 - \frac{a^2}{4}$

- ① $\frac{4}{17}$ ② $\frac{5}{17}$ ③ $\frac{6}{17}$ ④ $\frac{7}{17}$ ⑤ $\frac{8}{17}$



18. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$AB + A + B = 2E, \quad A^3 + E = O$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [4점]

<보 기>

- ㄱ. $A + E$ 의 역행렬이 존재한다.
 ㄴ. $AB = BA$
 ㄷ. $A + B = -E$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 어느 학교 3학년 학생의 A 과목 시험 점수는 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따르고, B 과목 시험 점수는 평균이 $m+3$, 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학교 3학년 학생 중에서 A 과목 시험 점수가 80점 이상인 학생의 비율이 9%이고, B 과목 시험 점수가 80점 이상인 학생의 비율이 15%일 때, $m+\sigma$ 의 값은?
(단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 1.04) = 0.35$, $P(0 \leq Z \leq 1.34) = 0.41$ 로 계산한다.) [4점]

- ① 68.6 ② 70.6 ③ 72.6 ④ 74.6 ⑤ 76.6

20. 3 이상의 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = x^n e^{-x}$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

$$\neg. f\left(\frac{n}{2}\right) = f'\left(\frac{n}{2}\right)$$

- ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 $x=n$ 에서 극댓값을 갖는다.
ㄷ. 점 $(0, 0)$ 은 곡선 $y=f(x)$ 의 변곡점이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 양수 t 에 대하여 $\log t$ 의 지표와 가수를 각각 $f(t)$, $g(t)$ 라 하자. 자연수 n 에 대하여

$$f(t) = 9n \left\{ g(t) - \frac{1}{3} \right\}^2 - n$$

을 만족시키는 서로 다른 모든 $f(t)$ 의 합을 a_n 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

단답형

22. 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_2 + a_4 = 55$ 일 때, a_3 의 값을 구하시오. [3점]

23. 로그방정식 $\log_8 x - \log_8(x-7) = \frac{1}{3}$ 의 해를 구하시오. [3점]

24. 좌표공간에서 직선 $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{a} = \frac{z+5}{4}$ 에 수직이고
점 $(1, 1, -2)$ 를 지나는 평면의 방정식을 $2x+5y+bz+c=0$
이라 할 때, $a+b+c$ 의 값을 구하시오.
(단, a, b, c 는 상수이다.) [3점]

25. 1보다 큰 실수 a 에 대하여 타원 $x^2 + \frac{y^2}{a^2} = 1$ 의 두 초점과
쌍곡선 $x^2 - y^2 = 1$ 의 두 초점을 꼭짓점으로 하는 사각형의
넓이가 12일 때, a^2 의 값을 구하시오. [3점]

26. 자연수 n 에 대하여 $abc=2^n$ 을 만족시키는
1보다 큰 자연수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 의 개수가 28일 때,
 n 의 값을 구하시오. [4점]

27. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 두 점 $(-4, 0), (0, 0)$ 을 지날 때, 무리방정식

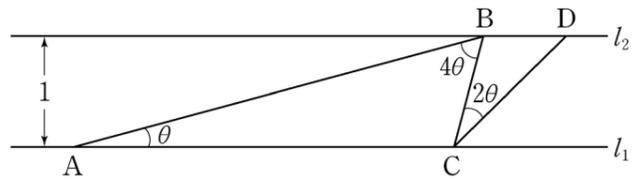
$$f(\sqrt{x+1}-x)=f(1)$$

의 모든 실근의 합을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 서로 평행한 두 직선 l_1 과 l_2 사이의 거리가 1이다. 직선 l_1 위의 점 A에 대하여 직선 l_2 위에 점 B를 선분 AB와 직선 l_1 이 이루는 각의 크기가 θ 가 되도록 잡고, 직선 l_1 위에 점 C를 $\angle ABC=4\theta$ 가 되도록 잡는다. 직선 l_2 위에 점 D를 $\angle BCD=2\theta$ 이고 선분 CD가 선분 AB와 만나지 않도록 잡는다.

삼각형 ABC의 넓이를 T_1 , 삼각형 BCD의 넓이를 T_2 라 할 때,

$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{T_1}{T_2}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{10}$) [4점]

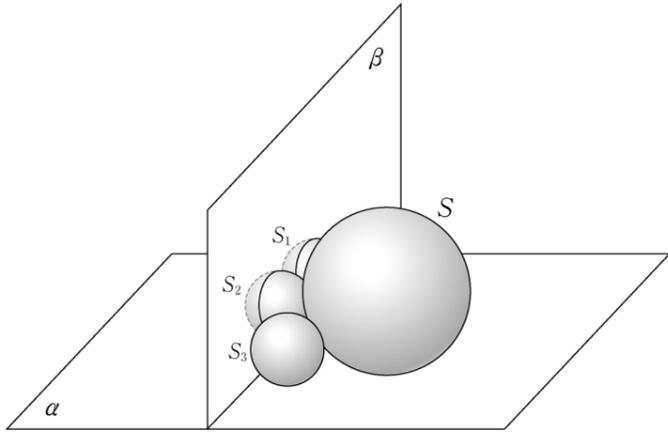


29. 그림과 같이 평면 α 위에 놓여 있는 서로 다른 네 구 S, S_1, S_2, S_3 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) S 의 반지름의 길이는 3이고, S_1, S_2, S_3 의 반지름의 길이는 1이다.
- (나) S_1, S_2, S_3 은 모두 S 에 접한다.
- (다) S_1 은 S_2 와 접하고, S_2 는 S_3 과 접한다.

S_1, S_2, S_3 의 중심을 각각 O_1, O_2, O_3 이라 하자. 두 점 O_1, O_2 를 지나고 평면 α 에 수직인 평면을 β , 두 점 O_2, O_3 을 지나고 평면 α 에 수직인 평면이 S_3 과 만나서 생기는 단면을 D 라 하자. 단면 D 의 평면 β 위로의 정사영의 넓이를 $\frac{q}{p}\pi$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]



30. 양의 실수 전체의 집합에서 감소하고 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $f(x) > 0$ 이다.
- (나) 임의의 양의 실수 t 에 대하여 세 점 $(0, 0), (t, f(t)), (t+1, f(t+1))$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이가 $\frac{t+1}{t}$ 이다.

(다) $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = 2$

$\int_{\frac{7}{2}}^{\frac{11}{2}} \frac{f(x)}{x} dx = \frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(A형)

출수형

5지선다형

1. $5 \times 8^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

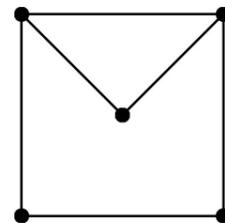
2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A+B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 + 6}{n^2 + 3n}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 0의 개수는? [3점]



- ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

5. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 3$, $a_5 = 48$ 일 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① 18 ② 16 ③ 14 ④ 12 ⑤ 10

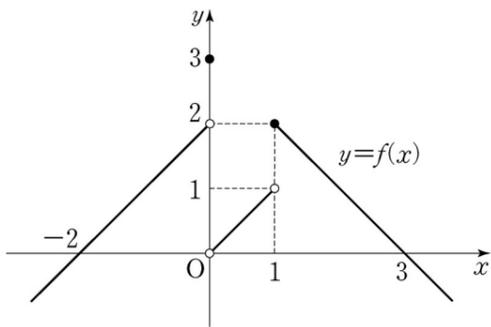
7. 다항식 $(x+a)^6$ 의 전개식에서 x^4 의 계수가 60일 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. $\int_0^1 (2x+a) dx = 4$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$S_n = \frac{n}{n+1}$ 일 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{22}$ ② $\frac{1}{20}$ ③ $\frac{1}{18}$ ④ $\frac{1}{16}$ ⑤ $\frac{1}{14}$

10. 디지털 사진을 압축할 때 원본 사진과 압축한 사진의 다른 정도를 나타내는 지표인 최대 신호 대 잡음비를 P , 원본 사진과 압축한 사진의 평균제곱오차를 E 라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$P = 20 \log 255 - 10 \log E \quad (E > 0)$$

두 원본 사진 A, B 를 압축했을 때 최대 신호 대 잡음비를 각각 P_A, P_B 라 하고, 평균제곱오차를 각각 $E_A (E_A > 0), E_B (E_B > 0)$ 이라 하자. $E_B = 100E_A$ 일 때, $P_A - P_B$ 의 값은?

[3점]

- ① 30 ② 25 ③ 20 ④ 15 ⑤ 10

11. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 3$, $a_2 = 1$ 일 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^2$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{81}{8}$ ② $\frac{83}{8}$ ③ $\frac{85}{8}$ ④ $\frac{87}{8}$ ⑤ $\frac{89}{8}$

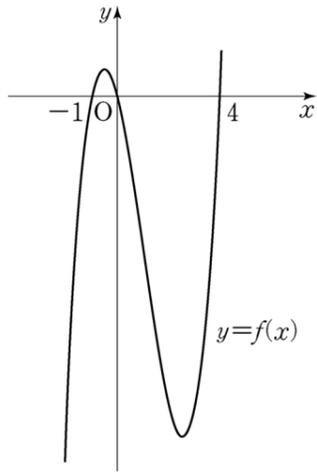
12. 어느 연구소에서 토마토 모종을 심은 지 3주가 지났을 때 토마토 줄기의 길이를 조사한 결과 토마토 줄기의 길이는 평균이 30cm, 표준편차가 2cm인 정규분포를 따른다고 한다.

이 연구소에서 토마토 모종을 심은 지 3주가 지났을 때 토마토 줄기 중 임의로 선택한 줄기의 길이가 27cm 이상이고 32cm 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.6826 ② 0.7745 ③ 0.8185
 ④ 0.9104 ⑤ 0.9270

[13~14] 함수 $f(x) = x(x+1)(x-4)$ 에 대하여 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A \begin{pmatrix} 0 \\ f(a) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 을 만족시키는 모든 상수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 직선 $y = 5x + k$ 와 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 양수 k 의 값은? [4점]

- ① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

15. 지수부등식 $\left(\frac{1}{5}\right)^{1-2x} \leq 5^{x+4}$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합은? [4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

16. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

일 때, $P(B^C | A)$ 의 값은? (단, B^C 은 B 의 여사건이다.) [4점]

- ① $\frac{11}{24}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{13}{24}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

17. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $\sum_{k=1}^n a_{2k-1} = 3n^2 + n$ 을 만족시킬 때, a_8 의 값은? [4점]

- ① 16 ② 19 ③ 22 ④ 25 ⑤ 28

18. 연립방정식

$$\begin{cases} x+y+z+3w=14 \\ x+y+z+w=10 \end{cases}$$

을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z, w 의 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수는? [4점]

- ① 40 ② 45 ③ 50 ④ 55 ⑤ 60

19. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2 - AB = 3E, \quad A^2B - B^2A = A + B$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. A 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $AB = BA$

ㄷ. $(A+2B)^2 = 24E$

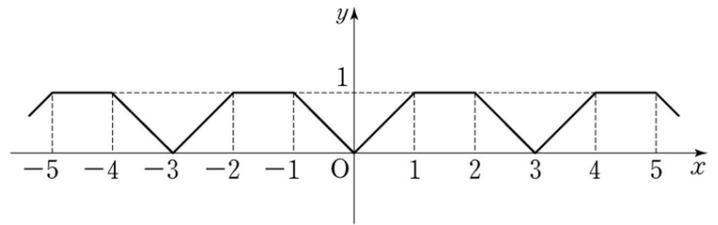
- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+3) = f(x)$ 를 만족시키고,

$$f(x) = \begin{cases} x & (0 \leq x < 1) \\ 1 & (1 \leq x < 2) \\ -x+3 & (2 \leq x < 3) \end{cases}$$

이다. $\int_{-a}^a f(x)dx = 13$ 일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18



21. 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(2)$ 의 최솟값은? [4점]

- (가) $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 1이다.
 (나) $f(0) = f'(0)$
 (다) $x \geq -1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq f'(x)$ 이다.

- ① 28 ② 33 ③ 38 ④ 43 ⑤ 48

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x+7)}{x}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x+10 & (x < 1) \\ x+a & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

24. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 4, \quad \sum_{n=1}^{\infty} b_n = 10$$

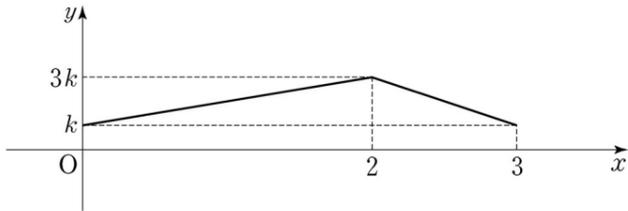
일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + 5b_n)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{3}\right)$ 을 따르고 $V(3X) = 40$ 일 때,
 n 의 값을 구하시오. [3점]

26. 다항함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 $f'(x) = 6x^2 + 4$ 이다.

함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 점 $(0, 6)$ 을 지날 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 구간 $[0, 3]$ 의 모든 실수 값을 가지는 연속확률변수 X 에 대하여 X 의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다.



$P(0 \leq X \leq 2) = \frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, k 는 상수이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

28. 자연수 k 에 대하여

$$a_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{6}{k}\right)^{n+1}}{\left(\frac{6}{k}\right)^n + 1}$$

이러 할 때, $\sum_{k=1}^{10} ka_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 두 다항함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$g(x) = (x^3 + 2)f(x)$$

를 만족시킨다. $g(x)$ 가 $x=1$ 에서 극솟값 24를 가질 때, $f(1) - f'(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 삼각형 OAB의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(1) + f(2) + f(3)$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

- (가) 점 A의 좌표는 $(-2, 3^n)$ 이다.
 (나) 점 B의 좌표를 (a, b) 라 할 때, a 와 b 는 자연수이고 $b \leq \log_2 a$ 를 만족시킨다.
 (다) 삼각형 OAB의 넓이는 50 이하이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(B형)

출수형

5지선다형

1. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A+B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{3x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

3. 함수 $f(x) = \sin x + \sqrt{7} \cos x - \sqrt{2}$ 의 최댓값은? [2점]

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

4. $\int_0^1 3\sqrt{x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 좌표공간에서 두 점 $A(2, a, -2)$, $B(5, -3, b)$ 에 대하여 선분 AB 를 2:1로 내분하는 점이 x 축 위에 있을 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

6. 두 일차변환 f, g 를 나타내는 행렬을 각각 $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ 이라 하자. 합성변환 $f \circ g$ 에 의하여 점 $(1, 2)$ 가 점 $(a, 6)$ 으로 옮겨질 때, a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1=3$, $a_2=1$ 일 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^2$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{81}{8}$ ② $\frac{83}{8}$ ③ $\frac{85}{8}$ ④ $\frac{87}{8}$ ⑤ $\frac{89}{8}$

8. 두 사건 A, B 에 대하여 A^C 과 B 는 서로 배반사건이고

$$P(A) = 2P(B) = \frac{3}{5}$$

일 때, $P(A \cap B^C)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.)

[3점]

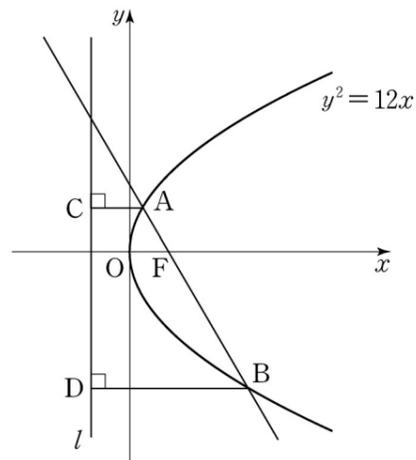
- ① $\frac{7}{20}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{3}{20}$

9. 함수 $f(x) = \frac{1}{x}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{2k}{n}\right) \frac{2}{n}$ 의 값은?

[3점]

- ① $\ln 2$ ② $\ln 3$ ③ $2\ln 2$ ④ $\ln 5$ ⑤ $\ln 6$

10. 그림과 같이 포물선 $y^2 = 12x$ 의 초점 F 를 지나는 직선과 포물선이 만나는 두 점 A, B 에서 준선 l 에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라 하자. $\overline{AC} = 4$ 일 때, 선분 BD 의 길이는? [3점]



- ① 12 ② $\frac{25}{2}$ ③ 13 ④ $\frac{27}{2}$ ⑤ 14

11. 어느 공장에서 생산되는 과자 1봉지의 무게는 평균이 75g, 표준편차가 2g인 정규분포를 따른다고 한다.

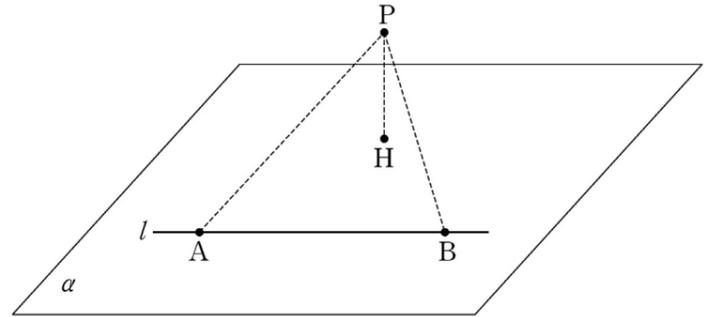
이 공장에서 생산된 과자 중 임의로 선택한 과자 1봉지의 무게가 76g 이상이고 78g 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

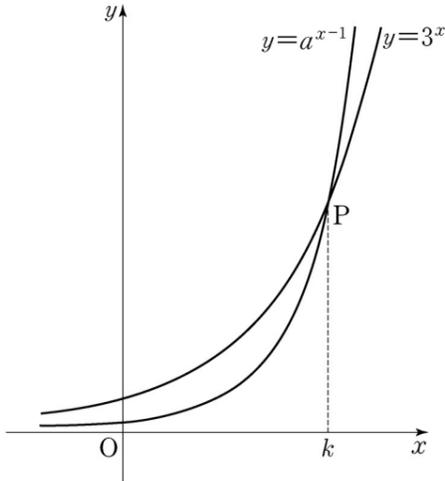
- ① 0.0440 ② 0.0919 ③ 0.1359
- ④ 0.1498 ⑤ 0.2417

12. 평면 α 위에 있는 서로 다른 두 점 A, B를 지나는 직선을 l 이라 하고, 평면 α 위에 있지 않은 점 P에서 평면 α 에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{AB} = \overline{PA} = \overline{PB} = 6$, $\overline{PH} = 4$ 일 때, 점 H와 직선 l 사이의 거리는? [3점]

- ① $\sqrt{11}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{13}$ ④ $\sqrt{14}$ ⑤ $\sqrt{15}$



[13~14] $a > 3$ 인 상수 a 에 대하여 두 곡선 $y = a^{x-1}$ 과 $y = 3^x$ 이 점 P에서 만난다. 점 P의 x 좌표를 k 라 할 때, 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{a}{3}\right)^{n+k}}{\left(\frac{a}{3}\right)^{n+1} + 1}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 점 P에서 곡선 $y = 3^x$ 에 접하는 직선이 x 축과 만나는 점을 A, 점 P에서 곡선 $y = a^{x-1}$ 에 접하는 직선이 x 축과 만나는 점을 B라 하자. 점 $H(k, 0)$ 에 대하여 $\overline{AH} = 2\overline{BH}$ 일 때, a 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

15. 어느 학교의 전체 학생 320명을 대상으로 수학동아리 가입 여부를 조사한 결과 남학생의 60%와 여학생의 50%가 수학동아리에 가입하였다고 한다. 이 학교의 수학동아리에 가입한 학생 중 임의로 1명을 선택할 때 이 학생이 남학생일 확률을 p_1 , 이 학교의 수학동아리에 가입한 학생 중 임의로 1명을 선택할 때 이 학생이 여학생일 확률을 p_2 라 하자. $p_1 = 2p_2$ 일 때, 이 학교의 남학생의 수는? [4점]

- ① 170 ② 180 ③ 190 ④ 200 ⑤ 210

16. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2 - AB = 3E, \quad A^2B - B^2A = A + B$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

—<보 기>—

- ㄱ. A 의 역행렬이 존재한다.
 ㄴ. $AB = BA$
 ㄷ. $(A + 2B)^2 = 24E$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=1$ 이고, $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라 할 때,

$$a_{n+1} = (n+1)S_n + n! \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$ 이므로 주어진 식에 의하여

$$S_{n+1} = (n+2)S_n + n! \quad (n \geq 1)$$

이다. 양변을 $(n+2)!$ 로 나누면

$$\frac{S_{n+1}}{(n+2)!} = \frac{S_n}{(n+1)!} + \frac{1}{(n+1)(n+2)}$$

이다. $b_n = \frac{S_n}{(n+1)!}$ 이라 하면 $b_1 = \frac{1}{2}$ 이고

$$b_{n+1} = b_n + \frac{1}{(n+1)(n+2)}$$

이다. 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하면

$$b_n = \frac{\boxed{\text{가}}}{n+1}$$

이므로

$$S_n = \boxed{\text{가}} \times n!$$

이다. 그러므로

$$a_n = \boxed{\text{나}} \times (n-1)! \quad (n \geq 1)$$

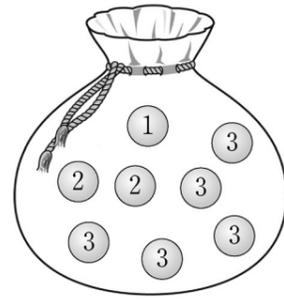
이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(7)+g(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 44 ② 41 ③ 38 ④ 35 ⑤ 32

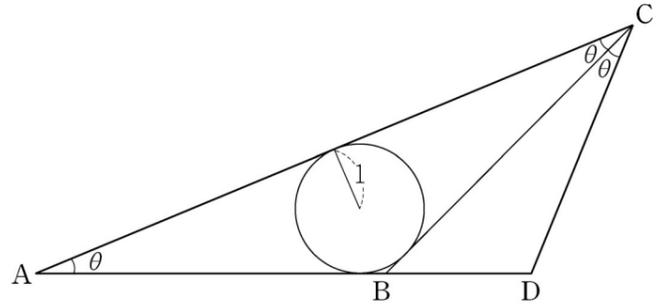
18. 주머니 속에 1의 숫자가 적혀 있는 공 1개, 2의 숫자가 적혀 있는 공 2개, 3의 숫자가 적혀 있는 공 5개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 2번 반복할 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수의 평균을 \bar{X} 라 하자. $P(\bar{X}=2)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{5}{32}$ ② $\frac{11}{64}$ ③ $\frac{3}{16}$ ④ $\frac{13}{64}$ ⑤ $\frac{7}{32}$



19. 좌표공간에서 직선 $l: \frac{x}{2} = 6 - y = z - 6$ 과 평면 α 가 점 $P(2, 5, 7)$ 에서 수직으로 만난다. 직선 l 위의 점 $A(a, b, c)$ 와 평면 α 위의 점 Q 에 대하여 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ} = 6$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은? (단, $a > 0$) [4점]
- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

20. 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원에 외접하고 $\angle CAB = \angle BCA = \theta$ 인 이등변삼각형 ABC 가 있다. 선분 AB 의 연장선 위에 점 A 가 아닌 점 D 를 $\angle DCB = \theta$ 가 되도록 잡는다. 삼각형 BDC 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \{\theta \times S(\theta)\}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



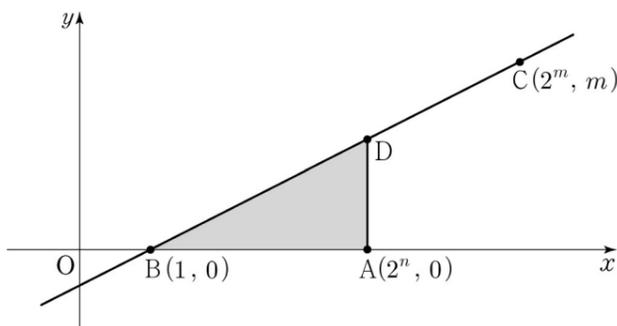
- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{8}{9}$ ③ $\frac{10}{9}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{14}{9}$

21. 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 가장 작은

자연수 m 을 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]

- (가) 점 A의 좌표는 $(2^n, 0)$ 이다.
 (나) 두 점 B(1, 0)과 C($2^m, m$)을 지나는 직선 위의 점 중 x 좌표가 2^n 인 점을 D라 할 때, 삼각형 ABD의 넓이는 $\frac{m}{2}$ 보다 작거나 같다.

- ① 109 ② 111 ③ 113 ④ 115 ⑤ 117



단답형

22. 로그방정식 $\log_2(x+6) = 5$ 의 해를 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = \cos x + 4e^{2x}$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 무리방정식 $x^2 - 6x - \sqrt{x^2 - 6x - 1} = 3$ 의 모든 실근의 곱을 k 라 할 때, k^2 의 값을 구하시오. [3점]

26. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $a \times b \times c$ 는 홀수이다.

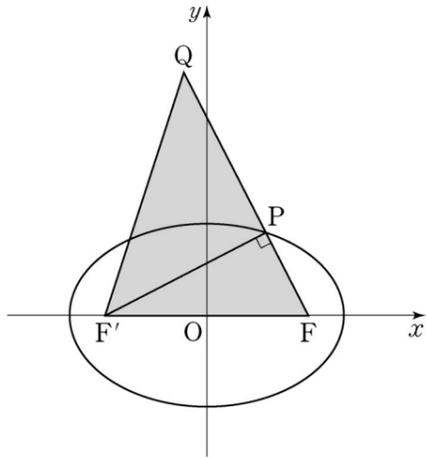
(나) $a \leq b \leq c \leq 20$

25. 디지털 사진을 압축할 때 원본 사진과 압축한 사진의 다른 정도를 나타내는 지표인 최대 신호 대 잡음비를 P , 원본 사진과 압축한 사진의 평균제곱오차를 E 라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$P = 20 \log 255 - 10 \log E \quad (E > 0)$$

두 원본 사진 A, B 를 압축했을 때 최대 신호 대 잡음비를 각각 P_A, P_B 라 하고, 평균제곱오차를 각각 $E_A (E_A > 0), E_B (E_B > 0)$ 이라 하자. $E_B = 100E_A$ 일 때, $P_A - P_B$ 의 값을 구하시오. [3점]

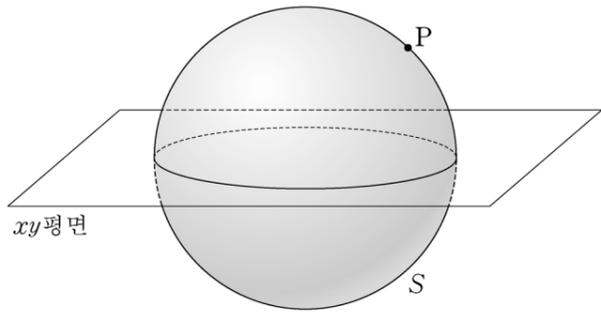
27. 타원 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 의 두 초점 중 x 좌표가 양수인 점을 F , 음수인 점을 F' 이라 하자. 이 타원 위의 점 P 를 $\angle FPF' = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 제1사분면에서 잡고, 선분 FP 의 연장선 위에 y 좌표가 양수인 점 Q 를 $\overline{FQ} = 6$ 이 되도록 잡는다. 삼각형 $QF'F$ 의 넓이를 구하시오. [4점]



28. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x) = \int_0^x (a-t)e^t dt$ 의 최댓값이 32이다. 곡선 $y = 3e^x$ 과 두 직선 $x = a, y = 3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

29. 좌표공간에 구 $S: x^2 + y^2 + z^2 = 50$ 과 점 $P(0, 5, 5)$ 가 있다. 다음 조건을 만족시키는 모든 원 C 에 대하여 C 의 xy 평면 위로의 정사영의 넓이의 최댓값을 $\frac{q}{p}\pi$ 라 하자. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

- (가) 원 C 는 점 P 를 지나는 평면과 구 S 가 만나서 생긴다.
- (나) 원 C 의 반지름의 길이는 1이다.



30. 함수 $f(x) = e^{x+1} - 1$ 과 자연수 n 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = 100|f(x)| - \sum_{k=1}^n |f(x^k)|$$

이라 하자. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(A형)

5지선다형

1. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A+2B$ 의 (1, 2) 성분은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $8^{\frac{1}{3}} + 9^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ 6 + \left(\frac{5}{9} \right)^n \right\}$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

4. 공차가 7인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_{13} - a_{11}$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

2

수학 영역(A형)

5. $\log_2 5 + \log_2 \frac{4}{5}$ 의 값은? [3점]

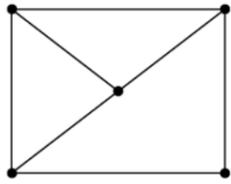
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x-a}{x-1} = b$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

[3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

6. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬에서 행의 모든 성분의 합이 3인 행의 개수는? [3점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{11} a_k = 4, \quad \sum_{k=1}^{11} b_k = 24$$

일 때, $\sum_{k=1}^{11} (5a_k + b_k)$ 의 값은? [3점]

- ① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

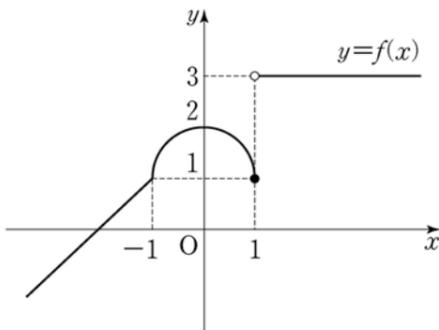
10. 이차정사각행렬 A 의 모든 성분의 합이 3이고, A 의 역행렬이

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & a \end{pmatrix}$$

일 때, a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

9. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 함수 $f(x) = x^2 + 8x$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h}$$

의 값은? [3점]

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

12. 공비가 3인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{3^n} = 5$$

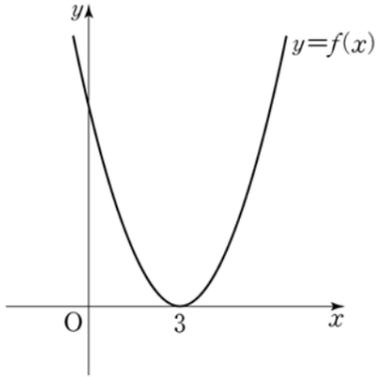
를 만족시킬 때, 첫째항 a_1 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

[13~14] 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = (x-3)^2$$

일 때, 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 함수 $g(x)$ 의 도함수가 $f(x)$ 이고 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(2, g(2))$ 에서의 접선의 y 절편이 -5 일 때, 이 접선의 x 절편은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 자연수 n 에 대하여 방정식 $f(x)=n$ 의 두 근이 α, β 일 때 $h(n) = |\alpha - \beta|$ 라 하자.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \{h(n+1) - h(n)\}$$

의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

6

수학 영역(A형)

15. 함수 $y = \log_3 x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼,
 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 함수를
 $y = f(x)$ 라 하자. 함수 $f(x)$ 의 역함수가 $f^{-1}(x) = 3^{x-2} + 4$
일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. 공차가 6인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여
세 항 a_2, a_k, a_8 은 이 순서대로 등차수열을 이루고,
세 항 a_1, a_2, a_k 는 이 순서대로 등비수열을 이룬다.
 $k + a_1$ 의 값은? [4점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

17. 두 함수

$$f(x) = 3x^3 - x^2 - 3x, \quad g(x) = x^3 - 4x^2 + 9x + a$$

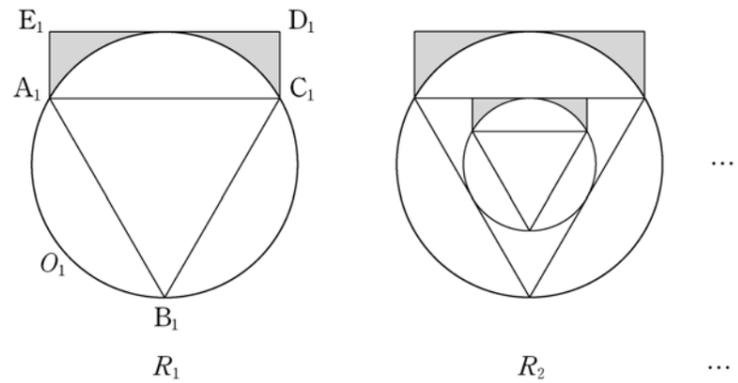
에 대하여 방정식 $f(x) = g(x)$ 가 서로 다른 두 개의 양의 실근과 한 개의 음의 실근을 갖도록 하는 모든 정수 a 의 개수는? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

18. 반지름의 길이가 2인 원 O_1 에 내접하는 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다. 그림과 같이 직선 A_1C_1 과 평행하고 점 B_1 을 지나지 않는 원 O_1 의 접선 위에 두 점 D_1, E_1 을 사각형 $A_1C_1D_1E_1$ 이 직사각형이 되도록 잡고, 직사각형 $A_1C_1D_1E_1$ 의 내부와 원 O_1 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 에 내접하는 원 O_2 와 원 O_2 에 내접하는 정삼각형 $A_2B_2C_2$ 를 그리고, 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형 $A_2C_2D_2E_2$ 를 그리고 직사각형 $A_2C_2D_2E_2$ 의 내부와 원 O_2 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $4\sqrt{3} - \frac{16}{9}\pi$ ② $4\sqrt{3} - \frac{5}{3}\pi$ ③ $4\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi$
 ④ $5\sqrt{3} - \frac{16}{9}\pi$ ⑤ $5\sqrt{3} - \frac{5}{3}\pi$

19. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라 할 때,

$$a_{n+1} = (2^n - 1)(S_n + 1) \quad (n \geq 1) \quad \dots\dots (*)$$

이 성립한다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

식 (*)의 양변에 S_n 을 더하여 정리하면

$$S_{n+1} + 1 = 2^n(S_n + 1)$$

이다. $b_n = \log_2(S_n + 1)$ 이라 하면 $b_1 = 1$ 이고

$$b_{n+1} = \boxed{\text{(가)}} + b_n$$

이다. 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하면

$$b_n = \frac{n^2 - n + 2}{2} \quad (n \geq 1)$$

이므로

$$S_n = 2^{\frac{n^2 - n + 2}{2}} - 1 \quad (n \geq 1)$$

이다. 그러므로 $a_1 = 1$ 이고, $n \geq 2$ 일 때

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= 2^{\frac{n^2 - n + 2}{2}} - 2^{\boxed{\text{(나)}}} \\ &= 2^{\boxed{\text{(나)}}} \times (2^{n-1} - 1) \end{aligned}$$

이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(12) - g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

20. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표를 $f(x)$ 라 할 때,

$$f(ab) = f(a)f(b) + 2$$

를 만족시키는 20 이하의 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a+b$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

21. 자연수 n 에 대하여 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$ 의 근댓값을 a_n 이라 하자.

- (가) $f(n) = 0$
- (나) 모든 실수 x 에 대하여 $(x+n)f(x) \geq 0$ 이다.

a_n 이 자연수가 되도록 하는 n 의 최솟값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+7}{x-1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x^3 + 10x$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. $\sum_{k=1}^{10} (2k+a) = 300$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

26. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n}$ 이 수렴할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 9n}{n}$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} 2a & -1 \\ 8 & a-4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

이 무수히 많은 해를 갖도록 하는 상수 a 의 값을 구하시오.

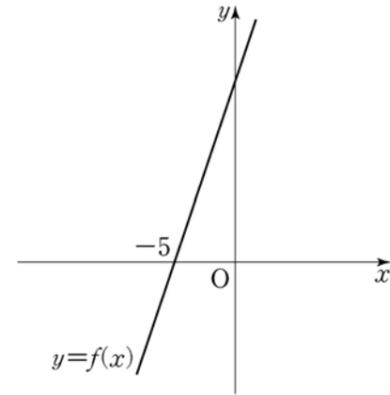
[3점]

27. 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 9x + 3$ 이 열린 구간 $(-a, a)$ 에서 감소할 때, 양수 a 의 최댓값을 구하시오. [4점]

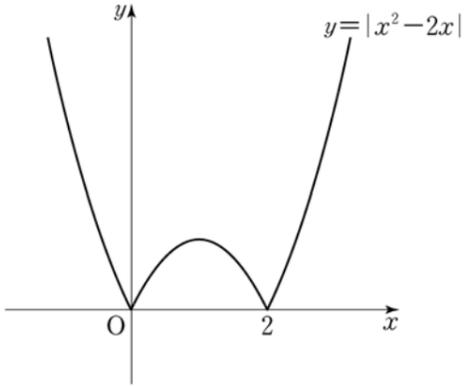
28. 일차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같고 $f(-5)=0$ 이다. 부등식

$$2^{f(x)} \leq 8$$

의 해가 $x \leq -4$ 일 때, $f(0)$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 실수 t 에 대하여 직선 $y=t$ 가 곡선 $y=|x^2-2x|$ 와 만나는 점의 개수를 $f(t)$ 라 하자. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(t)$ 에 대하여 함수 $f(t)g(t)$ 가 모든 실수 t 에서 연속일 때, $f(3)+g(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수가 300 이상이 되도록 하는 가장 작은 자연수 k 의 값을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(2) \times f(3) \times f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) $a < n^k$ 이면 $b \leq \log_n a$ 이다.
- (나) $a \geq n^k$ 이면 $b \leq -(a - n^k)^2 + k^2$ 이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(B형)

5지선다형

1. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A+2B$ 의 (1, 2) 성분은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\log_2 5 + \log_2 \frac{4}{5}$ 의 값은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sqrt{3}x)}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

4. $\tan \theta = \frac{1}{7}$ 일 때, $\sin 2\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{11}{50}$ ③ $\frac{6}{25}$ ④ $\frac{13}{50}$ ⑤ $\frac{7}{25}$

5. $\int_0^1 e^{x+4} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $e^5 - e^4$ ② e^5 ③ $e^5 + e^4$
 ④ $e^5 + 2e^4$ ⑤ $e^5 + 3e^4$

7. 함수 $f(x) = a \sin x + \sqrt{11} \cos x$ 의 최댓값이 6일 때,
 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 일차변환 f 를 나타내는 행렬을 $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 이라 하자.

역변환 f^{-1} 에 의하여 점 $(4, 1)$ 이 점 (a, b) 로 옮겨질 때,
 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 공비가 3인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{3^n} = 5$$

를 만족시킬 때, 첫째항 a_1 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

9. 서로 다른 종류의 연필 5자루를 4명의 학생 A, B, C, D에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 연필을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [3점]

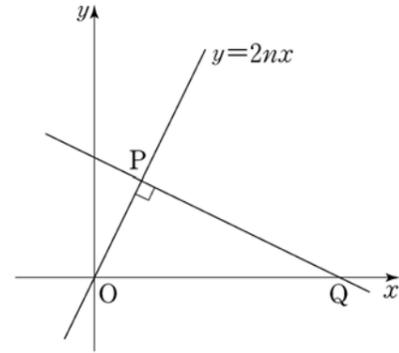
- ① 1024 ② 1034 ③ 1044 ④ 1054 ⑤ 1064

10. 자연수 n 에 대하여 직선 $y=2nx$ 위의 점 $P(n, 2n^2)$ 을 지나고 이 직선과 수직인 직선이 x 축과 만나는 점을 Q 라 할 때,

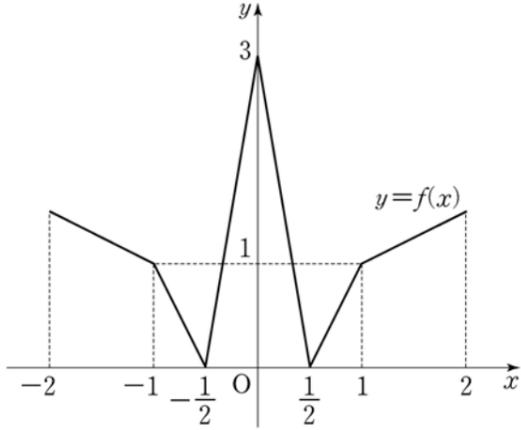
선분 OQ 의 길이를 l_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{l_n}{n^3}$ 의 값은?

(단, O 는 원점이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



11. 닫힌 구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 연속함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



방정식

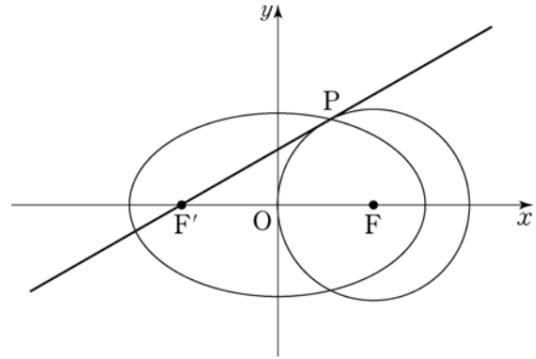
$$\frac{2}{f(x)-1} = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x}$$

의 실근의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로 하고 장축의 길이가 4인 타원이 있다. 점 F 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 c 인 원이 타원과 점 P 에서 만난다. 점 P 에서 원에 접하는 직선이 점 F' 을 지날 때, c 의 값은?

[3점]

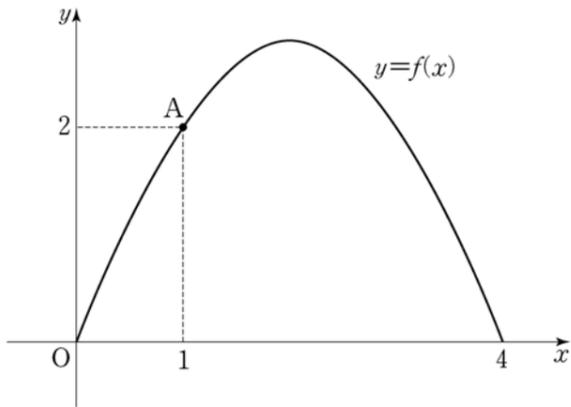


- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{10}-\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{6}-1$
 ④ $2\sqrt{3}-2$ ⑤ $\sqrt{14}-\sqrt{5}$

[13~14] 닫힌 구간 $[0, 4]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = 2\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4}x$$

의 그래프가 그림과 같고, 직선 $y=g(x)$ 가 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 점 $A(1, 2)$ 를 지난다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 직선 $y=g(x)$ 가 x 축에 평행할 때, 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=g(x)$ 에 의해 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{16}{\pi} - 4$ ② $\frac{17}{\pi} - 4$ ③ $\frac{18}{\pi} - 4$
 ④ $\frac{16}{\pi} - 2$ ⑤ $\frac{17}{\pi} - 2$

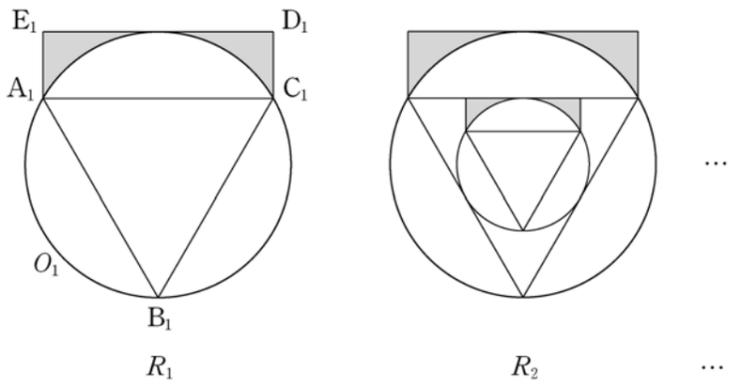
14. 일차함수 $g(x)$ 가 닫힌 구간 $[0, 4]$ 에서 $f(x) \leq g(x)$ 를 만족시킬 때, $g(3)$ 의 값은? [4점]

- ① π ② $\pi+1$ ③ $\pi+2$
 ④ $\pi+3$ ⑤ $\pi+4$

6

수학 영역(B형)

15. 반지름의 길이가 2인 원 O_1 에 내접하는 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다. 그림과 같이 직선 A_1C_1 과 평행하고 점 B_1 을 지나지 않는 원 O_1 의 접선 위에 두 점 D_1, E_1 을 사각형 $A_1C_1D_1E_1$ 이 직사각형이 되도록 잡고, 직사각형 $A_1C_1D_1E_1$ 의 내부와 원 O_1 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 에 내접하는 원 O_2 와 원 O_2 에 내접하는 정삼각형 $A_2B_2C_2$ 를 그리고, 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형 $A_2C_2D_2E_2$ 를 그리고 직사각형 $A_2C_2D_2E_2$ 의 내부와 원 O_2 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $4\sqrt{3} - \frac{16}{9}\pi$ ② $4\sqrt{3} - \frac{5}{3}\pi$ ③ $4\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi$
 ④ $5\sqrt{3} - \frac{16}{9}\pi$ ⑤ $5\sqrt{3} - \frac{5}{3}\pi$

16. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax & (x < 1) \\ -3x+4 & (x \geq 1) \end{cases}, \quad g(x) = 2^x + 2^{-x}$$

에 대하여 합성함수 $(g \circ f)(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 곱은? [4점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

17. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라 할 때,

$$a_{n+1} = (2^n - 1)(S_n + 1) \quad (n \geq 1) \quad \dots\dots (*)$$

이 성립한다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

식 (*)의 양변에 S_n 을 더하여 정리하면

$$S_{n+1} + 1 = 2^n(S_n + 1)$$

이다. $b_n = \log_2(S_n + 1)$ 이라 하면 $b_1 = 1$ 이고

$$b_{n+1} = \boxed{(가)} + b_n$$

이다. 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하면

$$b_n = \frac{n^2 - n + 2}{2} \quad (n \geq 1)$$

이므로

$$S_n = 2^{\frac{n^2 - n + 2}{2}} - 1 \quad (n \geq 1)$$

이다. 그러므로 $a_1 = 1$ 이고, $n \geq 2$ 일 때

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= 2^{\frac{n^2 - n + 2}{2}} - 2^{\boxed{(나)}}$$

$$= 2^{\boxed{(나)}} \times (2^{n-1} - 1)$$

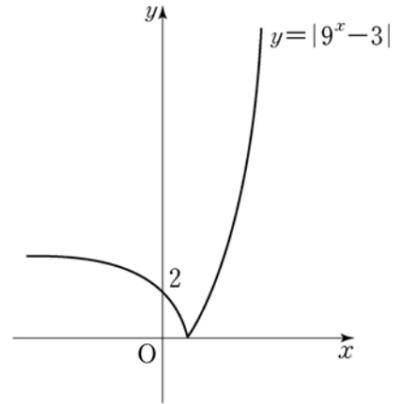
이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(12) - g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

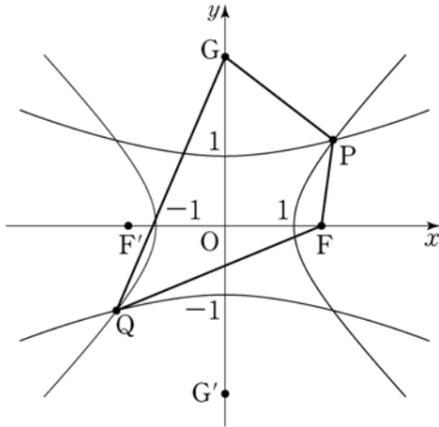
18. 좌표평면 위의 두 곡선 $y = |9^x - 3|$ 과 $y = 2^{x+k}$ 이 만나는 서로 다른 두 점의 x 좌표를 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$)라 할 때, $x_1 < 0, 0 < x_2 < 2$ 를 만족시키는 모든 자연수 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12



19. 그림과 같이 초점이 각각 F, F' 과 G, G' 이고 주축의 길이가 2, 중심이 원점 O 인 두 쌍곡선이 제1사분면에서 만나는 점을 P , 제3사분면에서 만나는 점을 Q 라 하자. $\overline{PG} \times \overline{QG} = 8, \overline{PF} \times \overline{QF} = 4$ 일 때, 사각형 $PGQF$ 의 둘레의 길이는? (단, 점 F 의 x 좌표와 점 G 의 y 좌표는 양수이다.)

[4점]



- ① $6+2\sqrt{2}$
- ② $6+2\sqrt{3}$
- ③ 10
- ④ $6+2\sqrt{5}$
- ⑤ $6+2\sqrt{6}$

20. 양수 t 에 대하여 $\log t$ 의 가수를 $f(t)$ 라 하자. 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 양수 t 의 개수를 a_n 이라 할 때, a_4+a_5 의 값은? [4점]

(가) $1 \leq t < 100$
 (나) $f(t^n) + 2f(t) = 1$

- ① 8
- ② 10
- ③ 12
- ④ 14
- ⑤ 16

21. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = e^{x+1} \{x^2 + (n-2)x - n + 3\} + ax$$

가 역함수를 갖도록 하는 실수 a 의 최솟값을 $g(n)$ 이라 하자.
 $1 \leq g(n) \leq 8$ 을 만족시키는 모든 n 의 값의 합은? [4점]

- ① 43 ② 46 ③ 49 ④ 52 ⑤ 55

단답형

22. 무리방정식 $\sqrt{7x+1} = x-1$ 의 해를 구하시오. [3점]

23. 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_7 + a_{11} = 20$$

을 만족시킬 때, a_{10} 의 값을 구하시오. [3점]

24. 포물선 $y^2 = 20x$ 에 접하고 기울기가 $\frac{1}{2}$ 인 직선의 y 절편을 구하시오. [3점]

25. 매개변수 $t(t > 0)$ 으로 나타내어진 함수

$$x = t^2 + 1, \quad y = \frac{2}{3}t^3 + 10t - 1$$

- 에서 $t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 4a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ay \\ 2x - y \end{pmatrix}$$

- 가 $x=0, y=0$ 이외의 해를 가질 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [4점]

27. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z, u 의 모든 순서쌍 (x, y, z, u) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $x+y+z+u=6$
 (나) $x \neq u$

28. 두 일차변환 f, g 를 나타내는 행렬을 각각

$$\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

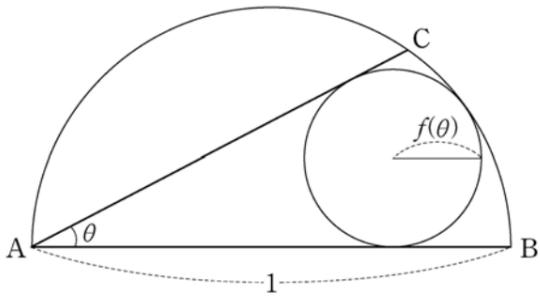
이라 하자. 합성변환 $f \circ g$ 에 의하여 점 $A(4, 0)$ 이 옮겨지는 점을 B라 하고, 합성변환 $g \circ f^{-1}$ 에 의하여 점 B가 옮겨지는 점을 C라 하자. 삼각형 ABC의 넓이가 1일 때,

$\sin\theta = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 그림과 같이 길이가 1인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 점 C를 잡고 $\angle BAC = \theta$ 라 하자. 호 BC와 두 선분 AB, AC에 동시에 접하는 원의 반지름의 길이를 $f(\theta)$ 라 할 때,

$$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\tan \frac{\theta}{2} - f(\theta)}{\theta^2} = \alpha$$

이다. 100α 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



30. 정의역이 $\{x | 0 \leq x \leq 8\}$ 이고 다음 조건을 만족시키는 모든 연속함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^8 f(x) dx$ 의 최댓값은 $p + \frac{q}{\ln 2}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 자연수이고, $\ln 2$ 는 무리수이다.) [4점]

- (가) $f(0) = 1$ 이고 $f(8) \leq 100$ 이다.
- (나) $0 \leq k \leq 7$ 인 각각의 정수 k 에 대하여

$$f(k+t) = f(k) \quad (0 < t \leq 1)$$
 또는

$$f(k+t) = 2^t \times f(k) \quad (0 < t \leq 1)$$
 이다.
- (다) 열린 구간 $(0, 8)$ 에서 함수 $f(x)$ 가 미분가능하지 않은 점의 개수는 2이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(A형)

5지선다형

1. $2 \times 27^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

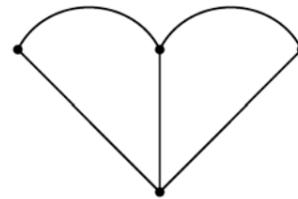
2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & a \end{pmatrix}$ 에 대하여 $2A + B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$ 일 때, a 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \times 2^{n+1} + 1}{2^n}$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은? [3점]



- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

5. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{(x-7)(x+3)}{x-7}$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

7. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은 $a_n = n^2 + 2$ 이다. 수열 $\{a_n\}$ 의
계차수열을 $\{b_n\}$ 이라 할 때, $\sum_{n=1}^6 b_n$ 의 값은? [3점]

- ① 39 ② 42 ③ 45 ④ 48 ⑤ 51

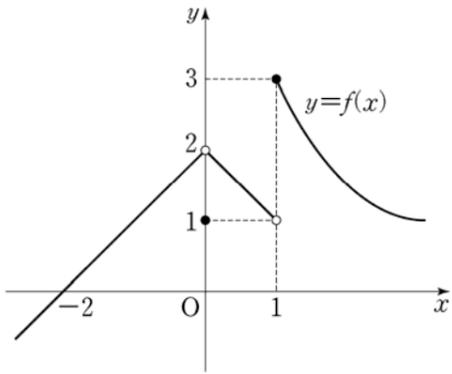
6. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	-4	0	4	8	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	1

$E(3X)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

8. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1=4$, $a_4-a_2=4$ 일 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{na_n}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

10. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \int \left(\frac{1}{2}x^3 + 2x + 1 \right) dx - \int \left(\frac{1}{2}x^3 + x \right) dx$$

이고 $f(0)=1$ 일 때, $f(4)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{23}{2}$ ② 12 ③ $\frac{25}{2}$ ④ 13 ⑤ $\frac{27}{2}$

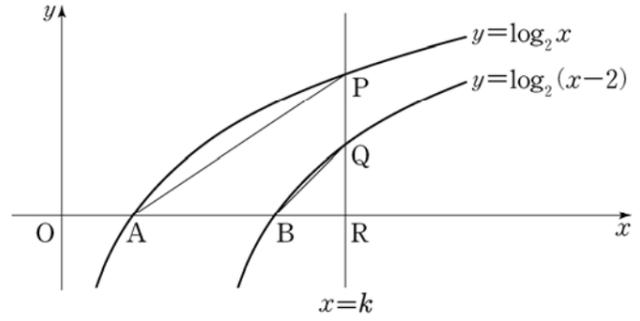
11. 어느 지역의 1인 가구의 월 식료품 구입비는 평균이 45만 원, 표준편차가 8만 원인 정규분포를 따른다고 한다.

이 지역의 1인 가구 중에서 임의로 추출한 16가구의 월 식료품 구입비의 표본평균이 44만 원 이상이고 47만 원 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

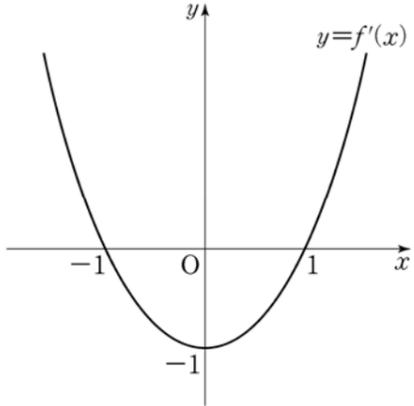
- ① 0.3830 ② 0.5328 ③ 0.6915 ④ 0.8185 ⑤ 0.8413

12. 그림과 같이 두 함수 $y = \log_2 x$, $y = \log_2(x-2)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 직선 $x = k$ ($k > 3$)이 두 함수 $y = \log_2 x$, $y = \log_2(x-2)$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, x 축과 만나는 점을 R라 하자. 점 Q가 선분 PR의 중점일 때, 사각형 ABQP의 넓이는? [3점]



- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

[13~14] 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 $f'(x)=x^2-1$ 일 때,
13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 함수 $g(x) = f(x) - kx$ 가 $x = -3$ 에서 극값을 가질 때,
상수 k 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

14. $f(0)=0$ 일 때, 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의
넓이는? [4점]

- ① $\frac{9}{8}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{11}{8}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{13}{8}$

15. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cap B^c) = P(A^c \cap B) = \frac{1}{6}, \quad P(A \cup B) = \frac{2}{3}$$

일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [4점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

16. 고속철도의 최고소음도 $L(\text{dB})$ 을 예측하는 모형에 따르면 한 지점에서 가까운 선로 중앙 지점까지의 거리를 $d(\text{m})$, 열차가 가까운 선로 중앙 지점을 통과할 때의 속력을 $v(\text{km/h})$ 라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$L = 80 + 28 \log \frac{v}{100} - 14 \log \frac{d}{25}$$

가까운 선로 중앙 지점 P 까지의 거리가 75 m 인 한 지점에서 속력이 서로 다른 두 열차 A, B 의 최고소음도를 예측하고자 한다. 열차 A 가 지점 P 를 통과할 때의 속력이 열차 B 가 지점 P 를 통과할 때의 속력의 0.9 배일 때, 두 열차 A, B 의 예측 최고소음도를 각각 L_A, L_B 라 하자. $L_B - L_A$ 의 값은? [4점]

- ① $14 - 28 \log 3$ ② $28 - 56 \log 3$ ③ $28 - 28 \log 3$
 ④ $56 - 84 \log 3$ ⑤ $56 - 56 \log 3$

17. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 10$ 이고

$$(a_{n+1})^{n+1} = \frac{a_1 + (a_2)^2 + (a_3)^3 + \dots + (a_n)^n}{n} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정의 일부이다.

$b_n = (a_n)^n$ 이라 하면 $b_1 = 10$ 이고 주어진 식으로부터

$$b_{n+1} = \frac{b_1 + b_2 + \dots + b_n}{n} \quad (n \geq 1)$$

이다. $S_n = \sum_{k=1}^n b_k$ 라 하면

$$S_{n+1} = \boxed{\text{(가)}} \times S_n$$

이다.

$$S_1 = 10,$$

$$S_n = S_1 \times \frac{S_2}{S_1} \times \frac{S_3}{S_2} \times \dots \times \frac{S_n}{S_{n-1}} \quad (n \geq 2)$$

를 이용하여 S_n 을 구하면

$$S_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 1)$$

이다.

⋮

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(5) \times g(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 72 ② 76 ③ 80 ④ 84 ⑤ 88

18. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$AB - B^2 = E, \quad B^3 + B = E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

㉠. $AB^2 = E$
 ㉡. $AB = BA$
 ㉢. $A - B^2 = B - E$

- ① ㉠ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

19. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [4점]

(가) $a+b+c+3d=10$

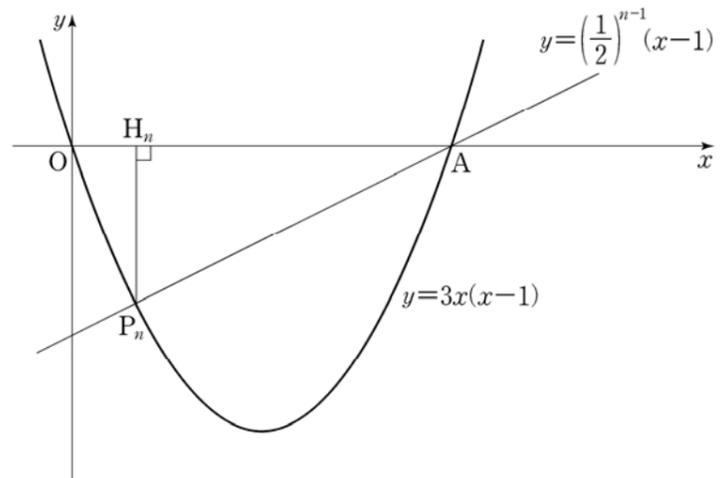
(나) $a+b+c \leq 5$

- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

20. 자연수 n 에 대하여 직선 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}(x-1)$ 과 이차함수 $y = 3x(x-1)$ 의 그래프가 만나는 두 점을 $A(1, 0)$ 과 P_n 이라 하자. 점 P_n 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H_n 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} P_n H_n$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{14}{9}$ ③ $\frac{29}{18}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{31}{18}$



21. 실수 t 에 대하여 직선 $x = t$ 가 두 함수

$$y = x^4 - 4x^3 + 10x - 30, \quad y = 2x + 2$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 점 A와 점 B 사이의 거리를 $f(t)$ 라 하자.

$$\lim_{h \rightarrow +0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \times \lim_{h \rightarrow -0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \leq 0$$

을 만족시키는 모든 실수 t 의 값의 합은? [4점]

- ① -7 ② -3 ③ 1 ④ 5 ⑤ 9

단답형

22. 공비가 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 4, 3a_5 = a_7$ 일 때, a_3 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x^2 - 2x - 12$ 에 대하여 $f'(5)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. x, y 에 대한 두 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -4 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix}$$

의 해가 일치할 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \int_0^x (2at+1) dt$$

이고 $f'(2) = 17$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

26. 어느 도서관 이용자 300명을 대상으로 각 연령대별, 성별 이용 현황을 조사한 결과는 다음과 같다.

(단위: 명)

구분	19세 이하	20대	30대	40세 이상	계
남성	40	a	$60-a$	100	200
여성	35	$45-b$	b	20	100

이 도서관 이용자 300명 중에서 30대가 차지하는 비율은 12%이다. 이 도서관 이용자 300명 중에서 임의로 선택한 1명이 남성일 때 이 이용자가 20대일 확률과, 이 도서관 이용자 300명 중에서 임의로 선택한 1명이 여성일 때 이 이용자가 30대일 확률이 서로 같다. $a+b$ 의 값을 구하시오.

[4점]

27. 양수 a 와 실수 b 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{an^2 + 4n} - bn) = \frac{1}{5}$$

일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3}{3x} = 2$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -7$$

29. 확률변수 X 가 정규분포 $N(4, 3^2)$ 을 따를 때,

$\sum_{n=1}^7 P(X \leq n) = a$ 이다. $10a$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 하고, $h(x) = x + 5f(x)$ 라 하자. 두 조건

$$f(m) \leq f(x), \quad g(h(m)) \leq g(x)$$

를 만족시키는 자연수 m 의 개수를 $p(x)$ 라 할 때,

$\sum_{k=1}^{10} p(2k)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

◦ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
하시오.

제 2 교시

수학 영역(B형)

5지선다형

1. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & a \end{pmatrix}$ 에 대하여 $2A + B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$ 일 때, a 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{xe^x}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 공비가 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 4$, $3a_5 = a_7$ 일 때, a_3 의 값은? [2점]

① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

4. 좌표공간의 점 $P(2, 2, 3)$ 을 yz 평면에 대하여 대칭이동시킨 점을 Q 라 하자. 두 점 P 와 Q 사이의 거리는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수 $f(x) = (2e^x + 1)^3$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 48 ② 51 ③ 54 ④ 57 ⑤ 60

6. 좌표평면 위의 네 점 $O(0, 0)$, $A(4, 2)$, $B(0, 2)$, $C(2, 0)$ 에 대하여 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC}$ 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

7. 행렬 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 로 나타내어지는 일차변환을 f , 원점을 중심으로 $\frac{\pi}{4}$ 만큼 회전하는 회전변환을 g 라 하자. 합성변환 $f \circ g$ 에 의하여 점 $(3, 3)$ 이 옮겨진 점을 P 라 할 때, 선분 OP 의 길이는? (단, O 는 원점이다.) [3점]

- ① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $3\sqrt{5}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

8. 로그방정식 $\log_2(4+x) + \log_2(4-x) = 3$ 을 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 곱은? [3점]

- ① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

10. 곡선 $y = \ln 5x$ 위의 점 $\left(\frac{1}{5}, 0\right)$ 에서의 접선의 y 절편은?

[3점]

- ① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

9. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{6}, \quad P(A \cap B^c) + P(A^c \cap B) = \frac{1}{3}$$

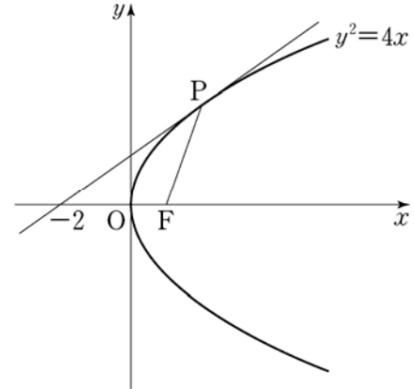
일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

11. 좌표평면에서 두 직선 $x-y-1=0$, $ax-y+1=0$ 이 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자. $\tan\theta=\frac{1}{6}$ 일 때, 상수 a 의 값은? (단, $a>1$) [3점]

- ① $\frac{11}{10}$ ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{13}{10}$ ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

12. 그림과 같이 초점이 F인 포물선 $y^2=4x$ 위의 한 점 P에서의 접선이 x 축과 만나는 점의 x 좌표가 -2 이다. $\cos(\angle PFO)$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]



- ① $-\frac{5}{12}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $-\frac{1}{6}$ ⑤ $-\frac{1}{12}$

13. 어느 회사 직원들의 하루 여가 활동 시간은 모평균이 m , 모표준편차가 10인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사 직원 중 n 명을 임의추출하여 신뢰도 95%로 추정한 모평균 m 에 대한 신뢰구간이 $[38.08, 45.92]$ 일 때, n 의 값은? (단, 시간의 단위는 분이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.) [3점]

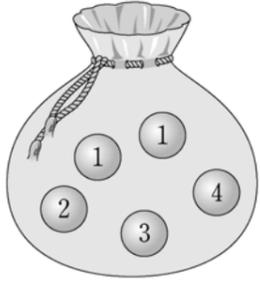
- ① 25 ② 36 ③ 49 ④ 64 ⑤ 81

14. 곡선 $y=e^{\frac{x}{2}}$ 과 y 축 및 직선 $y=e$ 로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피는? [4점]

- ① $\frac{e^2+1}{2}\pi$ ② $\frac{e(e+1)}{2}\pi$ ③ $e^2\pi$
 ④ $(e^2+1)\pi$ ⑤ $e(e+1)\pi$

15. 주머니에 1, 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내어 임의로 일렬로 나열하고, 나열된 순서대로 공에 적혀 있는 수를 a, b, c, d 라 할 때, $a \leq b \leq c \leq d$ 일 확률은?
[4점]

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{3}$



16. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 10$ 이고

$$(a_{n+1})^{n+1} = \frac{a_1 + (a_2)^2 + (a_3)^3 + \cdots + (a_n)^n}{n} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정의 일부이다.

$b_n = (a_n)^n$ 이라 하면 $b_1 = 10$ 이고 주어진 식으로부터

$$b_{n+1} = \frac{b_1 + b_2 + \cdots + b_n}{n} \quad (n \geq 1)$$

이다. $S_n = \sum_{k=1}^n b_k$ 라 하면

$$S_{n+1} = \boxed{\text{(가)}} \times S_n$$

이다.

$$S_1 = 10,$$

$$S_n = S_1 \times \frac{S_2}{S_1} \times \frac{S_3}{S_2} \times \cdots \times \frac{S_n}{S_{n-1}} \quad (n \geq 2)$$

를 이용하여 S_n 을 구하면

$$S_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 1)$$

이다.

⋮

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $f(5) \times g(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 72 ② 76 ③ 80 ④ 84 ⑤ 88

17. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$B^2 + AB = E, \quad B^2 = B - E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

- ㉠. $AB = BA$
- ㉡. $A + 2B = E$
- ㉢. $A^3 + A^2 + 3A = 2E$

- ① ㉠
- ② ㉢
- ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

18. 확률변수 X 는 정규분포 $N(10, 4^2)$, 확률변수 Y 는 정규분포 $N(m, 4^2)$ 을 따르고, 확률변수 X 와 Y 의 확률밀도함수는 각각 $f(x)$ 와 $g(x)$ 이다.

$$f(12) = g(26), \quad P(Y \geq 26) \geq 0.5$$

일 때, $P(Y \leq 20)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.0062
- ② 0.0228
- ③ 0.0896
- ④ 0.1587
- ⑤ 0.2255

19. 두 초점이 F, F'인 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 위의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 P는 제1사분면에 있다.
- (나) 삼각형 PF'F가 이등변삼각형이다.

삼각형 PF'F의 넓이를 a 라 할 때, 모든 a 의 값의 곱은? [4점]

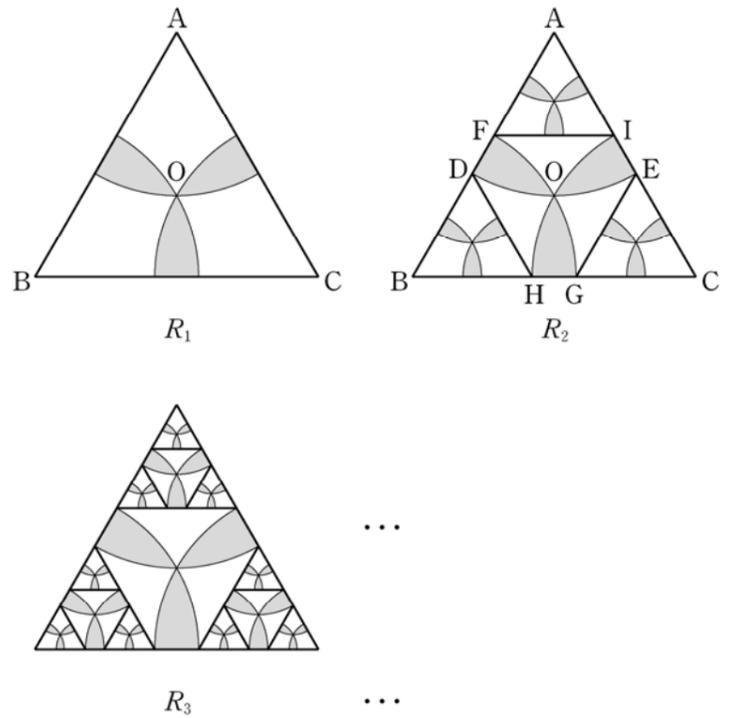
- ① $3\sqrt{77}$ ② $6\sqrt{21}$ ③ $9\sqrt{10}$ ④ $21\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{105}$

20. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC가 있다. 정삼각형 ABC의 외심을 O라 할 때, 중심이 A이고 반지름의 길이가 \overline{AO} 인 원을 O_A , 중심이 B이고 반지름의 길이가 \overline{BO} 인 원을 O_B , 중심이 C이고 반지름의 길이가 \overline{CO} 인 원을 O_C 라 하자. 원 O_A 와 원 O_B 의 내부의 공통부분, 원 O_A 와 원 O_C 의 내부의 공통부분, 원 O_B 와 원 O_C 의 내부의 공통부분 중 삼각형 ABC 내부에 있는 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 원 O_A 가 두 선분 AB, AC와 만나는 점을 각각 D, E, 원 O_B 가 두 선분 AB, BC와 만나는 점을 각각 F, G, 원 O_C 가 두 선분 BC, AC와 만나는 점을 각각 H, I라 하고, 세 정삼각형 AFI, BHD, CEG에서 R_1 을 얻는 과정과 같은 방법으로 각각 만들어지는 모양의 도형 3개에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에 새로 만들어진 세 개의 정삼각형에 각각 R_1 에서 R_2 를 얻는 과정과 같은 방법으로 만들어지는 모양의 도형 9개에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $(2\pi - 3\sqrt{3})(\sqrt{3} + 3)$
- ② $(\pi - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 3)$
- ③ $(2\pi - 3\sqrt{3})(2\sqrt{3} + 3)$
- ④ $(\pi - \sqrt{3})(2\sqrt{3} + 3)$
- ⑤ $(2\pi - 2\sqrt{3})(\sqrt{3} + 3)$

21. 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} |\sin x| - \sin x & \left(-\frac{7}{2}\pi \leq x < 0\right) \\ \sin x - |\sin x| & \left(0 \leq x \leq \frac{7}{2}\pi\right) \end{cases}$$

라 하자. 닫힌 구간 $\left[-\frac{7}{2}\pi, \frac{7}{2}\pi\right]$ 에 속하는 모든 실수 x 에 대하여 $\int_a^x f(t) dt \geq 0$ 이 되도록 하는 실수 a 의 최솟값을 α , 최댓값을 β 라 할 때, $\beta - \alpha$ 의 값은? (단, $-\frac{7}{2}\pi \leq a \leq \frac{7}{2}\pi$)

[4점]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ $\frac{5}{2}\pi$ ④ $\frac{7}{2}\pi$ ⑤ $\frac{9}{2}\pi$

단답형

22. $\int_1^{16} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 무리방정식 $\sqrt{-x^2+7x} = -x^2+7x-2$ 의 모든 실근의 값을 구하시오. [3점]

24. 자연수 n 에 대하여 x 에 대한 이차방정식

$$x^2 + 2nx - 4n = 0$$

의 양의 실근을 a_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 고속철도의 최고소음도 $L(\text{dB})$ 을 예측하는 모형에 따르면 한 지점에서 가까운 선로 중앙 지점까지의 거리를 $d(\text{m})$, 열차가 가까운 선로 중앙 지점을 통과할 때의 속력을 $v(\text{km/h})$ 라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

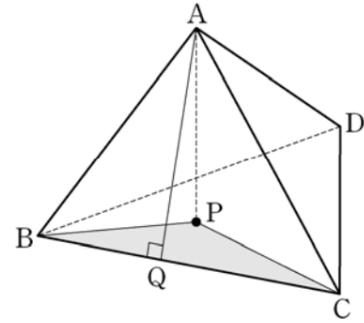
$$L = 80 + 28 \log \frac{v}{100} - 14 \log \frac{d}{25}$$

가까운 선로 중앙 지점 P 까지의 거리가 75m 인 한 지점에서 속력이 서로 다른 두 열차 A, B 의 최고소음도를 예측하고자 한다. 열차 A 가 지점 P 를 통과할 때의 속력이 열차 B 가 지점 P 를 통과할 때의 속력의 0.9 배일 때, 두 열차 A, B 의 예측 최고소음도를 각각 L_A, L_B 라 하자. $L_B - L_A$ 의 값을 $a + b \log 3$ 이라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 정수이다.) [3점]

26. 그림과 같이 $\overline{AB} = 9$, $\overline{BC} = 12$, $\cos(\angle ABC) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 인

사면체 $ABCD$ 에 대하여 점 A 의 평면 BCD 위로의 정사영을 P 라 하고 점 A 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 Q 라 하자.

$\cos(\angle AQP) = \frac{\sqrt{3}}{6}$ 일 때 삼각형 BCP 의 넓이는 k 이다. k^2 의 값을 구하시오. [4점]

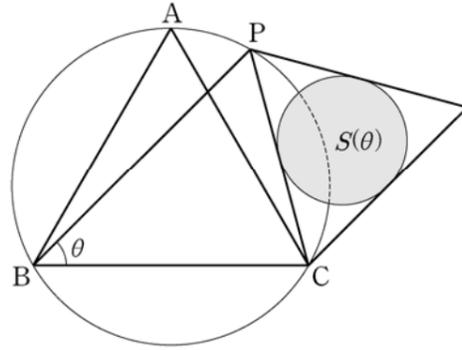


27. 다음 조건을 만족시키는 2 이상의 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $a+b+c+d = 20$
 (나) a, b, c 는 모두 d 의 배수이다.

28. 그림과 같이 원에 내접하고 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형 ABC 가 있다. 점 B 를 포함하지 않는 호 AC 위의 점 P 에 대하여 $\angle PBC = \theta$ 라 하고, 선분 PC 를 한 변으로 하는 정삼각형에 내접하는 원의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자.

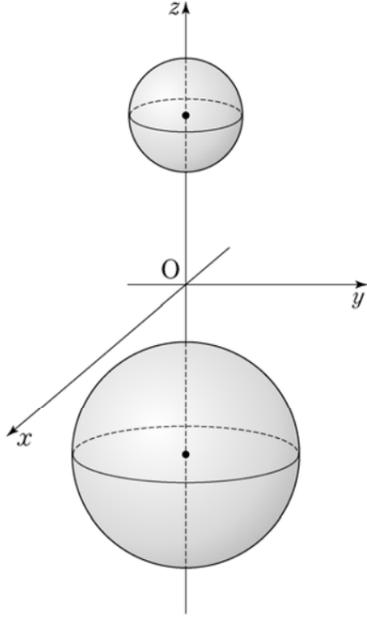
$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = a\pi$ 일 때, $60a$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 좌표공간에 두 개의 구

$$S_1 : x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 1, \quad S_2 : x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 4$$

가 있다. 점 $P\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{6}, 0\right)$ 을 포함하고 S_1 과 S_2 에 동시에 접하는 평면을 α 라 하자. 점 $Q(k, -\sqrt{3}, 2)$ 가 평면 α 위의 점일 때 $120k$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 양수 a 와 두 실수 b, c 에 대하여 함수

$$f(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$$

은 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x)$ 는 $x = -\sqrt{3}$ 과 $x = \sqrt{3}$ 에서 극값을 갖는다.
 (나) $0 \leq x_1 < x_2$ 인 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $f(x_2) - f(x_1) + x_2 - x_1 \geq 0$ 이다.

세 수 a, b, c 의 곱 abc 의 최댓값을 $\frac{k}{e^3}$ 라 할 때, $60k$ 의 값을 구하시오. [4점]

- * 확인 사항
 ◦ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
 하시오.

제 2 교시

수학 영역(A형)

출수형

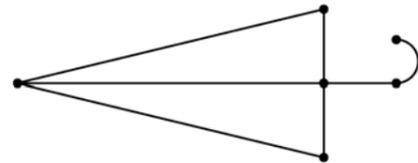
5지선다형

1. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A-B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $8^{\frac{1}{3}} + 27^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]
- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

3. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x^2+5)}{x+2}$ 의 값은? [2점]
- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 1의 개수는? [3점]



- ① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26

5. 함수 $f(x) = x^3 + 7x + 3$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

6. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{2}{5}, \quad P(B|A) = \frac{5}{6}$$

일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{4}{15}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{2}{15}$ ⑤ $\frac{1}{15}$

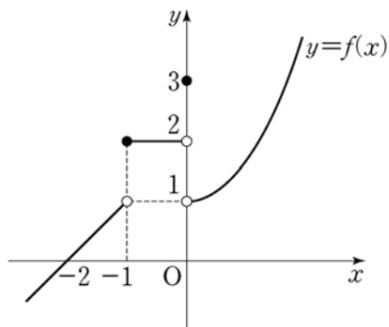
7. 첫째항이 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 = 4a_1, \quad a_7 = (a_6)^2$$

일 때, 첫째항 a_1 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

8. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) + \lim_{x \rightarrow +0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 모표준편차가 14인 모집단에서 크기가 n 인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} 라 하자. $\sigma(\bar{X})=2$ 일 때, n 의 값은? [3점]

- ① 9 ② 16 ③ 25 ④ 36 ⑤ 49

10. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 곡선 $y=x^2-(n+1)x+a_n$ 은 x 축과 만나고, 곡선 $y=x^2-nx+a_n$ 은 x 축과 만나지 않는다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{3}{20}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

11. x 에 대한 로그부등식

$$\log_5(x-1) \leq \log_5\left(\frac{1}{2}x+k\right)$$

를 만족시키는 모든 정수 x 의 개수가 3일 때, 자연수 k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 어느 쌀 모으기 행사에 참여한 각 학생이 기부한 쌀의

무게는 평균이 1.5kg, 표준편차가 0.2kg인 정규분포를

따른다고 한다. 이 행사에 참여한 학생

중 임의로 1명을 선택할 때,

이 학생이 기부한 쌀의 무게가 1.3kg

이상이고 1.8kg 이하일 확률을 오른쪽

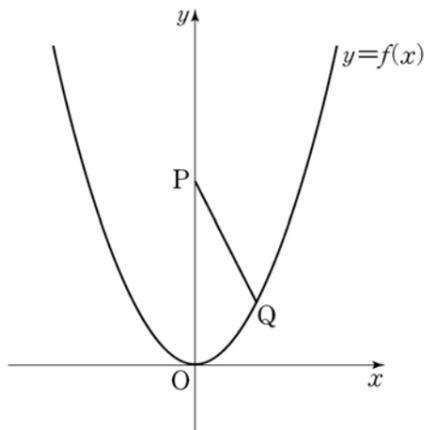
표준정규분포표를 이용하여 구한

것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.00	0.3413
1.25	0.3944
1.50	0.4332
1.75	0.4599

- ① 0.8543 ② 0.8012 ③ 0.7745
 ④ 0.7357 ⑤ 0.6826

[13~14] 자연수 n 에 대하여 좌표가 $(0, 2n+1)$ 인 점을 P 라 하고, 함수 $f(x) = nx^2$ 의 그래프 위의 점 중 y 좌표가 1이고 제1사분면에 있는 점을 Q 라 하자. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. $n=1$ 일 때, 선분 PQ와 곡선 $y=f(x)$ 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{19}{12}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

14. 점 $R(0, 1)$ 에 대하여 삼각형 PRQ의 넓이를 S_n ,

선분 PQ의 길이를 l_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n^2}{l_n}$ 의 값은? [4점]

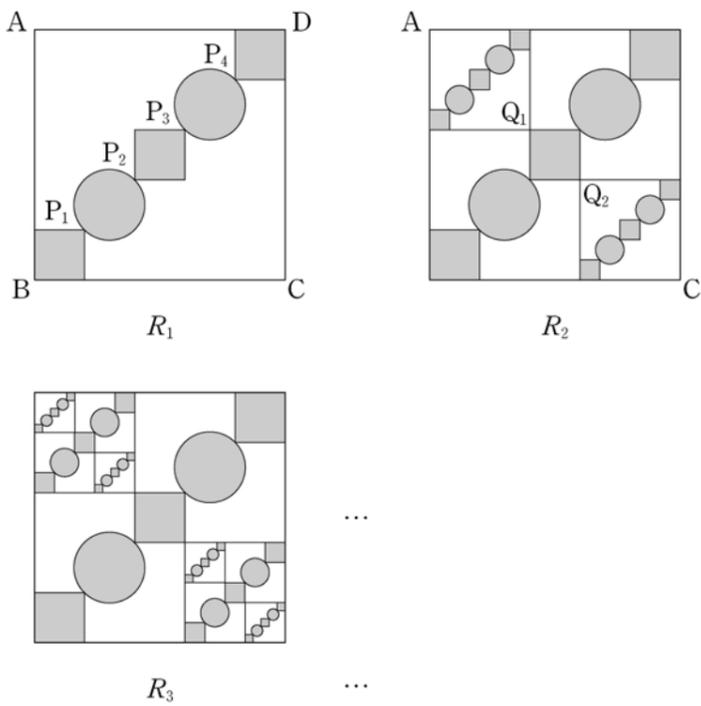
- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

15. 그림과 같이 한 변의 길이가 5인 정사각형 ABCD의 대각선 BD의 5등분점을 점 B에서 가까운 순서대로 각각 P_1, P_2, P_3, P_4 라 하고, 선분 BP_1, P_2P_3, P_4D 를 각각 대각선으로 하는 정사각형과 선분 P_1P_2, P_3P_4 를 각각 지름으로 하는 원을 그린 후, π 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 P_2P_3 을 대각선으로 하는 정사각형의 꼭짓점 중 점 A와 가장 가까운 점을 Q_1 , 점 C와 가장 가까운 점을 Q_2 라 하자. 선분 AQ_1 을 대각선으로 하는 정사각형과 선분 CQ_2 를 대각선으로 하는 정사각형을 그리고, 새로 그려진 2개의 정사각형 안에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 π 모양의 도형을 각각 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 선분 AQ_1 을 대각선으로 하는 정사각형과 선분 CQ_2 를 대각선으로 하는 정사각형에 그림 R_1 에서 그림 R_2 를 얻는 것과 같은 방법으로 π 모양의 도형을 각각 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{24}{17}(\pi+3)$ ② $\frac{25}{17}(\pi+3)$ ③ $\frac{26}{17}(\pi+3)$
- ④ $\frac{24}{17}(2\pi+1)$ ⑤ $\frac{25}{17}(2\pi+1)$

16. 어느 금융상품에 초기자산 W_0 을 투자하고 t 년이 지난 시점에서의 기대자산 W 가 다음과 같이 주어진다고 한다.

$$W = \frac{W_0}{2} 10^{at} (1 + 10^{at})$$

(단, $W_0 > 0, t \geq 0$ 이고, a 는 상수이다.)

이 금융상품에 초기자산 w_0 을 투자하고 15년이 지난 시점에서의 기대자산은 초기자산의 3배이다. 이 금융상품에 초기자산 w_0 을 투자하고 30년이 지난 시점에서의 기대자산이 초기자산의 k 배일 때, 실수 k 의 값은? (단, $w_0 > 0$) [4점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

17. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d, e 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수는? [4점]

- (가) a, b, c, d, e 중에서 0의 개수는 2이다.
 (나) $a+b+c+d+e=10$

- ① 240 ② 280 ③ 320 ④ 360 ⑤ 400

18. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A+B=(BA)^2, \quad ABA=B+E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

- ㄱ. $A=B^2$
 ㄴ. $B^{-1}=A^2+E$
 ㄷ. $A^5-B^5=A+B$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = a_2 = 1$ 이고,

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k \text{라 할 때,}$$

$$a_{n+1} = \frac{S_n^2}{S_{n-1}} + (2n-1)S_n \quad (n \geq 2)$$

를 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$ 이므로 주어진 식으로부터

$$S_{n+1} = \frac{S_n^2}{S_{n-1}} + 2nS_n \quad (n \geq 2)$$

이다. 양변을 S_n 으로 나누면

$$\frac{S_{n+1}}{S_n} = \frac{S_n}{S_{n-1}} + 2n$$

이다. $b_n = \frac{S_{n+1}}{S_n}$ 이라 하면 $b_1 = 2$ 이고

$$b_n = b_{n-1} + 2n \quad (n \geq 2)$$

이다. 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하면

$$b_n = \boxed{\text{가}} \times (n+1) \quad (n \geq 1)$$

이므로

$$S_n = \boxed{\text{가}} \times \{(n-1)!\}^2 \quad (n \geq 1)$$

이다. 따라서 $a_1 = 1$ 이고, $n \geq 2$ 일 때

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= \boxed{\text{나}} \times \{(n-2)!\}^2 \end{aligned}$$

이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(10) + g(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 110 ② 125 ③ 140 ④ 155 ⑤ 170

20. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(-x) = -f(x), \quad g(-x) = g(x)$$

를 만족시킨다. 함수 $h(x) = f(x)g(x)$ 에 대하여

$$\int_{-3}^3 (x+5)h'(x)dx = 10$$

일 때, $h(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

21. 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $\frac{f'(0)}{f(0)}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. Mm 의 값은?
[4점]

(가) 함수 $|f(x)|$ 는 $x = -1$ 에서만 미분가능하지 않다.
(나) 방정식 $f(x) = 0$ 은 닫힌 구간 $[3, 5]$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{2}{15}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

단답형

22. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_8 - a_4 = 28$ 일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 구하십시오. [3점]

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \times 9^n - 13}{9^n}$ 의 값을 구하십시오. [3점]

24. x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} 1 & a-2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

25. 이산확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	-5	0	5	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	1

$E(4X+3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 어느 회사의 직원은 모두 60명이고, 각 직원은 두 개의

부서 A, B 중 한 부서에 속해 있다. 이 회사의 A 부서는 20명, B 부서는 40명의 직원으로 구성되어 있다. 이 회사의 A 부서에 속해 있는 직원의 50%가 여성이다. 이 회사 여성 직원의 60%가 B 부서에 속해 있다. 이 회사의 직원 60명 중에서 임의로 선택한 한 명이 B 부서에 속해 있을 때, 이 직원이 여성일 확률은 p 이다. $80p$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & (x \leq a) \\ x^2-x & (x > a) \end{cases}, \quad g(x) = x - (2a+7)$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 곱을 구하시오. [4점]

28. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad g(x) = x^3 f(x) - 7$$

$$(나) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - g(x)}{x - 2} = 2$$

곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(2, g(2))$ 에서의 접선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.
(단, a, b 는 상수이다.) [4점]

29. 이차함수 $f(x)$ 가 $f(0)=0$ 이고 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \int_0^2 |f(x)| dx = - \int_0^2 f(x) dx = 4$$

$$(나) \int_2^3 |f(x)| dx = \int_2^3 f(x) dx$$

$f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. $x \geq \frac{1}{100}$ 인 실수 x 에 대하여 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라 하자.

다음 조건을 만족시키는 두 실수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 를 좌표평면에 나타낸 영역을 R 라 하자.

(가) $a < 0$ 이고 $b > 10$ 이다.

(나) 함수 $y=9f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=ax+b$ 가 한 점에서만 만난다.

영역 R 에 속하는 점 (a, b) 에 대하여 $(a+20)^2 + b^2$ 의

최솟값은 $100 \times \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(B형)

출수형

5지선다형

1. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A+B$ 의 모든 성분의 합이 9일 때, a 의 값은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{\sin 3x}$ 의 값은? [2점]
- ① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

3. 좌표공간에서 세 점 $A(a, 0, 5)$, $B(1, b, -3)$, $C(1, 1, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게중심의 좌표가 $(2, 2, 1)$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [2점]
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

4. $\int_0^e \frac{5}{x+e} dx$ 의 값은? [3점]
- ① $\ln 2$ ② $2\ln 2$ ③ $3\ln 2$ ④ $4\ln 2$ ⑤ $5\ln 2$

5. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A^C) = \frac{1}{4}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{2}$$

일 때, $P(B|A^C)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

6. 행렬 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ 로 나타내어지는 일차변환에 의하여

점 $P(2, -1)$ 이 점 Q 로 옮겨질 때, 직선 PQ 의 기울기는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 곡선 $y = 3e^{x-1}$ 위의 점 A 에서의 접선이 원점 O 를 지날 때, 선분 OA 의 길이는? [3점]

- ① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

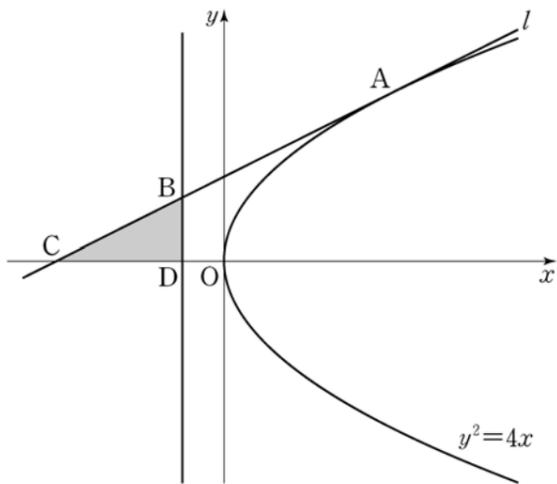
8. 한 개의 동전을 5번 던질 때, 앞면이 나오는 횟수와 뒷면이 나오는 횟수의 곱이 6일 확률은? [3점]

- ① $\frac{5}{8}$ ② $\frac{9}{16}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{3}{8}$

9. 포물선 $y^2 = 4x$ 위의 점 $A(4, 4)$ 에서의 접선을 l 이라 하자.

직선 l 과 포물선의 준선이 만나는 점을 B, 직선 l 과 x 축이 만나는 점을 C, 포물선의 준선과 x 축이 만나는 점을 D라 하자. 삼각형 BCD의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{7}{4}$ ② 2 ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{11}{4}$



10. 어느 금융상품에 초기자산 W_0 을 투자하고 t 년이 지난 시점에서의 기대자산 W 가 다음과 같이 주어진다고 한다.

$$W = \frac{W_0}{2} 10^{at} (1 + 10^{at})$$

(단, $W_0 > 0$, $t \geq 0$ 이고, a 는 상수이다.)

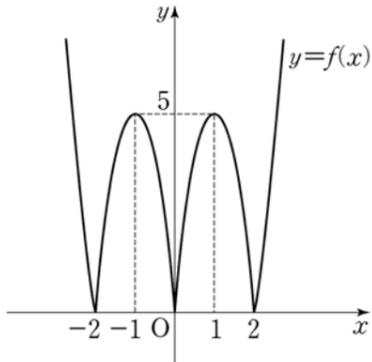
이 금융상품에 초기자산 w_0 을 투자하고 15년이 지난 시점에서의 기대자산은 초기자산의 3배이다. 이 금융상품에 초기자산 w_0 을 투자하고 30년이 지난 시점에서의 기대자산이 초기자산의 k 배일 때, 실수 k 의 값은? (단, $w_0 > 0$) [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

[11~12] 함수

$$f(x) = \begin{cases} |5x(x+2)| & (x < 0) \\ |5x(x-2)| & (x \geq 0) \end{cases}$$

의 그래프가 그림과 같다. 11번과 12번의 두 물음에 답하시오.



11. 닫힌 구간 $[0, 1]$ 에서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 직선 $x=1$ 로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피는? [3점]

- ① $\frac{65}{6}\pi$ ② $\frac{35}{3}\pi$ ③ $\frac{25}{2}\pi$ ④ $\frac{40}{3}\pi$ ⑤ $\frac{85}{6}\pi$

12. 무리방정식 $\sqrt{4-f(x)} = 1-x$ 의 서로 다른 실근의 개수는? [3점]

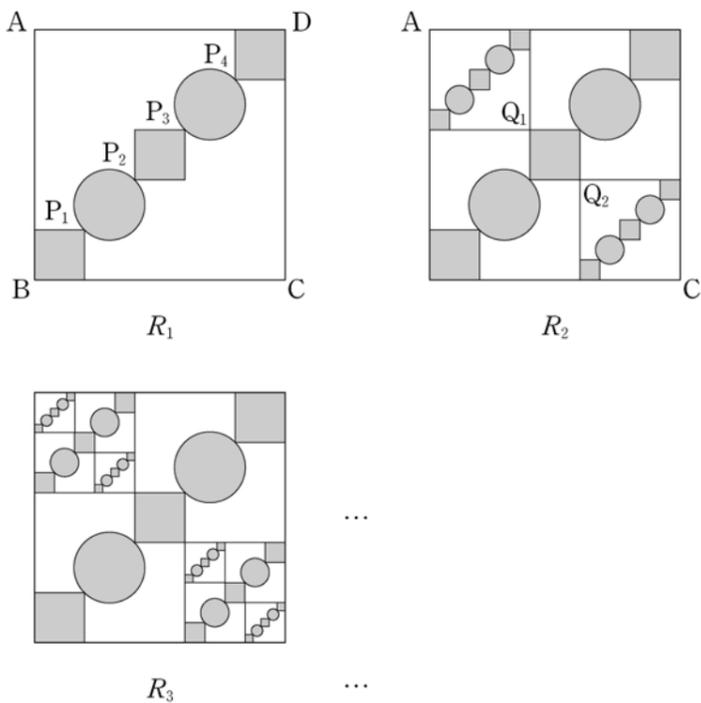
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13. 그림과 같이 한 변의 길이가 5인 정사각형 ABCD의 대각선 BD의 5등분점을 점 B에서 가까운 순서대로 각각 P_1, P_2, P_3, P_4 라 하고, 선분 BP_1, P_2P_3, P_4D 를 각각 대각선으로 하는 정사각형과 선분 P_1P_2, P_3P_4 를 각각 지름으로 하는 원을 그린 후, π 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 P_2P_3 을 대각선으로 하는 정사각형의 꼭짓점 중 점 A와 가장 가까운 점을 Q_1 , 점 C와 가장 가까운 점을 Q_2 라 하자. 선분 AQ_1 을 대각선으로 하는 정사각형과 선분 CQ_2 를 대각선으로 하는 정사각형을 그리고, 새로 그려진 2개의 정사각형 안에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 π 모양의 도형을 각각 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 선분 AQ_1 을 대각선으로 하는 정사각형과 선분 CQ_2 를 대각선으로 하는 정사각형에 그림 R_1 에서 그림 R_2 를 얻는 것과 같은 방법으로 π 모양의 도형을 각각 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{24}{17}(\pi+3)$ ② $\frac{25}{17}(\pi+3)$ ③ $\frac{26}{17}(\pi+3)$
- ④ $\frac{24}{17}(2\pi+1)$ ⑤ $\frac{25}{17}(2\pi+1)$

14. 세 정수 a, b, c 에 대하여

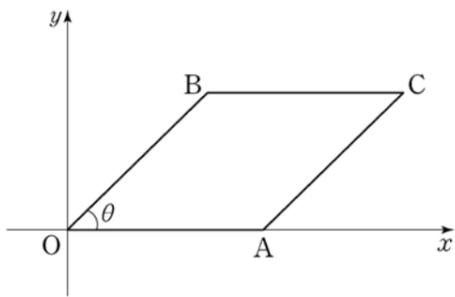
$$1 \leq |a| \leq |b| \leq |c| \leq 5$$

를 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는? [4점]

- ① 360 ② 320 ③ 280 ④ 240 ⑤ 200

15. 좌표평면에서 점 A의 좌표는 (1, 0)이고, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 점 B의 좌표는 $(\cos\theta, \sin\theta)$ 이다. 사각형 OACB가 평행사변형이 되도록 하는 제1사분면 위의 점 C에 대하여 사각형 OACB의 넓이를 $f(\theta)$, 선분 OC의 길이의 제곱을 $g(\theta)$ 라 하자. $f(\theta)+g(\theta)$ 의 최댓값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ① $2 + \sqrt{5}$ ② $2 + \sqrt{6}$ ③ $2 + \sqrt{7}$
- ④ $2 + 2\sqrt{2}$ ⑤ 5



16. 두 이차정사각행렬 A, B가

$$A+B=(BA)^2, \quad ABA=B+E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $A=B^2$
 ㄴ. $B^{-1}=A^2+E$
 ㄷ. $A^5-B^5=A+B$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = a_2 = 1$ 이고,

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k \text{라 할 때,}$$

$$a_{n+1} = \frac{S_n^2}{S_{n-1}} + (2n-1)S_n \quad (n \geq 2)$$

를 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$ 이므로 주어진 식으로부터

$$S_{n+1} = \frac{S_n^2}{S_{n-1}} + 2nS_n \quad (n \geq 2)$$

이다. 양변을 S_n 으로 나누면

$$\frac{S_{n+1}}{S_n} = \frac{S_n}{S_{n-1}} + 2n$$

이다. $b_n = \frac{S_{n+1}}{S_n}$ 이라 하면 $b_1 = 2$ 이고

$$b_n = b_{n-1} + 2n \quad (n \geq 2)$$

이다. 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하면

$$b_n = \boxed{\text{(가)}} \times (n+1) \quad (n \geq 1)$$

이므로

$$S_n = \boxed{\text{(가)}} \times \{(n-1)!\}^2 \quad (n \geq 1)$$

이다. 따라서 $a_1 = 1$ 이고, $n \geq 2$ 일 때

$$a_n = S_n - S_{n-1} = \boxed{\text{(나)}} \times \{(n-2)!\}^2$$

이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $f(10) + g(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 110 ② 125 ③ 140 ④ 155 ⑤ 170

18. 정규분포 $N(50, 8^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 16인

표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} , 정규분포

$N(75, \sigma^2)$ 을 따르는 모집단에서

크기가 25인 표본을 임의추출하여

구한 표본평균을 \bar{Y} 라 하자.

$P(\bar{X} \leq 53) + P(\bar{Y} \leq 69) = 1$ 일 때,

$P(\bar{Y} \geq 71)$ 의 값을 오른쪽

표준정규분포표를 이용하여 구한

것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.2	0.3849
1.4	0.4192
1.6	0.4452

- ① 0.8413 ② 0.8644 ③ 0.8849
 ④ 0.9192 ⑤ 0.9452

19. 좌표공간에 점 $A(2, 2, 1)$ 과 평면 $\alpha: x+2y+2z-14=0$ 이 있다. 평면 α 위의 점 P 가 $\overline{AP} \leq 3$ 을 만족시킬 때, 점 P 가 나타내는 도형의 xy 평면 위로의 정사영의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{14}{3}\pi$ ② $\frac{13}{3}\pi$ ③ 4π ④ $\frac{11}{3}\pi$ ⑤ $\frac{10}{3}\pi$

20. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표를 $f(x)$ 라 하자.

$$f(n+10) = f(n) + 1$$

- 을 만족시키는 100 이하의 자연수 n 의 개수는? [4점]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

21. $0 < t < 41$ 인 실수 t 에 대하여 곡선 $y = x^3 + 2x^2 - 15x + 5$ 와 직선 $y = t$ 가 만나는 세 점 중에서 x 좌표가 가장 큰 점의 좌표를 $(f(t), t)$, x 좌표가 가장 작은 점의 좌표를 $(g(t), t)$ 라 하자. $h(t) = t \times \{f(t) - g(t)\}$ 라 할 때, $h'(5)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{79}{12}$ ② $\frac{85}{12}$ ③ $\frac{91}{12}$ ④ $\frac{97}{12}$ ⑤ $\frac{103}{12}$

단답형

22. 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$2(a_2 + a_3) = a_9$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = 4 \sin 7x$ 에 대하여 $f'(2\pi)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 닫힌 구간 $[0, 1]$ 의 모든 실수 값을 가지는 연속확률변수 X 의 확률밀도함수가

$$f(x) = kx(1-x^3) \quad (0 \leq x \leq 1)$$

일 때, $24k$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 상수이다.) [3점]

25. 첫째항이 1이고 공비가 r ($r > 1$)인 등비수열 $\{a_n\}$ 에

대하여 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{S_n} = \frac{3}{4}$ 이다. r 의 값을

구하시오. [3점]

26. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ 인 타원

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

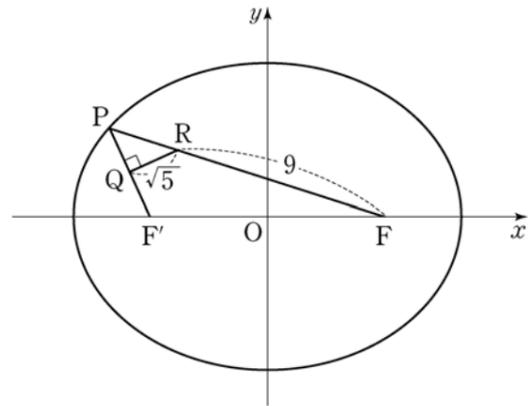
이 있다. 타원 위에 있고 제2사분면에 있는

점 P 에 대하여 선분 PF' 의 중점을 Q , 선분 PF 를 1:3으로

내분하는 점을 R 라 하자. $\angle PQR = \frac{\pi}{2}, \overline{QR} = \sqrt{5}, \overline{RF} = 9$

일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c 는 양수이다.)

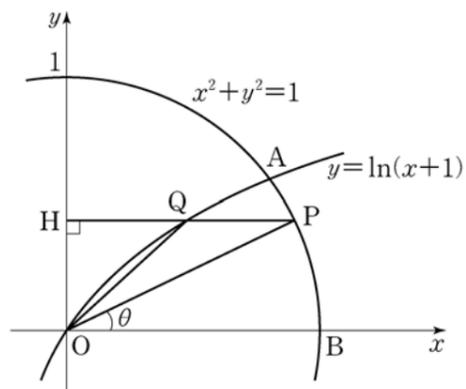
[4점]



27. 좌표공간에 서로 수직인 두 평면 α 와 β 가 있다.
 평면 α 위의 두 점 A, B에 대하여 $\overline{AB} = 3\sqrt{5}$ 이고 직선 AB는 평면 β 에 평행하다. 점 A와 평면 β 사이의 거리가 2이고, 평면 β 위의 점 P와 평면 α 사이의 거리는 4일 때, 삼각형 PAB의 넓이를 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 곡선 $y = \ln(x+1)$ 이 제1사분면에서 만나는 점을 A라 하자. 점 B(1, 0)에 대하여 호 AB 위의 점 P에서 y축에 내린 수선의 발을 H, 선분 PH와 곡선 $y = \ln(x+1)$ 이 만나는 점을 Q라 하자. $\angle POB = \theta$ 라 할 때, 삼각형 OPQ의 넓이를 $S(\theta)$, 선분 HQ의 길이를 $L(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{L(\theta)} = k$ 일 때, $60k$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ 이고, O는 원점이다.)

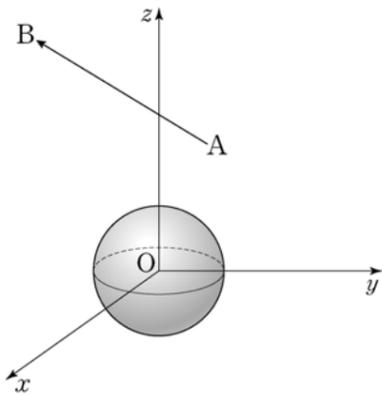
[4점]



29. 좌표공간의 두 점 $A(2, \sqrt{2}, \sqrt{3}), B(1, -\sqrt{2}, 2\sqrt{3})$ 에 대하여 점 P 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $|\overrightarrow{AP}|=1$
- (나) \overrightarrow{AP} 와 \overrightarrow{AB} 가 이루는 각의 크기는 $\frac{\pi}{6}$ 이다.

중심이 원점이고 반지름의 길이가 1인 구 위의 점 Q 에 대하여 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 최댓값이 $a+b\sqrt{33}$ 이다. $16(a^2+b^2)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.) [4점]



30. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $x \leq b$ 일 때, $f(x) = a(x-b)^2 + c$ 이다. (단, a, b, c 는 상수이다.)
- (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = \int_0^x \sqrt{4-2f(t)} dt$ 이다.

$\int_0^6 f(x) dx = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 벡터 $\vec{a} = (3, -1)$ 에 대하여 벡터 $5\vec{a}$ 의 모든 성분의 합은?
[2점]

- ① -10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

2. $\cos \frac{3\pi}{2}$ 의 값은? [2점]

- ① -1 ② $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ 0
- ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ 1

3. ${}_4P_3$ 의 값은? [2점]

- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{3x}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ 2 ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

2

수학 영역(가형)

5. 함수 $f(x) = (2x+7)e^x$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = 2$ 일 때, $\tan\alpha$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

6. $\left(x + \frac{1}{3x}\right)^6$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는? [3점]

- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{13}{9}$ ③ $\frac{14}{9}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{16}{9}$

8. 자연수 6을 짝수 개의 자연수로 분할하는 방법의 수는? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

10. 부등식 $\log_3(x-1) + \log_3(4x-7) \leq 3$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{13}{16}, \quad P(A \cap B^C) = \frac{1}{4}$$

일 때, $P(B|A)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{5}{13}$ ② $\frac{6}{13}$ ③ $\frac{7}{13}$ ④ $\frac{8}{13}$ ⑤ $\frac{9}{13}$

11. 곡선 $y = \ln(x-3)+1$ 위의 점 $(4, 1)$ 에서의 접선의 방정식이 $y = ax+b$ 일 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?
[3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

12. 좌표평면에서 두 직선

$$\frac{x+1}{4} = \frac{y-1}{3}, \quad \frac{x+2}{-1} = \frac{y+1}{3}$$

이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

① $\frac{\sqrt{6}}{10}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{10}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{5}$
④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{10}$

13. 함수 $f(x) = (x^2 - 8)e^{-x+1}$ 은 극솟값 a 와 극댓값 b 를 갖는다.
두 수 a, b 의 곱 ab 의 값은? [3점]

- ① -34 ② -32 ③ -30 ④ -28 ⑤ -26

14. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 하자. 이차함수 $f(x) = x^2 - 7x + 10$ 에 대하여 $f(a)f(b) < 0$ 이 성립할 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{5}{18}$

6

수학 영역(가형)

15. 두 함수 $f(x) = \sin^2 x$, $g(x) = e^x$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{g(f(x)) - \sqrt{e}}{x - \frac{\pi}{4}}$$

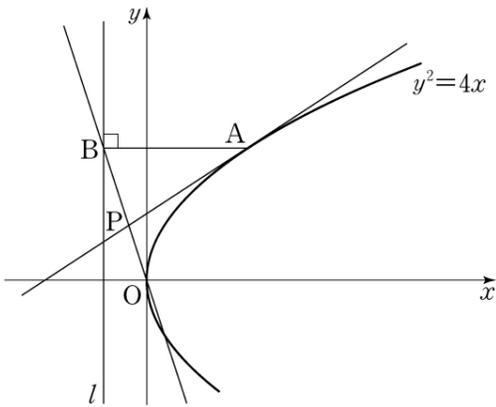
의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{1}{\sqrt{e}}$ ③ 1 ④ \sqrt{e} ⑤ e

16. $\int_1^e x(1 - \ln x) dx$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{4}(e^2 - 7)$ ② $\frac{1}{4}(e^2 - 6)$ ③ $\frac{1}{4}(e^2 - 5)$
 ④ $\frac{1}{4}(e^2 - 4)$ ⑤ $\frac{1}{4}(e^2 - 3)$

17. 그림과 같이 포물선 $y^2 = 4x$ 위의 점 $A(t^2, 2t)$ 에서 이 포물선의 준선 l 에 내린 수선의 발을 B 라 하자. 다음은 점 A 에서의 접선과 직선 OB 가 만나는 점을 P 라 할 때, 점 P 의 좌표를 구하는 과정이다. (단, $t \neq 0$ 이고 O 는 원점이다.)



포물선의 방정식 $y^2 = 4x$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하여 정리하면

$$\frac{dy}{dx} = \boxed{\text{가}} \quad (\text{단, } y \neq 0)$$

이므로 점 $A(t^2, 2t)$ 에서의 접선의 방정식을 구하면

$$y = \boxed{\text{나}} \times x + t \quad \cdots \text{㉠}$$

이다.

$B(\boxed{\text{다}}, 2t)$ 이므로 직선 OB 의 방정식은

$$y = \frac{2t}{\boxed{\text{다}}} x \quad \cdots \text{㉡}$$

이다. ㉠, ㉡을 연립하여 점 P 의 좌표를 구하면

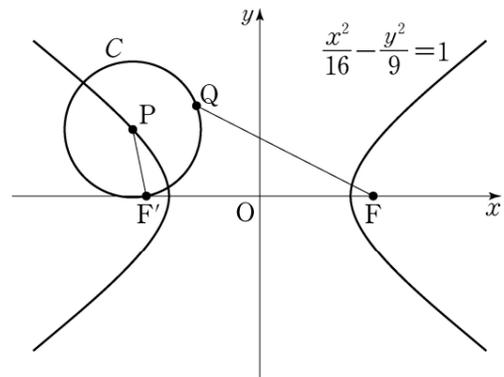
$$\left(\boxed{\text{다}} \times \frac{t^2}{2t^2+1}, \frac{2t^3}{2t^2+1} \right)$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(y)$, $g(t)$ 라 하고, (다)에 알맞은 수를 a 라 할 때, $f(a) \times g(a)$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

18. 그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 의 두 초점을 F, F' 이라 하고, 이 쌍곡선 위의 점 P 를 중심으로 하고 선분 PF' 을 반지름으로 하는 원을 C 라 하자. 원 C 위를 움직이는 점 Q 에 대하여 선분 FQ 의 길이의 최댓값이 14일 때, 원 C 의 넓이는? (단, $\overline{PF'} < \overline{PF}$) [4점]

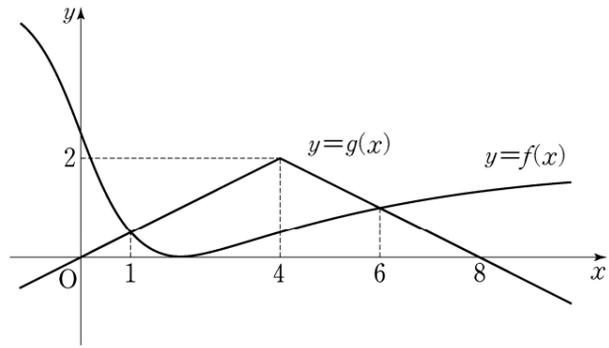


- ① 7π ② 8π ③ 9π ④ 10π ⑤ 11π

19. 각 면에 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 정사면체 모양의 상자를 던져 밑면에 적힌 숫자를 읽기로 한다. 이 상자를 3번 던져 2가 나오는 횟수를 m , 2가 아닌 숫자가 나오는 횟수를 n 이라 할 때, $i^{|m-n|} = -i$ 일 확률은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [4점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{7}{16}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

20. 함수 $f(x) = \frac{5}{2} - \frac{10x}{x^2+4}$ 와 함수 $g(x) = \frac{4-|x-4|}{2}$ 의 그래프가 그림과 같다.



- $0 \leq a \leq 8$ 인 a 에 대하여 $\int_0^a f(x)dx + \int_a^8 g(x)dx$ 의 최솟값은? [4점]

- ① $14 - 5\ln 5$ ② $15 - 5\ln 10$ ③ $15 - 5\ln 5$
 ④ $16 - 5\ln 10$ ⑤ $16 - 5\ln 5$

21. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x) \neq 1$
- (나) $f(x) + f(-x) = 0$
- (다) $f'(x) = \{1 + f(x)\}\{1 + f(-x)\}$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보 기>
- ㄱ. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \neq -1$ 이다.
 - ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 어떤 열린 구간에서 감소한다.
 - ㄷ. 곡선 $y = f(x)$ 는 세 개의 변곡점을 갖는다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x \cos x}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 두 벡터 $\vec{a} = (4, 1)$, $\vec{b} = (-2, k)$ 에 대하여 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ 을 만족시키는 실수 k 의 값을 구하시오. [3점]

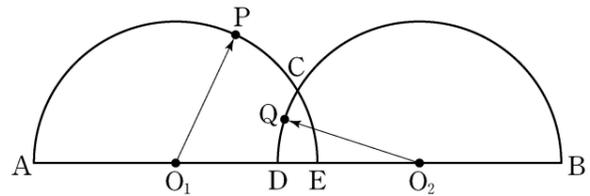
24. 어느 학교 동아리 회원은 1학년이 6명, 2학년이 4명이다.
이 동아리에서 7명을 뽑을 때, 1학년에서 4명, 2학년에서
3명을 뽑는 경우의 수를 구하시오. [3점]

26. 타원 $4x^2 + 9y^2 - 18y - 27 = 0$ 의 한 초점의 좌표가 (p, q) 일 때,
 $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 방정식 $3^{-x+2} = \frac{1}{9}$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오.
[3점]

27. 사과, 감, 배, 귤 네 종류의 과일 중에서 8개를 선택하려고 한다. 사과는 1개 이하를 선택하고, 감, 배, 귤은 각각 1개 이상을 선택하는 경우의 수를 구하시오. (단, 각 종류의 과일은 8개 이상씩 있다.) [4점]

28. 그림과 같이 선분 AB 위에 $\overline{AE} = \overline{DB} = 2$ 인 두 점 D, E가 있다. 두 선분 AE, DB를 각각 지름으로 하는 두 반원의 호 AE, DB가 만나는 점을 C라 하고, 선분 AB 위에 $\overline{O_1A} = \overline{O_2B} = 1$ 인 두 점을 O_1, O_2 라 하자. 호 AC 위를 움직이는 점 P와 호 DC 위를 움직이는 점 Q에 대하여 $|\overrightarrow{O_1P} + \overrightarrow{O_2Q}|$ 의 최솟값이 $\frac{1}{2}$ 일 때, 선분 AB의 길이는 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $1 < \overline{O_1O_2} < 2$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 양의 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(t)$ 에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 1)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$\begin{cases} x = 2\ln t \\ y = f(t) \end{cases}$$

이다. 점 P가 점 $(0, f(1))$ 로부터 움직인 거리가 s 가 될 때

시각 t 는 $t = \frac{s + \sqrt{s^2 + 4}}{2}$ 이고, $t=2$ 일 때 점 P의 속도는

$\left(1, \frac{3}{4}\right)$ 이다. 시각 $t=2$ 일 때 점 P의 가속도를 $\left(-\frac{1}{2}, a\right)$ 라

할 때, $60a$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 상수 $a(0 < a < 2\pi)$ 와 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) = f(-x)$

(나) $\int_x^{x+a} f(t) dt = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

단한 구간 $\left[0, \frac{a}{2}\right]$ 에서 두 실수 b, c 에 대하여

$f(x) = b \cos(3x) + c \cos(5x)$ 일 때 $abc = -\frac{q}{p}\pi$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. $2^0 \times 9^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 $n(A \cup B)$ 의 값은? [2점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^2 - n}{2n^2 + 3}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

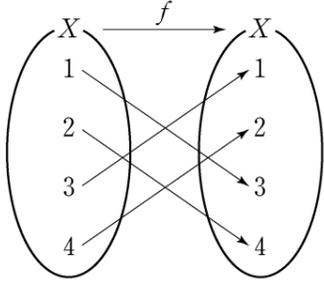
4. 함수 $f(x) = 2x - 3$ 에 대하여 $f^{-1}(5)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2

수학 영역(나형)

5. 그림은 함수 $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.
 $f(2) + (f \circ f)(3)$ 의 값은? [3점]



- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

6. $\left(x + \frac{1}{3x}\right)^6$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는? [3점]

- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{13}{9}$ ③ $\frac{14}{9}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{16}{9}$

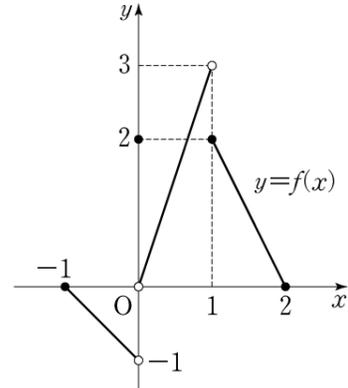
7. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합
 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 에 대하여
 집합 $B^C - A^C$ 의 모든 원소의 합은? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{1}{3^n}\right) \left(a + \frac{1}{2^n}\right) = 10$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 닫힌 구간 $[-1, 2]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 4x^2 - a & (x < 1) \\ x^3 + a & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

11. 자연수 6을 짝수 개의 자연수로 분할하는 방법의 수는? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

12. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_8 = a_2 + 12, a_1 + a_2 + a_3 = 15$$

일 때, a_{10} 의 값은? [3점]

- ① 17 ② 19 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

13. 자연수 a 에 대한 조건

‘모든 양의 실수 x 에 대하여 $x-a+4 > 0$ 이다.’

가 참인 명제가 되도록 하는 a 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 방정식 $x+y+z+5w=14$ 를 만족시키는 양의 정수

x, y, z, w 의 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수는? [4점]

- ① 27 ② 29 ③ 31 ④ 33 ⑤ 35

15. 함수 $y = a\sqrt{x+4}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼,
 y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하였더니
 함수 $y = \sqrt{9x-18}$ 의 그래프와 일치하였다.
 $a+m+n$ 의 값은? (단, a, m, n 은 상수이다.) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. 실수 x 에 대한 세 조건

$$p: |x| > 4,$$

$$q: x^2 - 9 \leq 0,$$

$$r: x \leq 3$$

에 대하여 <보기>에서 참인 명제만을 있는 대로 고른 것은?
 [4점]

<보 기>

- ㄱ. $q \rightarrow r$
 ㄴ. $p \rightarrow \sim q$
 ㄷ. $r \rightarrow \sim p$

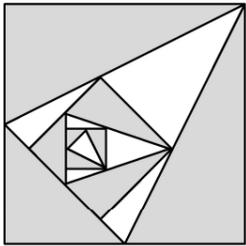
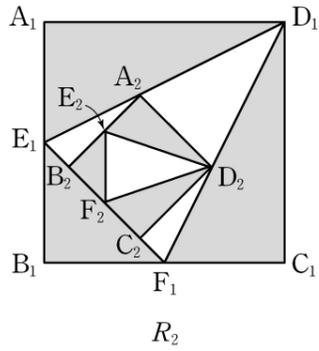
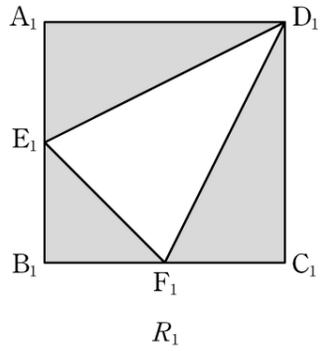
- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에서 선분 A_1B_1 과 선분 B_1C_1 의 중점을 각각 E_1, F_1 이라 하자.

정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 내부와 삼각형 $E_1F_1D_1$ 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 선분 D_1E_1 위의 점 A_2 , 선분 D_1F_1 위의 점 D_2 와 선분 E_1F_1 위의 두 점 B_2, C_2 를 꼭짓점으로 하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 삼각형 $E_2F_2D_2$ 를 그리고 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 의 내부와 삼각형 $E_2F_2D_2$ 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

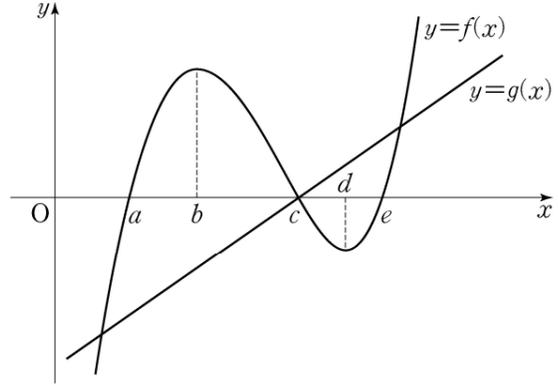
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



R_3

- ① $\frac{125}{37}$ ② $\frac{125}{38}$ ③ $\frac{125}{39}$ ④ $\frac{25}{8}$ ⑤ $\frac{125}{41}$

18. 삼차함수 $y=f(x)$ 와 일차함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같고, $f'(b) = f'(d) = 0$ 이다.



함수 $y=f(x)g(x)$ 는 $x=p$ 와 $x=q$ 에서 극소이다. 다음 중 옳은 것은? (단, $p < q$) [4점]

- ① $a < p < b$ 이고 $c < q < d$
- ② $a < p < b$ 이고 $d < q < e$
- ③ $b < p < c$ 이고 $c < q < d$
- ④ $b < p < c$ 이고 $d < q < e$
- ⑤ $c < p < d$ 이고 $d < q < e$

19. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 하자. 다음은 이차함수 $f(x) = x^2 - 7x + 12$ 에 대하여 $f(a)f(b) = 0$ 이 성립할 확률을 구하는 과정이다.

첫 번째 던져서 나오는 주사위의 눈의 수를 a 라 할 때 $f(a) = 0$ 이 되는 사건을 A 라 하고, 두 번째 던져서 나오는 주사위의 눈의 수를 b 라 할 때 $f(b) = 0$ 이 되는 사건을 B 라 하자.

이차방정식 $f(x) = 0$ 의 해는 $x = 3$ 또는 $x = 4$ 이므로

$$P(A) = \boxed{\text{(가)}}, P(B) = \boxed{\text{(가)}}$$

이다.

구하는 확률 $P(A \cup B)$ 는

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

이고, 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이므로

$$P(A \cap B) = \boxed{\text{(나)}}$$

이다. 그러므로

$$P(A \cup B) = \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 m, n, k 라 할 때, $m \times n \times k$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{81}$ ② $\frac{5}{243}$ ③ $\frac{7}{243}$ ④ $\frac{1}{27}$ ⑤ $\frac{11}{243}$

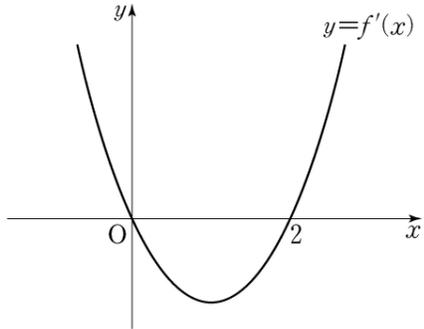
20. 첫째항이 a 인 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + (-1)^n \times 2 & (n \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ a_n + 1 & (n \text{이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_{15} = 43$ 일 때, a 의 값은? [4점]

- ① 35 ② 36 ③ 37 ④ 38 ⑤ 39

21. 삼차함수 $f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

- ㄱ. $f(0) < 0$ 이면 $|f(0)| < |f(2)|$ 이다.
- ㄴ. $f(0)f(2) \geq 0$ 이면 함수 $|f(x)|$ 가 $x=a$ 에서 극소인 a 의 값의 개수는 2이다.
- ㄷ. $f(0)+f(2)=0$ 이면 방정식 $|f(x)|=f(0)$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. ${}_4P_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x^3 - 2x - 2$ 에 대하여 $f'(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 어느 학교 동아리 회원은 1학년이 6명, 2학년이 4명이다. 이 동아리에서 7명을 뽑을 때, 1학년에서 4명, 2학년에서 3명을 뽑는 경우의 수를 구하시오. [3점]

26. 함수 $f(x) = \frac{2x-3}{x-5}$ 의 그래프의 점근선은 두 직선 $x=p$, $y=q$ 이다. 두 상수 p, q 의 곱 pq 의 값을 구하시오. [4점]

25. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_1 = 3$, $\frac{a_4 a_5}{a_2 a_3} = 16$ 일 때, a_6 의 값을 구하시오. [3점]

27. 표와 같이 두 상자 A, B에는 흰 구슬과 검은 구슬이 섞여서 각각 100개씩 들어 있다.

(단위: 개)

	상자 A	상자 B
흰 구슬	a	$100 - 2a$
검은 구슬	$100 - a$	$2a$
합계	100	100

두 상자 A, B에서 각각 1개씩 임의로 꺼낸 구슬이 서로 같은 색일 때, 그 색이 흰색일 확률은 $\frac{2}{9}$ 이다. 자연수 a 의 값을 구하시오. [4점]

28. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 - a^2x + 2$ 가

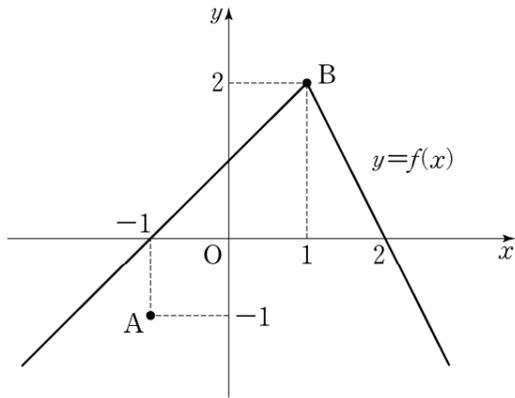
닫힌 구간 $[-a, a]$ 에서 최댓값 M , 최솟값 $\frac{14}{27}$ 를 갖는다.

$a + M$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x < 1) \\ -2x+4 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이고, 좌표평면 위에 두 점 $A(-1, -1)$, $B(1, 2)$ 가 있다. 실수 x 에 대하여 점 $(x, f(x))$ 에서 점 A까지의 거리의 제곱과 점 B까지의 거리의 제곱 중 크지 않은 값을 $g(x)$ 라 하자. 함수 $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하지 않은 모든 a 의 값의 합이 p 일 때, $80p$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 다음 조건을 만족시키는 20 이하의 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

$\log_2(na-a^2)$ 과 $\log_2(nb-b^2)$ 은 같은 자연수이고
 $0 < b-a \leq \frac{n}{2}$ 인 두 실수 a, b 가 존재한다.

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (2, -1)$, $\vec{b} = (1, 3)$ 에 대하여 벡터 $\vec{a} + \vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 방정식 $3^{x+1} = 27$ 을 만족시키는 실수 x 의 값은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 좌표공간에서 두 점 $A(1, 3, -6)$, $B(7, 0, 3)$ 에 대하여 선분 AB 를 2:1로 내분하는 점의 좌표가 $(a, b, 0)$ 이다. $a+b$ 의 값은? [2점]
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

4. 두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이고

$$P(A) = \frac{1}{6}, \quad P(A \cup B) = \frac{1}{2}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

2

수학 영역(가형)

5. $\cos(\alpha + \beta) = \frac{5}{7}$, $\cos\alpha \cos\beta = \frac{4}{7}$ 일 때, $\sin\alpha \sin\beta$ 의 값은?
[3점]

- ① $-\frac{1}{7}$ ② $-\frac{2}{7}$ ③ $-\frac{3}{7}$
④ $-\frac{4}{7}$ ⑤ $-\frac{5}{7}$

6. $\int_0^3 \frac{2}{2x+1} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\ln 5$ ② $\ln 6$ ③ $\ln 7$
④ $3\ln 2$ ⑤ $2\ln 3$

7. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식

$$2\sin^2 x + 3\cos x = 3$$

의 모든 해의 합은? [3점]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{3\pi}{2}$
④ 2π ⑤ $\frac{5\pi}{2}$

8. 두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 에 대하여 $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=3$ 이고, 두 벡터 $6\vec{a} + \vec{b}$ 와 $\vec{a} - \vec{b}$ 가 서로 수직일 때, $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{3}{10}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $-\frac{9}{10}$
 ④ $-\frac{6}{5}$ ⑤ $-\frac{3}{2}$

9. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(2x+1) = (x^2 + 1)^2$$

을 만족시킬 때, $f'(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 어느 실험실의 연구원이 어떤 식물로부터 하루 동안 추출하는 호르몬의 양은 평균이 30.2mg, 표준편차가 0.6mg인 정규분포를 따른다고 한다. 어느 날

이 연구원이 하루 동안 추출한 호르몬의 양이 29.6mg 이상이고 31.4mg 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.3830 ② 0.5328 ③ 0.6247
 ④ 0.7745 ⑤ 0.8185

11. 함수 $f(x) = \log_3 x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3-h)}{h}$ 의 값은?
[3점]

① $\frac{1}{2\ln 3}$

② $\frac{2}{3\ln 3}$

③ $\frac{5}{6\ln 3}$

④ $\frac{1}{\ln 3}$

⑤ $\frac{7}{6\ln 3}$

12. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 하자. 두 수의 곱 ab 가 6의 배수일 때, 이 두 수의 합 $a+b$ 가 7일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{7}{30}$

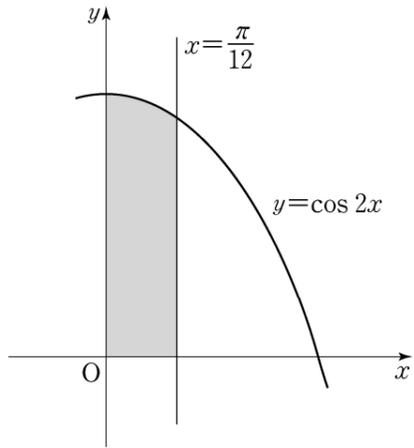
③ $\frac{4}{15}$

④ $\frac{3}{10}$

⑤ $\frac{1}{3}$

13. 함수 $y = \cos 2x$ 의 그래프와 x 축, y 축 및 직선 $x = \frac{\pi}{12}$ 로 둘러싸인 영역의 넓이가 직선 $y = a$ 에 의하여 이등분될 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2\pi}$ ② $\frac{1}{\pi}$ ③ $\frac{3}{2\pi}$ ④ $\frac{2}{\pi}$ ⑤ $\frac{5}{2\pi}$



14. 매개변수 $t (t > 0)$ 으로 나타내어진 함수

$$x = t - \frac{2}{t}, \quad y = t^2 + \frac{2}{t^2}$$

에서 $t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② -1 ③ $-\frac{4}{3}$
 ④ $-\frac{5}{3}$ ⑤ -2

6

수학 영역(가형)

15. 각 자리의 수가 0이 아닌 네 자리의 자연수 중
각 자리의 수의 합이 7인 모든 자연수의 개수는? [4점]

- ① 11 ② 14 ③ 17 ④ 20 ⑤ 23

16. 직사각형 ABCD의 내부의 점 P가

$$\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} = \overrightarrow{CA}$$

를 만족시킨다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른
것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{CP}$

ㄴ. $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

ㄷ. 삼각형 ADP의 넓이가 3이면 직사각형 ABCD의
넓이는 8이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 1부터 n 까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 n 장의 카드가 있다. 이 카드 중에서 임의로 서로 다른 4장의 카드를 선택할 때, 선택한 카드 4장에 적힌 수 중 가장 큰 수를 확률변수 X 라 하자. 다음은 $E(X)$ 를 구하는 과정이다. (단, $n \geq 4$)

자연수 $k(4 \leq k \leq n)$ 에 대하여 확률변수 X 의 값이 k 일 확률은 1부터 $k-1$ 까지의 자연수가 적혀 있는 카드 중에서 서로 다른 3장의 카드와 k 가 적혀 있는 카드를 선택하는 경우의 수를 전체 경우의 수로 나누는 것이므로

$$P(X=k) = \frac{\boxed{\text{(가)}}}{{}_n C_4}$$

이다. 자연수 $r(1 \leq r \leq k)$ 에 대하여

$${}_k C_r = \frac{k}{r} \times {}_{k-1} C_{r-1}$$

이므로

$$k \times \boxed{\text{(가)}} = 4 \times \boxed{\text{(나)}}$$

이다. 그러므로

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{k=4}^n \{k \times P(X=k)\} \\ &= \frac{1}{{}_n C_4} \sum_{k=4}^n (k \times \boxed{\text{(가)}}) \\ &= \frac{4}{{}_n C_4} \sum_{k=4}^n \boxed{\text{(나)}} \end{aligned}$$

이다.

$$\sum_{k=4}^n \boxed{\text{(나)}} = {}_{n+1} C_5$$

이므로

$$E(X) = (n+1) \times \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$ 라 하고, (다)에 알맞은 수를 a 라 할 때, $a \times f(6) \times g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 40 ② 45 ③ 50 ④ 55 ⑤ 60

18. 좌표공간에 점 $P(0, 0, 4)$ 가 있고 xy 평면 위의 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위에 두 점 A, B 가 있다. 평면 ABP 의 법선벡터가 $\vec{n} = (2, -2, 1)$ 일 때, 선분 AB 의 길이는? [4점]

- ① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{10}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{14}$

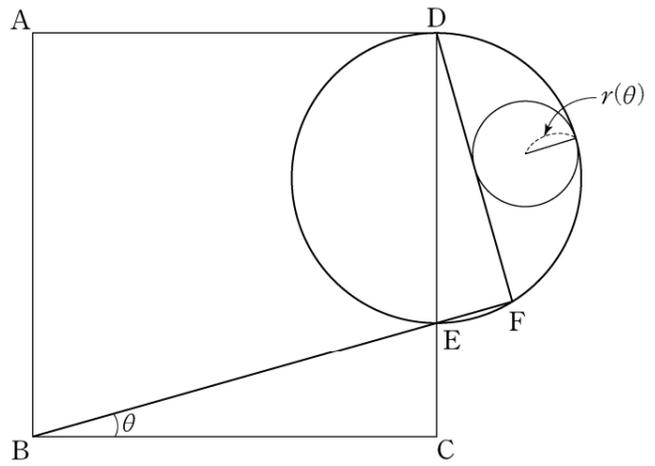
19. 서로 다른 과일 5개를 3개의 그릇 A, B, C에 남김없이 담으려고 할 때, 그릇 A에는 과일 2개만 담는 경우의 수는? (단, 과일을 하나도 담지 않은 그릇이 있을 수 있다.) [4점]

- ① 60 ② 65 ③ 70 ④ 75 ⑤ 80

20. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD가 있다. 변 CD 위의 점 E에 대하여 선분 DE를 지름으로 하는 원과 직선 BE가 만나는 점 중 E가 아닌 점을 F라 하자.

$\angle EBC = \theta$ 라 할 때, 점 E를 포함하지 않는 호 DF를 이등분하는 점과 선분 DF의 중점을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{r(\theta)}{\frac{\pi}{4} - \theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



- ① $\frac{1}{7}(2 - \sqrt{2})$ ② $\frac{1}{6}(2 - \sqrt{2})$ ③ $\frac{1}{5}(2 - \sqrt{2})$
 ④ $\frac{1}{4}(2 - \sqrt{2})$ ⑤ $\frac{1}{3}(2 - \sqrt{2})$

21. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 양의 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\left(\frac{f(x)}{x}\right)' = x^2 e^{-x^2}$
 (나) $g(x) = \frac{4}{e^4} \int_1^x e^{t^2} f(t) dt$

$f(1) = \frac{1}{e}$ 일 때, $f(2) - g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{16}{3e^4}$ ② $\frac{6}{e^4}$ ③ $\frac{20}{3e^4}$ ④ $\frac{22}{3e^4}$ ⑤ $\frac{8}{e^4}$

단답형

22. ${}_7C_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 곡선 $y = \log_2(x+5)$ 의 점근선이 직선 $x = k$ 이다. k^2 의 값을 구하시오. (단, k 는 상수이다.) [3점]

24. 흰 공 2개, 빨간 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다.
이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때,
꺼낸 2개의 공이 모두 흰 공일 확률이 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의
값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

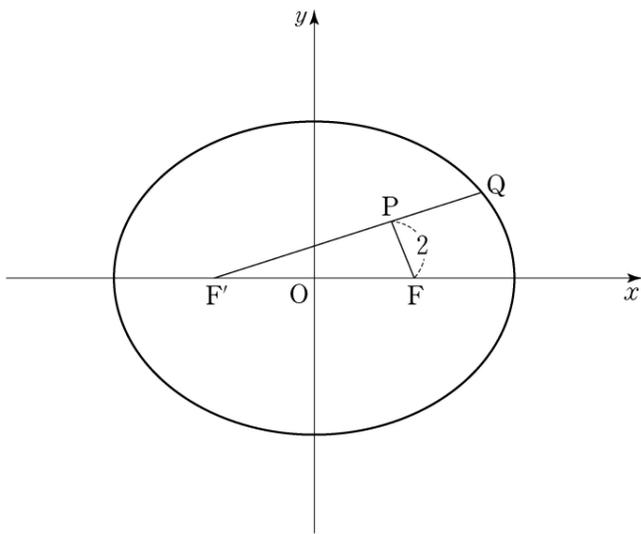
25. 좌표평면에서 초점이 F인 포물선 $x^2=4y$ 위의 점 A가
 $\overline{AF}=10$ 을 만족시킨다. 점 B(0, -1)에 대하여 $\overline{AB}=a$ 일 때,
 a^2 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수 $f(x)=2x+\sin x$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 곡선 $y=g(x)$
위의 점 $(4\pi, 2\pi)$ 에서의 접선의 기울기는 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을
구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$ 의 두 초점은 F, F' 이고, 제1사분면에 있는 두 점 P, Q 는 다음 조건을 만족시킨다.

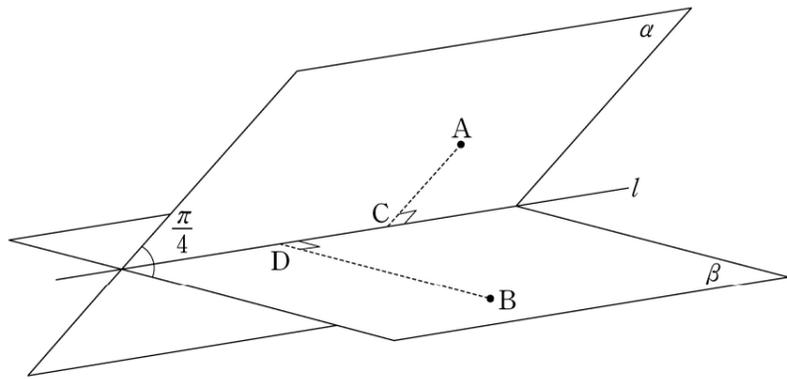
- (가) $\overline{PF} = 2$
- (나) 점 Q 는 직선 PF' 과 타원의 교점이다.

삼각형 PFQ 의 둘레의 길이와 삼각형 $PF'F$ 의 둘레의 길이의 합을 구하시오. [4점]



28. 어느 고등학교에서 대중교통을 이용하여 등교하는 학생의 비율을 알아보기 위하여 이 고등학교 학생 중 n 명을 임의추출하여 조사한 결과 50%의 학생이 대중교통을 이용하여 등교하는 것으로 나타났다. 이 결과를 이용하여 구한 이 고등학교 전체 학생 중에서 대중교통을 이용하여 등교하는 학생의 비율 p 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \leq p \leq b$ 이다. $b - a = 0.14$ 일 때, n 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [4점]

29. 그림과 같이 직선 l 을 교선으로 하고 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$ 인 두 평면 α 와 β 가 있고, 평면 α 위의 점 A와 평면 β 위의 점 B가 있다. 두 점 A, B에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. $\overline{AB} = 2$, $\overline{AD} = \sqrt{3}$ 이고 직선 AB와 평면 β 가 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$ 일 때, 사면체 ABCD의 부피는 $a+b\sqrt{2}$ 이다. $36(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.) [4점]



30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = |2\sin(x+2|x|)+1|$$

에 대하여 함수 $h(x) = f(g(x))$ 는 실수 전체의 집합에서 이계도함수 $h''(x)$ 를 갖고, $h''(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다. $f'(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. $6 \times 8^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

2. 두 집합

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, \quad B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

에 대하여 $n(A \cap B)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^2+1}{3n^2-2}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② $\frac{8}{3}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{14}{3}$

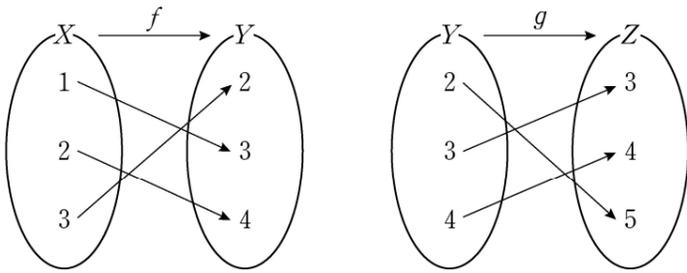
4. $\log_3 6 - \log_3 2$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2

수학 영역(나형)

5. 그림은 두 함수 $f: X \rightarrow Y$, $g: Y \rightarrow Z$ 를 나타낸 것이다.



$(g \circ f)(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 첫째항이 1이고 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{a_7}{a_5} = 4$$

일 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

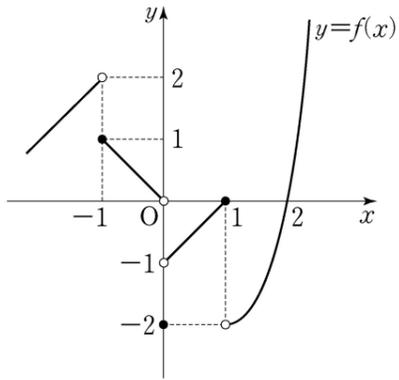
7. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A)+P(B) = \frac{7}{9}, \quad P(A \cap B) = \frac{2}{9}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{7}{18}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

8. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

9. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{k=1}^7 a_k = \sum_{k=1}^6 (a_k + 1)$$

을 만족시킬 때, a_7 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

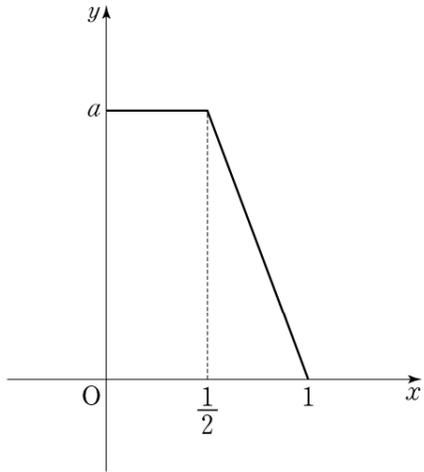
10. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 4)f(x)}{x - 2} = 12$$

를 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 1$ 이고, X 의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다.



상수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{10}{9}$ ② $\frac{11}{9}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{13}{9}$ ⑤ $\frac{14}{9}$

12. 정수 x 에 대한 조건

$$p: x(x-11) \geq 0$$

에 대하여 조건 $\sim p$ 의 진리집합의 원소의 개수는? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

13. 어느 학급 학생 20명을 대상으로 과목 A와 과목 B에 대한 선호도를 조사하였다. 이 조사에 참여한 학생은 과목 A와 과목 B 중 하나를 선택하였고, 각 학생이 선택한 과목별 인원수는 다음과 같다.

(단위: 명)

구분	과목 A	과목 B	합계
남학생	3	7	10
여학생	5	5	10
합계	8	12	20

이 조사에 참여한 학생 중에서 임의로 선택한 1명이 남학생일 때, 이 학생이 과목 B를 선택한 학생일 확률은? [3점]

- ① $\frac{13}{20}$ ② $\frac{7}{10}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{17}{20}$

14. 첫째항이 4이고 공차가 1인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{12} \frac{1}{\sqrt{a_{k+1}} + \sqrt{a_k}}$$

의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

15. 어느 공항에서 처리되는 각 수하물의 무게는 평균이 18kg, 표준편차가 2kg인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공항에서 처리되는 수하물 중에서 임의로 한 개를 선택할 때, 이 수하물의 무게가 16kg 이상이고 22kg 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

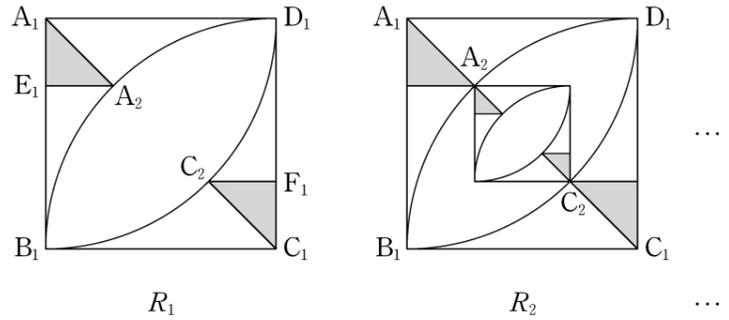
z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.5328 ② 0.6247 ③ 0.7745
 ④ 0.8185 ⑤ 0.9104

16. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 안에 꼭짓점 A_1, C_1 을 중심으로 하고 선분 A_1B_1, C_1D_1 을 반지름으로 하는 사분원을 각각 그린다. 선분 A_1C_1 이 두 사분원과 만나는 점 중 점 A_1 과 가까운 점을 A_2 , 점 C_1 과 가까운 점을 C_2 라 하자. 선분 A_1D_1 에 평행하고 점 A_2 를 지나는 직선이 선분 A_1B_1 과 만나는 점을 E_1 , 선분 B_1C_1 에 평행하고 점 C_2 를 지나는 직선이 선분 C_1D_1 과 만나는 점을 F_1 이라 하자. 삼각형 $A_1E_1A_2$ 와 삼각형 $C_1F_1C_2$ 를 그린 후 두 삼각형의 내부에 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 선분 A_2C_2 를 대각선으로 하는 정사각형을 그리고, 새로 그려진 정사각형 안에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 두 개의 사분원과 두 개의 삼각형을 그리고 두 삼각형의 내부에 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

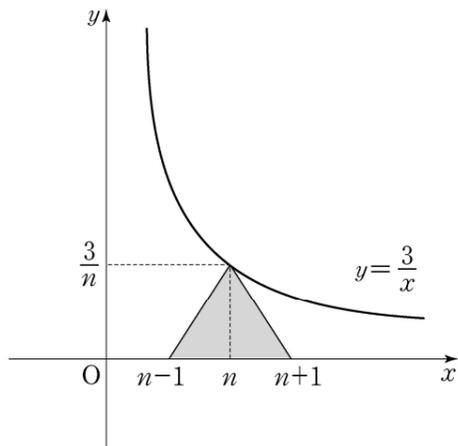
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{12}(\sqrt{2}-1)$ ② $\frac{1}{6}(\sqrt{2}-1)$ ③ $\frac{1}{4}(\sqrt{2}-1)$
 ④ $\frac{1}{3}(\sqrt{2}-1)$ ⑤ $\frac{5}{12}(\sqrt{2}-1)$

17. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = \frac{3}{x}$ ($x > 0$) 위의 점 $(n, \frac{3}{n})$ 과 두 점 $(n-1, 0)$, $(n+1, 0)$ 을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} \frac{9}{a_n a_{n+1}}$ 의 값은? [4점]

- ① 410 ② 420 ③ 430 ④ 440 ⑤ 450



18. 1부터 n 까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 n 장의 카드가 있다. 이 카드 중에서 임의로 서로 다른 4장의 카드를 선택할 때, 선택한 카드 4장에 적힌 수 중 가장 큰 수를 확률변수 X 라 하자. 다음은 $E(X)$ 를 구하는 과정이다. (단, $n \geq 4$)

자연수 k ($4 \leq k \leq n$)에 대하여 확률변수 X 의 값이 k 일 확률은 1부터 $k-1$ 까지의 자연수가 적혀 있는 카드 중에서 서로 다른 3장의 카드와 k 가 적혀 있는 카드를 선택하는 경우의 수를 전체 경우의 수로 나누는 것이므로

$$P(X=k) = \frac{\text{(가)}}{{}_n C_4}$$

이다. 자연수 r ($1 \leq r \leq k$)에 대하여

$${}_k C_r = \frac{k}{r} \times {}_{k-1} C_{r-1}$$

이므로

$$k \times \text{(가)} = 4 \times \text{(나)}$$

이다. 그러므로

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{k=4}^n \{k \times P(X=k)\} \\ &= \frac{1}{{}_n C_4} \sum_{k=4}^n (k \times \text{(가)}) \\ &= \frac{4}{{}_n C_4} \sum_{k=4}^n \text{(나)} \end{aligned}$$

이다.

$$\sum_{k=4}^n \text{(나)} = {}_{n+1} C_5$$

이므로

$$E(X) = (n+1) \times \text{(다)}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$ 라 하고, (다)에 알맞은 수를 a 라 할 때, $a \times f(6) \times g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 40 ② 45 ③ 50 ④ 55 ⑤ 60

19. 각 자리의 수가 0이 아닌 네 자리의 자연수 중
각 자리의 수의 합이 7인 모든 자연수의 개수는? [4점]

- ① 11 ② 14 ③ 17 ④ 20 ⑤ 23

20. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x = -2$ 에서 극댓값을 갖는다.

(나) $f'(-3) = f'(3)$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

ㄱ. 도함수 $f'(x)$ 는 $x=0$ 에서 최솟값을 갖는다.

ㄴ. 방정식 $f(x) = f(2)$ 는 서로 다른 두 실근을 갖는다.

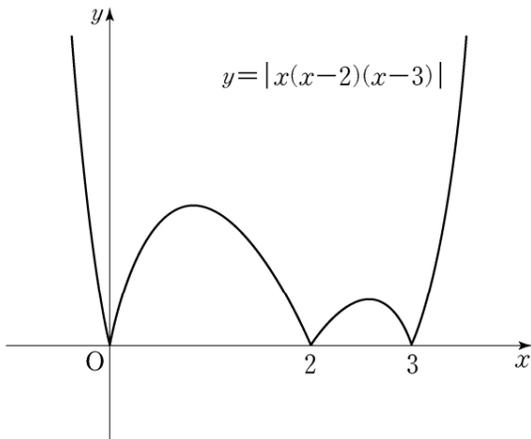
ㄷ. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$ 에서의 접선은
점 $(2, f(2))$ 를 지난다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 다음 조건을 만족시키며 최고차항의 계수가 음수인 모든 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(1)$ 의 최댓값은? [4점]

- (가) 방정식 $f(x)=0$ 의 실근은 0, 2, 3뿐이다.
 (나) 실수 x 에 대하여 $f(x)$ 와 $|x(x-2)(x-3)|$ 중 크지 않은 값을 $g(x)$ 라 할 때, 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$



단답형

22. ${}_7C_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\int_0^3 (x^2 - 4x + 11) dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수 $f(x) = 2x - 13$ 에 대하여 $f^{-1}(7)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

26. 흰 공 2개, 빨간 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다.

이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때,

꺼낸 2개의 공이 모두 흰 공일 확률이 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의

값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

25. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 1 & (x < 1) \\ x^4 + a & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 $x = 1$ 에서 미분가능할 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

27. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여

$$X \cup A = X, \quad X \cap B^c = X$$

를 만족시키는 U 의 모든 부분집합 X 의 개수를 구하시오.

[4점]

28. 함수 $f(x) = 4x^2 + 6x + 32$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2} f\left(\frac{k}{n}\right)$$

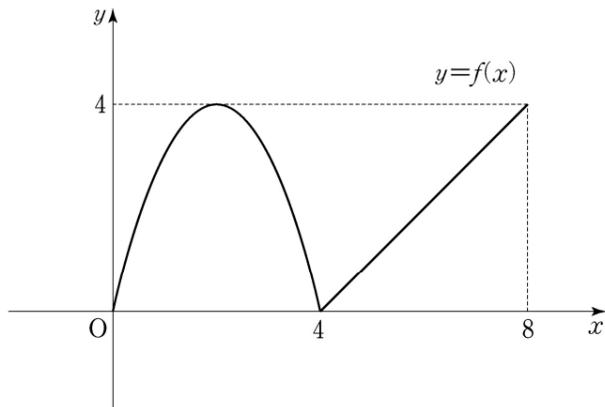
의 값을 구하시오. [4점]

29. 구간 $[0, 8]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} -x(x-4) & (0 \leq x < 4) \\ x-4 & (4 \leq x \leq 8) \end{cases}$$

이다. 실수 $a(0 \leq a \leq 4)$ 에 대하여 $\int_a^{a+4} f(x)dx$ 의 최솟값은

$\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 영역

$$\left\{ (x, y) \mid 0 \leq x \leq n, 0 \leq y \leq \frac{\sqrt{x+3}}{2} \right\}$$

에 포함되는 정사각형 중에서 다음 조건을 만족시키는 모든 정사각형의 개수를 $f(n)$ 이라 하자.

- (가) 각 꼭짓점의 x 좌표, y 좌표가 모두 정수이다.
- (나) 한 변의 길이가 $\sqrt{5}$ 이하이다.

예를 들어 $f(14) = 15$ 이다. $f(n) \leq 400$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최댓값을 구하시오. [4점]

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(가형)

출수형

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (1, 3)$, $\vec{b} = (5, -6)$ 에 대하여 벡터 $\vec{a} - \vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{6x} - 1}{\ln(1 + 3x)}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin x dx$ 의 값은? [2점]

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

4. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(B^c) = \frac{1}{3}, P(A|B) = \frac{1}{2}$$

일 때, $P(A)P(B)$ 의 값은? (단, B^c 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{5}{6}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

5. 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 네 개를 택해 일렬로 나열하여 만든 네 자리의 자연수가 5의 배수인 경우의 수는? [3점]

- ① 115 ② 120 ③ 125 ④ 130 ⑤ 135

6. 함수 $f(x) = x^3 + x + 1$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

7. 한 개의 주사위를 3번 던질 때, 4의 눈이 한 번만 나올 확률은? [3점]

- ① $\frac{25}{72}$ ② $\frac{13}{36}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{7}{18}$ ⑤ $\frac{29}{72}$

8. 좌표공간의 두 점 $A(1, a, -6)$, $B(-3, 2, b)$ 에 대하여 선분 AB 를 3:2로 외분하는 점이 x 축 위에 있을 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

9. $\int_1^e \ln \frac{x}{e} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{e}-1$ ② $2-e$ ③ $\frac{1}{e}-2$ ④ $1-e$ ⑤ $\frac{1}{2}-e$

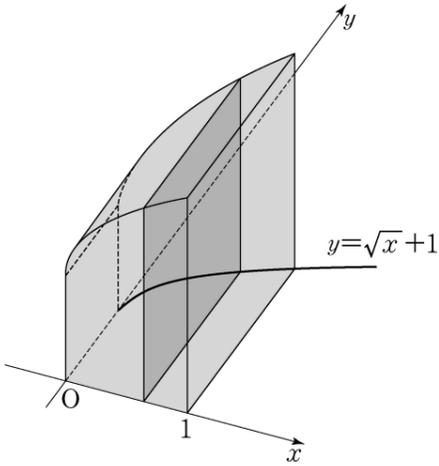
10. 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 $t(t > 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = t - \frac{2}{t}, \quad y = 2t + \frac{1}{t}$$

이다. 시각 $t=1$ 에서 점 P 의 속력은? [3점]

- ① $2\sqrt{2}$ ② 3 ③ $\sqrt{10}$ ④ $\sqrt{11}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

11. 그림과 같이 곡선 $y = \sqrt{x} + 1$ 과 x 축, y 축 및 직선 $x=1$ 로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



- ① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ $\frac{17}{6}$ ⑤ 3

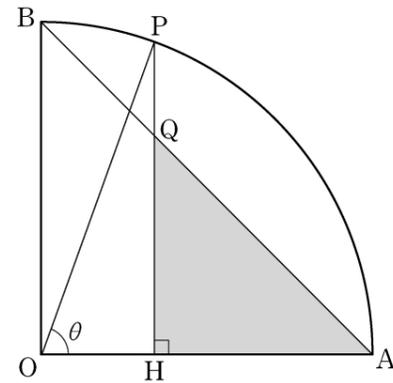
12. 좌표공간에서 평면 $2x+2y-z+5=0$ 과 xy 평면이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

13. 정규분포 $N(0, 4^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 9인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} , 정규분포 $N(3, 2^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{Y} 라 하자.
 $P(\bar{X} \geq 1) = P(\bar{Y} \leq a)$ 를 만족시키는 상수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{19}{8}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{21}{8}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ $\frac{23}{8}$

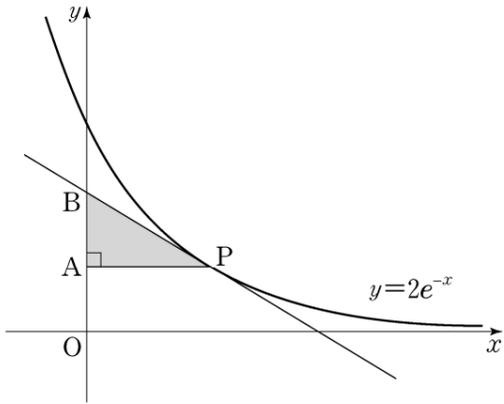
14. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H, 선분 PH와 선분 AB의 교점을 Q라 하자. $\angle POH = \theta$ 일 때, 삼각형 AQH의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자.
 $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^4}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

15. 곡선 $y=2e^{-x}$ 위의 점 $P(t, 2e^{-t})$ ($t>0$)에서 y 축에 내린 수선의 발을 A라 하고, 점 P에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 B라 하자. 삼각형 APB의 넓이가 최대가 되도록 하는 t 의 값은? [4점]

- ① 1 ② $\frac{e}{2}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ e



16. 좌표공간에서 원점에 대한 세 점 A, B, C의 위치벡터를 차례로 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 라 할 때, 이들 벡터 사이의 내적을 표로 나타내면 다음과 같다.

\cdot	\vec{a}	\vec{b}	\vec{c}
\vec{a}	2	1	$-\sqrt{2}$
\vec{b}	1	2	0
\vec{c}	$-\sqrt{2}$	0	2

예를 들어, $\vec{a} \cdot \vec{c} = -\sqrt{2}$ 이다. 세 점 A, B, C에 대하여 두 점 사이의 거리의 대소 관계로 옳은 것은? [4점]

- ① $\overline{AB} < \overline{AC} < \overline{BC}$
 ② $\overline{AB} < \overline{BC} < \overline{AC}$
 ③ $\overline{AC} < \overline{AB} < \overline{BC}$
 ④ $\overline{BC} < \overline{AB} < \overline{AC}$
 ⑤ $\overline{BC} < \overline{AC} < \overline{AB}$

17. 좌표평면 위의 한 점 (x, y) 에서 세 점 $(x+1, y)$, $(x, y+1)$, $(x+1, y+1)$ 중 한 점으로 이동하는 것을 점프라 하자.
 점프를 반복하여 점 $(0, 0)$ 에서 점 $(4, 3)$ 까지 이동하는 모든 경우 중에서, 임의로 한 경우를 선택할 때 나오는 점프의 횟수를 확률변수 X 라 하자. 다음은 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 를 구하는 과정이다. (단, 각 경우가 선택되는 확률은 동일하다.)

점프를 반복하여 점 $(0, 0)$ 에서 점 $(4, 3)$ 까지 이동하는 모든 경우의 수를 N 이라 하자. 확률변수 X 가 가질 수 있는 값 중 가장 작은 값을 k 라 하면 $k = \boxed{\text{(가)}}$ 이고, 가장 큰 값은 $k+3$ 이다.

$$P(X=k) = \frac{1}{N} \times \frac{4!}{3!} = \frac{4}{N}$$

$$P(X=k+1) = \frac{1}{N} \times \frac{5!}{2!2!} = \frac{30}{N}$$

$$P(X=k+2) = \frac{1}{N} \times \boxed{\text{(나)}}$$

$$P(X=k+3) = \frac{1}{N} \times \frac{7!}{3!4!} = \frac{35}{N}$$

이고

$$\sum_{i=k}^{k+3} P(X=i) = 1$$

이므로 $N = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

따라서 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 는 다음과 같다.

$$E(X) = \sum_{i=k}^{k+3} \{i \times P(X=i)\} = \frac{257}{43}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 190 ② 193 ③ 196 ④ 199 ⑤ 202

18. 확률변수 X 는 평균이 m , 표준편차가 5인 정규분포를 따르고, 확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(10) > f(20)$
 (나) $f(4) < f(22)$

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.6	0.226
0.8	0.288
1.0	0.341
1.2	0.385
1.4	0.419

m 이 자연수일 때, $P(17 \leq X \leq 18)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

- ① 0.044 ② 0.053 ③ 0.062 ④ 0.078 ⑤ 0.097

19. 두 양수 k, p 에 대하여 점 $A(-k, 0)$ 에서 포물선 $y^2 = 4px$ 에
그은 두 접선이 y 축과 만나는 두 점을 각각 F, F' , 포물선과
만나는 두 점을 각각 P, Q 라 할 때, $\angle PAQ = \frac{\pi}{3}$ 이다.
두 점 F, F' 을 초점으로 하고 두 점 P, Q 를 지나는 타원의
장축의 길이가 $4\sqrt{3}+12$ 일 때, $k+p$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

20. 함수 $f(x) = e^{-x} \int_0^x \sin(t^2) dt$ 에 대하여 <보기>에서 옳은
것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

- ㄱ. $f(\sqrt{\pi}) > 0$
 ㄴ. $f'(a) > 0$ 을 만족시키는 a 가 열린 구간 $(0, \sqrt{\pi})$ 에
적어도 하나 존재한다.
 ㄷ. $f'(b) = 0$ 을 만족시키는 b 가 열린 구간 $(0, \sqrt{\pi})$ 에
적어도 하나 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 닫힌 구간 $[0, 1]$ 에서 증가하는 연속함수 $f(x)$ 가

$$\int_0^1 f(x) dx = 2, \int_0^1 |f(x)| dx = 2\sqrt{2}$$

를 만족시킨다. 함수 $F(x)$ 가

$$F(x) = \int_0^x |f(t)| dt \quad (0 \leq x \leq 1)$$

일 때, $\int_0^1 f(x)F(x) dx$ 의 값은? [4점]

- ① $4 - \sqrt{2}$ ② $2 + \sqrt{2}$ ③ $5 - \sqrt{2}$
 ④ $1 + 2\sqrt{2}$ ⑤ $2 + 2\sqrt{2}$

단답형

22. ${}_4H_2$ 의 값을 구하십시오. [3점]

23. 부등식 $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-5} \geq 4$ 를 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하십시오. [3점]

24. 좌표공간에서 평면 $x+8y-4z+k=0$ 이

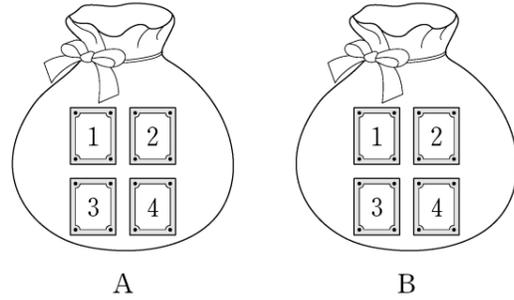
구 $x^2+y^2+z^2+2y-3=0$ 에 접하도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합을 구하시오. [3점]

25. $0 < x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $\cos^2 x - \sin x = 1$ 의 모든 실근의

합은 $\frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

26. 두 주머니 A와 B에는 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 4장의 카드가 각각 들어 있다. 갑은 주머니 A에서, 을은 주머니 B에서 각자 임의로 두 장의 카드를 꺼내어 가진다. 갑이 가진 두 장의 카드에 적힌 수의 합과 을이 가진 두 장의 카드에 적힌 수의 합이 같을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



27. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $a+b+c=7$
 (나) $2^a \times 4^b$ 은 8의 배수이다.

28. 점근선의 방정식이 $y=\pm\frac{4}{3}x$ 이고 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c>0$)인 쌍곡선이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 쌍곡선 위의 한 점 P 에 대하여 $\overline{PF'}=30$,
 $16 \leq \overline{PF} \leq 20$ 이다.
 (나) x 좌표가 양수인 꼭짓점 A 에 대하여 선분 AF 의 길이는 자연수이다.

이 쌍곡선의 주축의 길이를 구하시오. [4점]

29. 한 모서리의 길이가 4인 정사면체 ABCD에서 삼각형 ABC의 무게중심을 O, 선분 AD의 중점을 P라 하자. 정사면체 ABCD의 한 면 BCD 위의 점 Q에 대하여 두 벡터 \overrightarrow{OQ} 와 \overrightarrow{OP} 가 서로 수직일 때, $|\overrightarrow{PQ}|$ 의 최댓값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. $x > a$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 -1 인 사차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다. (단, a 는 상수이다.)

- (가) $x > a$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $(x-a)f(x) = g(x)$ 이다.
 (나) 서로 다른 두 실수 α, β 에 대하여 함수 $f(x)$ 는 $x = \alpha$ 와 $x = \beta$ 에서 동일한 극댓값 M 을 갖는다. (단, $M > 0$)
 (다) 함수 $f(x)$ 가 극대 또는 극소가 되는 x 의 개수는 함수 $g(x)$ 가 극대 또는 극소가 되는 x 의 개수보다 많다.

$\beta - \alpha = 6\sqrt{3}$ 일 때, M 의 최솟값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(나형)

출수형

5지선다형

1. 8×2^{-2} 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. 두 집합

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

에 대하여 $n(A \cup B)$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. $\log_{15} 3 + \log_{15} 5$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cap B) = \frac{1}{8}, P(A \cap B^C) = \frac{3}{16}$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? (단, B^C 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{3}{16}$ ② $\frac{7}{32}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{9}{32}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

5. 세 수 $\frac{9}{4}$, a , 4가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

7. 실수 x 에 대한 두 조건

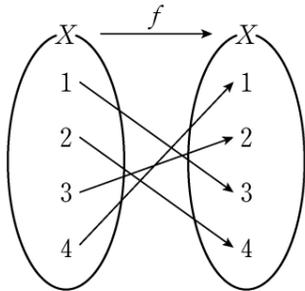
$$p: |x-1| \leq 3,$$

$$q: |x| \leq a$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 자연수 a 의 최솟값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

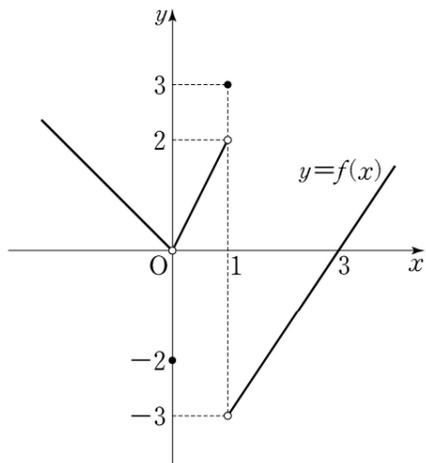
6. 그림은 함수 $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$f(2) + f^{-1}(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

8. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

9. $\int_0^2 (6x^2 - x) dx$ 의 값은? [3점]

- ① 15 ② 14 ③ 13 ④ 12 ⑤ 11

10. 좌표평면에서 함수 $y = \frac{3}{x-5} + k$ 의 그래프가

직선 $y=x$ 에 대하여 대칭일 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 한 개의 주사위를 3번 던질 때, 4의 눈이 한 번만 나올 확률은? [3점]

- ① $\frac{25}{72}$ ② $\frac{13}{36}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{7}{18}$ ⑤ $\frac{29}{72}$

12. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = -2t + 4$$

이다. $t=0$ 부터 $t=4$ 까지 점 P가 움직인 거리는? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

13. 어느 학교의 전체 학생은 360 명이고, 각 학생은 체험 학습 A, 체험 학습 B 중 하나를 선택하였다. 이 학교의 학생 중 체험 학습 A를 선택한 학생은 남학생 90 명과 여학생 70 명이다. 이 학교의 학생 중 임의로 뽑은 1 명의 학생이 체험 학습 B를 선택한 학생일 때, 이 학생이 남학생일 확률은 $\frac{2}{5}$ 이다. 이 학교의 여학생의 수는? [3점]

- ① 180 ② 185 ③ 190 ④ 195 ⑤ 200

14. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 6 & (x < 2) \\ 1 & (x \geq 2) \end{cases},$$

$$g(x) = ax + 1$$

에 대하여 함수 $\frac{g(x)}{f(x)}$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{5}{4}$ ② -1 ③ $-\frac{3}{4}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

15. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_2 의 값은? [4점]

$$(가) a_6 + a_8 = 0$$

$$(나) |a_6| = |a_7| + 3$$

- ① -15 ② -13 ③ -11 ④ -9 ⑤ -7

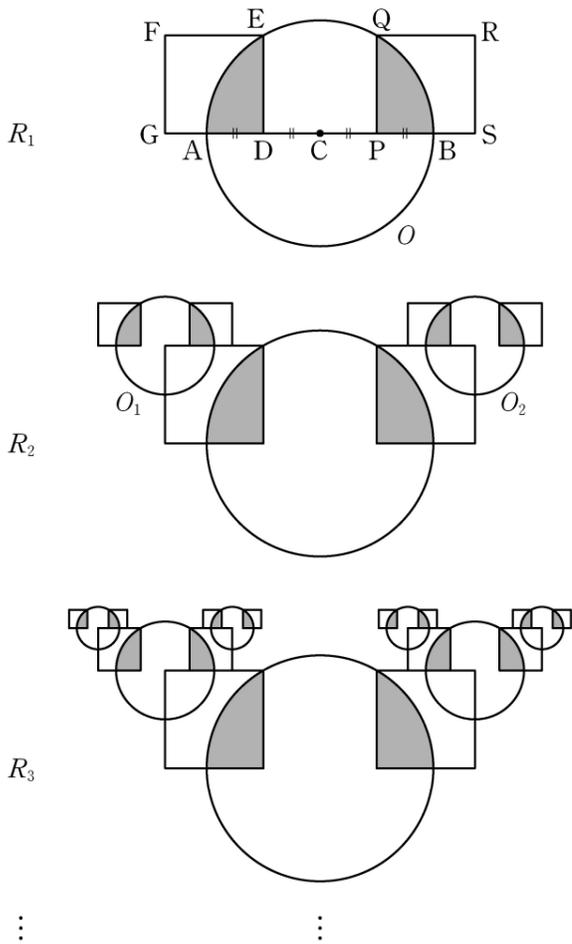
16. 어느 농가에서 생산하는 석류의 무게는 평균이 m , 표준편차가 40인 정규분포를 따른다고 한다. 이 농가에서 생산하는 석류 중에서 임의추출한, 크기가 64인 표본을 조사하였더니 석류 무게의 표본평균의 값이 \bar{x} 이었다. 이 결과를 이용하여, 이 농가에서 생산하는 석류 무게의 평균 m 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간을 구하면 $\bar{x} - c \leq m \leq \bar{x} + c$ 이다. c 의 값은? (단, 무게의 단위는 g이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $P(0 \leq Z \leq 2.58) = 0.495$ 로 계산한다.) [4점]

- ① 25.8 ② 21.5 ③ 17.2 ④ 12.9 ⑤ 8.6

17. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 원 O 가 있다. 원의 중심을 C 라 하고, 선분 AC의 중점과 선분 BC의 중점을 각각 D, P 라 하자. 선분 AC의 수직이등분선과 선분 BC의 수직이등분선이 원 O 의 위쪽 반원과 만나는 점을 각각 E, Q 라 하자. 선분 DE를 한 변으로 하고 원 O 와 점 A에서 만나며 선분 DF가 대각선인 정사각형 DEFG를 그리고, 선분 PQ를 한 변으로 하고 원 O 와 점 B에서 만나며 선분 PR가 대각선인 정사각형 PQRS를 그린다. 원 O 의 내부와 정사각형 DEFG의 내부의 공통부분인 \triangle 모양의 도형과 원 O 의 내부와 정사각형 PQRS의 내부의 공통부분인 \triangle 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 점 F를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}\overline{DE}$ 인 원 O_1 , 점 R를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}\overline{PQ}$ 인 원 O_2 를 그린다. 두 원 O_1, O_2 에 각각 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 \triangle 모양의 2개의 도형과 \triangle 모양의 2개의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{12\pi - 9\sqrt{3}}{10}$ ② $\frac{8\pi - 6\sqrt{3}}{5}$ ③ $\frac{32\pi - 24\sqrt{3}}{15}$
- ④ $\frac{28\pi - 21\sqrt{3}}{10}$ ⑤ $\frac{16\pi - 12\sqrt{3}}{5}$

18. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - (x-a)}{f(x) + (x-a)} = \frac{3}{5}$$

을 만족시킨다. 방정식 $f(x)=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $|\alpha - \beta|$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

19. 좌표평면 위의 한 점 (x, y) 에서 세 점 $(x+1, y)$, $(x, y+1)$, $(x+1, y+1)$ 중 한 점으로 이동하는 것을 점프라 하자.

점프를 반복하여 점 $(0, 0)$ 에서 점 $(4, 3)$ 까지 이동하는 모든 경우 중에서, 임의로 한 경우를 선택할 때 나오는 점프의 횟수를 확률변수 X 라 하자. 다음은 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 를 구하는 과정이다. (단, 각 경우가 선택되는 확률은 동일하다.)

점프를 반복하여 점 $(0, 0)$ 에서 점 $(4, 3)$ 까지 이동하는 모든 경우의 수를 N 이라 하자. 확률변수 X 가 가질 수 있는 값 중 가장 작은 값을 k 라 하면 $k = \boxed{\text{(가)}}$ 이고, 가장 큰 값은 $k+3$ 이다.

$$P(X=k) = \frac{1}{N} \times \frac{4!}{3!} = \frac{4}{N}$$

$$P(X=k+1) = \frac{1}{N} \times \frac{5!}{2!2!} = \frac{30}{N}$$

$$P(X=k+2) = \frac{1}{N} \times \boxed{\text{(나)}}$$

$$P(X=k+3) = \frac{1}{N} \times \frac{7!}{3!4!} = \frac{35}{N}$$

이고

$$\sum_{i=k}^{k+3} P(X=i) = 1$$

이므로 $N = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

따라서 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 는 다음과 같다.

$$E(X) = \sum_{i=k}^{k+3} \{i \times P(X=i)\} = \frac{257}{43}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 190 ② 193 ③ 196 ④ 199 ⑤ 202

20. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 극댓값, $x=k$ 에서 극솟값을 가진다. (단, k 는 상수이다.)

(나) 1보다 큰 모든 실수 t 에 대하여

$$\int_0^t |f'(x)| dx = f(t) + f(0)$$

이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\int_0^k f'(x) dx < 0$

ㄴ. $0 < k \leq 1$

ㄷ. 함수 $f(x)$ 의 극솟값은 0이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 좌표평면에서 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x+10 & (x < 10) \\ (x-10)^2 & (x \geq 10) \end{cases}$$

과 자연수 n 에 대하여 점 $(n, f(n))$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 원 O_n 이 있다. x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점 중에서 원 O_n 의 내부에 있고 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 아랫부분에 있는 모든 점의 개수를 A_n , 원 O_n 의 내부에 있고 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 윗부분에 있는 모든 점의 개수를 B_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{20} (A_n - B_n)$ 의 값은? [4점]

- ① 19 ② 21 ③ 23 ④ 25 ⑤ 27

단답형

22. ${}_5P_2 + {}_5C_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합

$$A = \{3, 6, 7\}, B = \{a-4, 8, 9\}$$

에 대하여

$$A \cap B^C = \{6, 7\}$$

이다. 자연수 a 의 값을 구하시오. [3점]

26. 곡선 $y = x^3 - ax + b$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선과

수직인 직선의 기울기가 $-\frac{1}{2}$ 이다. 두 상수 a, b 에 대하여

$a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{15} f(2k)$ 의 값을 구하시오.
[3점]

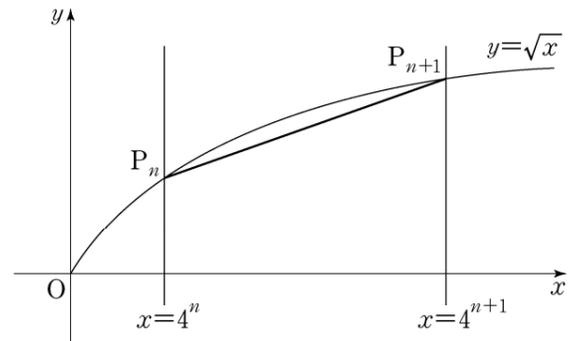
27. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $a+b+c=7$

(나) $2^a \times 4^b$ 은 8의 배수이다.

28. 자연수 n 에 대하여 직선 $x=4^n$ 이 곡선 $y=\sqrt{x}$ 와 만나는 점을 P_n 이라 하자. 선분 P_nP_{n+1} 의 길이를 L_n 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{L_{n+1}}{L_n} \right)^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 확률변수 X 는 평균이 m , 표준편차가 5인 정규분포를 따르고, 확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(10) > f(20)$
- (나) $f(4) < f(22)$

m 이 자연수일 때
 $P(17 \leq X \leq 18) = a$ 이다. $1000a$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.6	0.226
0.8	0.288
1.0	0.341
1.2	0.385
1.4	0.419

30. 실수 k 에 대하여 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x + k$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 방정식 $4f'(x) + 12x - 18 = (f' \circ g)(x)$ 가 닫힌 구간 $[0, 1]$ 에서 실근을 갖기 위한 k 의 최솟값을 m , 최댓값을 M 이라 할 때, $m^2 + M^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (2, 4)$, $\vec{b} = (1, 1)$ 에 대하여 벡터 $\vec{a} + \vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

2. $\sin \frac{7\pi}{3}$ 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{9}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

2

수학 영역(가형)

5. 함수 $f(x) = e^x(2x+1)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① $8e$ ② $7e$ ③ $6e$ ④ $5e$ ⑤ $4e$

7. 자연수 8을 4개의 자연수로 분할하는 방법의 수는? [3점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

6. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = t^2 + 2, \quad y = t^3 + t - 1$$

에서 $t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

8. 부등식

$$2\log_2|x-1| \leq 1 - \log_2 \frac{1}{2}$$

을 만족시키는 모든 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

9. 함수 $f(x) = \frac{1}{x+3}$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(a+h) - f'(a)}{h} = 2$ 를

만족시키는 실수 a 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

10. 주축의 길이가 4인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 점근선의 방정식이

$y = \pm \frac{5}{2}x$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a 와 b 는 상수이다.) [3점]

- ① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

11. 두 벡터 $\vec{a} = (3, 1)$, $\vec{b} = (4, -2)$ 가 있다.
 벡터 \vec{v} 에 대하여 두 벡터 \vec{a} 와 $\vec{v} + \vec{b}$ 가 서로 평행할 때,
 $|\vec{v}|^2$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

12. 양의 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$\int_1^x f(t) dt = x^2 - a\sqrt{x} \quad (x > 0)$$

을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

13. 이틀 동안 진행되는 어느 축제에 모두 다섯 개의 팀이 참가하여 공연한다. 매일 두 팀 이상이 공연하도록 다섯 팀의 공연 날짜와 공연 순서를 정하는 경우의 수는? (단, 공연은 한 팀씩 하고, 축제 기간 중 각 팀은 1회만 공연한다.) [3점]

- ① 180 ② 210 ③ 240 ④ 270 ⑤ 300

14. $\int_2^6 \ln(x-1)dx$ 의 값은? [4점]

- ① $4\ln 5 - 4$ ② $4\ln 5 - 3$ ③ $5\ln 5 - 4$
 ④ $5\ln 5 - 3$ ⑤ $6\ln 5 - 4$

6

수학 영역(가형)

15. 그림과 같이 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 카드가 각각 3장씩 12장이 있다. 이 12장의 카드 중에서 임의로 3장의 카드를 선택할 때, 선택한 카드 중에 같은 숫자가 적혀 있는 카드가 2장 이상일 확률은? [4점]



- ① $\frac{12}{55}$ ② $\frac{16}{55}$ ③ $\frac{4}{11}$ ④ $\frac{24}{55}$ ⑤ $\frac{28}{55}$

16. 실수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + k & (x \leq 2) \\ \ln(x-2) & (x > 2) \end{cases}$$

이다. 실수 t 에 대하여 직선 $y=x+t$ 와 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 $t=a$ 에서 불연속인 a 의 값이 한 개일 때, k 의 값은? [4점]

- ① -2 ② $-\frac{9}{4}$ ③ $-\frac{5}{2}$ ④ $-\frac{11}{4}$ ⑤ -3

17. 서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던져 나온 눈의 수가 같으면 한 개의 동전을 4번 던지고, 나온 눈의 수가 다르면 한 개의 동전을 2번 던진다. 이 시행에서 동전의 앞면이 나온 횟수와 뒷면이 나온 횟수가 같을 때, 동전을 4번 던졌을 확률은? [4점]

- ① $\frac{3}{23}$ ② $\frac{5}{23}$ ③ $\frac{7}{23}$ ④ $\frac{9}{23}$ ⑤ $\frac{11}{23}$

18. 좌표평면에서 점 P는 시각 $t=0$ 일 때 $(0, -1)$ 에서 출발하여 시각 t 에서의 속도가

$$\vec{v} = (2t, 2\pi \sin 2\pi t)$$

이고, 점 Q는 시각 $t=0$ 일 때 출발하여 시각 t 에서의 위치가

$$Q(4\sin 2\pi t, |\cos 2\pi t|)$$

이다. 출발한 후 두 점 P, Q가 만나는 횟수는? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

19. 다음은 x 에 대한 다항식 $(x+a^2)^n$ 과 $(x^2-2a)(x+a)^n$ 의 전개식에서 x^{n-1} 의 계수가 같게 되는 두 자연수 a 와 $n(n \geq 4)$ 의 값을 구하는 과정의 일부이다.

$(x+a^2)^n$ 의 전개식에서 x^{n-1} 의 계수는 a^2n 이다.

$(x^2-2a)(x+a)^n = x^2(x+a)^n - 2a(x+a)^n$ 에서

$x^2(x+a)^n$ 을 전개하면 x^{n-1} 의 계수는 $\boxed{\text{(가)}} \times a^3$ 이고,

$2a(x+a)^n$ 을 전개하면 x^{n-1} 의 계수는 $2a^2n$ 이다.

따라서 $(x^2-2a)(x+a)^n$ 의 전개식에서 x^{n-1} 의 계수는

$$\boxed{\text{(가)}} \times a^3 - 2a^2n$$

이다. 그러므로

$$a^2n = \boxed{\text{(가)}} \times a^3 - 2a^2n$$

이고, 이 식을 정리하여 a 를 n 에 관한 식으로 나타내면

$$a = \frac{18}{\boxed{\text{(나)}}}$$

이다. 여기서 a 는 자연수이고 n 은 4 이상의 자연수이므로

$$n = \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를 k 라 할 때, $f(k)+g(k)$ 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 16 ③ 22 ④ 28 ⑤ 34

20. 양수 a 와 실수 b 에 대하여 함수 $f(x) = ae^{3x} + be^x$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? [4점]

(가) $x_1 < \ln \frac{2}{3} < x_2$ 를 만족시키는 모든 실수 x_1, x_2 에

대하여 $f''(x_1)f''(x_2) < 0$ 이다.

(나) 구간 $[k, \infty)$ 에서 함수 $f(x)$ 의 역함수가 존재하도록 하는 실수 k 의 최솟값을 m 이라 할 때,

$$f(2m) = -\frac{80}{9} \text{이다.}$$

- ① -15 ② -12 ③ -9 ④ -6 ⑤ -3

21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여

$$F(x) = \ln|f(x)|$$

라 하고, 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$ 에 대하여

$$G(x) = \ln|g(x)\sin x|$$

라 하자.

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x-1)F'(x) = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{F'(x)}{G'(x)} = \frac{1}{4}$$

일 때, $f(3)+g(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 57 ② 55 ③ 53 ④ 51 ⑤ 49

단답형

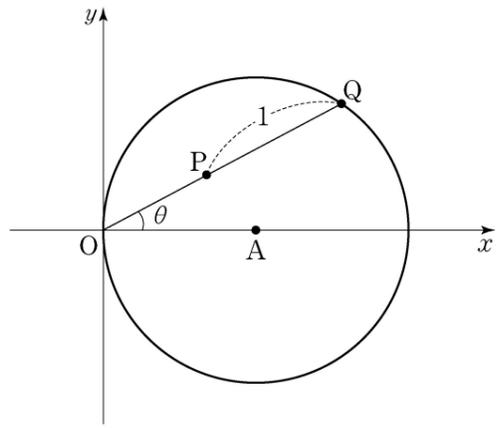
22. ${}_6C_4$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = \sqrt{x^3+1}$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

24. $\int_2^4 2e^{2x-4} dx = k$ 일 때, $\ln(k+1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 그림과 같이 좌표평면에 점 $A(1, 0)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원이 있다. 원 위의 점 Q 에 대하여 $\angle AOQ = \theta (0 < \theta < \frac{\pi}{3})$ 라 할 때, 선분 OQ 위에 $\overline{PQ} = 1$ 인 점 P 를 정한다. 점 P 의 y 좌표가 최대가 될 때 $\cos \theta = \frac{a + \sqrt{b}}{8}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, a 와 b 는 자연수이다.) [4점]



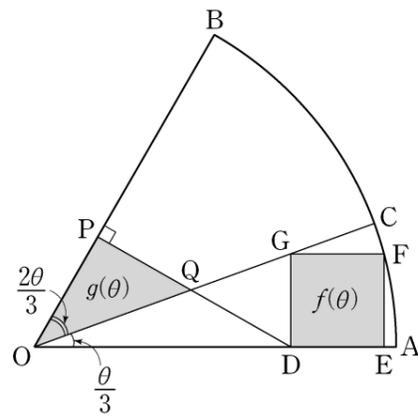
25. 좌표평면 위의 점 $(6, 3)$ 을 지나고 벡터 $\vec{u} = (2, 3)$ 에 평행한 직선이 x 축과 만나는 점을 A , y 축과 만나는 점을 B 라 할 때, \overline{AB}^2 의 값을 구하시오. [3점]

27. 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2인 부분집합을 두 개 선택할 때, 선택한 두 집합이 서로 같지 않은 경우의 수를 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 θ 인 부채꼴 OAB 에서 호 AB 의 삼등분점 중 점 A 에 가까운 점을 C 라 하자. 변 DE 가 선분 OA 위에 있고, 꼭짓점 G, F 가 각각 선분 OC , 호 AC 위에 있는 정사각형 $DEFG$ 의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하자. 점 D 에서 선분 OB 에 내린 수선의 발을 P , 선분 DP 와 선분 OC 가 만나는 점을 Q 라 할 때, 삼각형 OQP 의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta \times g(\theta)} = k$ 일 때, $60k$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이고, $\overline{OD} < \overline{OE}$ 이다.) [4점]



29. 좌표평면에서 중심이 O 이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 한 점을 A, 중심이 O 이고 반지름의 길이가 3인 원 위의 한 점을 B라 할 때, 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP} = 3\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP}$
 (나) $|\overrightarrow{PA}|^2 + |\overrightarrow{PB}|^2 = 20$

$\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 의 최솟값은 m 이고 이때 $|\overrightarrow{OP}| = k$ 이다. $m+k^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 실수 a 와 함수 $f(x) = \ln(x^4 + 1) - c$ ($c > 0$ 인 상수)에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_a^x f(t) dt$$

라 하자. 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 서로 다른 점의 개수가 2가 되도록 하는 모든 a 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열하면 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ (m 은 자연수)이다. $a = \alpha_1$ 일 때, 함수 $g(x)$ 와 상수 k 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$ 는 $x = 1$ 에서 극솟값을 갖는다.
 (나) $\int_{\alpha_1}^{\alpha_m} g(x) dx = k\alpha_m \int_0^1 |f(x)| dx$

$mk \times e^c$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. $3 \times 27^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

2. 두 집합

$$A = \{1, 2\}, B = \{1, 2, 4\}$$

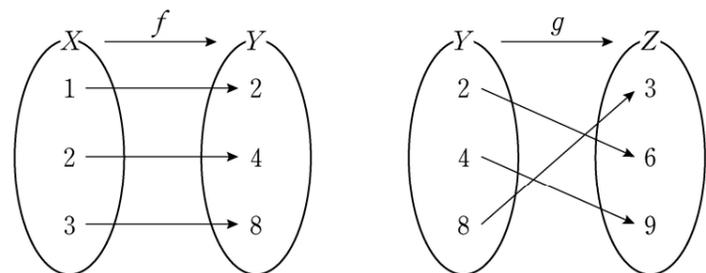
에 대하여 집합 $A \cup B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8^{n+1} - 4^n}{8^n + 3}$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

4. 그림은 두 함수 $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Z$ 를 나타낸 것이다.



$(g \circ f)(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 9

2

수학 영역(나형)

5. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{9}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

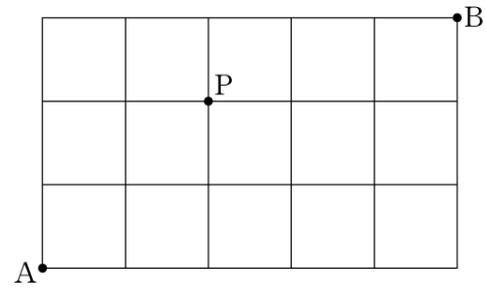
6. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : x^2 + 2x - a = 0, \quad q : x - 3 = 0$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 15 ② 12 ③ 9 ④ 6 ⑤ 3

7. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 P 지점을 지나 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는? [3점]



- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

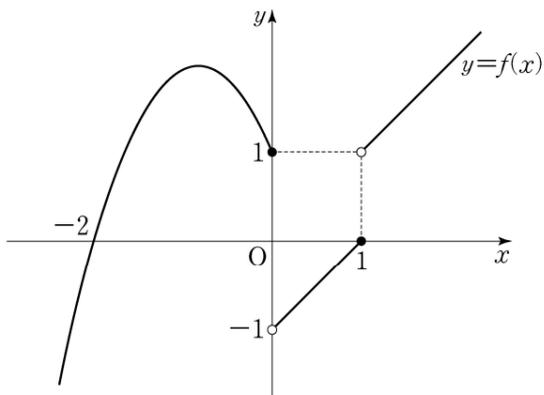
8. 자연수 8을 4개의 자연수로 분할하는 방법의 수는? [3점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

10. 닫힌 구간 $[-1, 3]$ 에서 함수 $f(x) = x^3 - 3x + 5$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

11. 두 함수

$$f(x) = x^3 + 1, \quad g(x) = x - 4$$

에 대하여 $(g^{-1} \circ f)(-1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 실수 a 에 대하여 명제

$$'a \geq \sqrt{3} \text{ 이면 } a^2 \geq 3 \text{ 이다.}'$$

의 대우는? [3점]

- ① $a^2 < 3$ 이면 $a > \sqrt{3}$ 이다.
 ② $a^2 < 3$ 이면 $a < \sqrt{3}$ 이다.
 ③ $a^2 \leq 3$ 이면 $a \leq \sqrt{3}$ 이다.
 ④ $a > \sqrt{3}$ 이면 $a^2 \leq 3$ 이다.
 ⑤ $a \geq \sqrt{3}$ 이면 $a^2 < 3$ 이다.

13. 함수 $y = \frac{4x-5}{x-1}$ 의 그래프의 두 점근선의 교점의 좌표가

(a, b) 일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + a}{x - 3} & (x \neq 3) \\ b & (x = 3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$ 의 값은?
(단, a 와 b 는 상수이다.) [4점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

6

수학 영역(나형)

15. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 이차방정식

$x^2 - 14x + 24 = 0$ 의 두 근이 a_3, a_8 이다. $\sum_{n=3}^8 a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 40 ② 42 ③ 44 ④ 46 ⑤ 48

16. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & (x \leq -2) \\ 2x & (x > -2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $a+b$ 의 값은?
(단, a 와 b 는 상수이다.) [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

17. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t > 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x = t^3 - 12t + k \quad (k \text{는 상수})$$

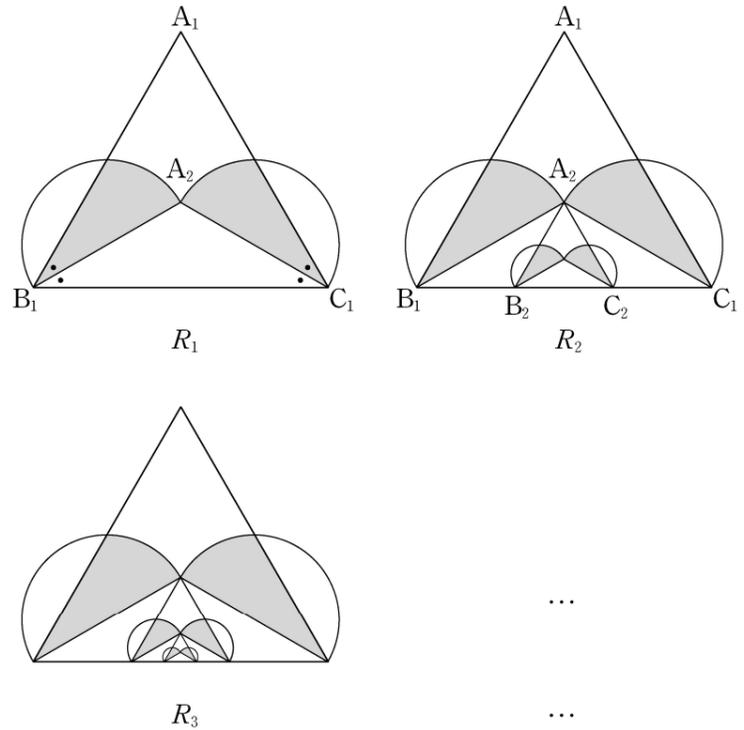
이다. 점 P의 운동 방향이 원점에서 바뀔 때, k 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

18. 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다. 그림과 같이 $\angle A_1B_1C_1$ 의 이등분선과 $\angle A_1C_1B_1$ 의 이등분선이 만나는 점을 A_2 라 하자. 두 선분 B_1A_2 , C_1A_2 를 각각 지름으로 하는 반원의 내부와 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 의 내부의 공통부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 점 A_2 를 지나고 선분 A_1B_1 에 평행한 직선이 선분 B_1C_1 과 만나는 점을 B_2 , 점 A_2 를 지나고 선분 A_1C_1 에 평행한 직선이 선분 B_1C_1 과 만나는 점을 C_2 라 하자. 그림 R_1 에 정삼각형 $A_2B_2C_2$ 를 그리고, 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 정삼각형 $A_2B_2C_2$ 의 내부에  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{9\sqrt{3}+6\pi}{16}$ ② $\frac{3\sqrt{3}+4\pi}{8}$ ③ $\frac{9\sqrt{3}+8\pi}{16}$
 ④ $\frac{3\sqrt{3}+2\pi}{4}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{3}+6\pi}{8}$

19. 다음은 x 에 대한 다항식 $(x+a^2)^n$ 과 $(x^2-2a)(x+a)^n$ 의 전개식에서 x^{n-1} 의 계수가 같게 되는 두 자연수 a 와 $n(n \geq 4)$ 의 값을 구하는 과정의 일부이다.

$(x+a^2)^n$ 의 전개식에서 x^{n-1} 의 계수는 a^2n 이다.

$(x^2-2a)(x+a)^n = x^2(x+a)^n - 2a(x+a)^n$ 에서

$x^2(x+a)^n$ 을 전개하면 x^{n-1} 의 계수는 $\boxed{\text{(가)}} \times a^3$ 이고,

$2a(x+a)^n$ 을 전개하면 x^{n-1} 의 계수는 $2a^2n$ 이다.

따라서 $(x^2-2a)(x+a)^n$ 의 전개식에서 x^{n-1} 의 계수는

$$\boxed{\text{(가)}} \times a^3 - 2a^2n$$

이다. 그러므로

$$a^2n = \boxed{\text{(가)}} \times a^3 - 2a^2n$$

이고, 이 식을 정리하여 a 를 n 에 관한 식으로 나타내면

$$a = \frac{18}{\boxed{\text{(나)}}}$$

이다. 여기서 a 는 자연수이고 n 은 4 이상의 자연수이므로

$$n = \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를 k 라 할 때, $f(k)+g(k)$ 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 16 ③ 22 ④ 28 ⑤ 34

20. 함수

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - kx^2 + 1 \quad (k > 0 \text{인 상수})$$

의 그래프 위의 서로 다른 두 점 A, B에서의 접선 l , m 의 기울기가 모두 $3k^2$ 이다. 곡선 $y=f(x)$ 에 접하고 x 축에 평행한 두 직선과 접선 l , m 으로 둘러싸인 도형의 넓이가 24일 때, k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

21. 함수

$$f(x) = \frac{k}{x-11} + 6 \quad (k \geq 36)$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 k 의 개수는?
[4점]

$|f(x)| \leq y \leq -x+5$ 인 두 자연수 x, y 의 모든 순서쌍 (x, y) 의 개수는 2 이상 4 이하이다.

- ① 18 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 30

단답형

22. ${}_6C_4$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = 5x^5 + 3x^3 + x$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오.
[3점]

24. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합 A 에 대하여

$$\{1, 2, 3\} \cap A = \emptyset$$

을 만족시키는 모든 집합 A 의 개수를 구하시오. [3점]

25. $\log_3 \frac{9}{2} + \log_3 6$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 첫째항이 3인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{a_3}{a_2} - \frac{a_6}{a_4} = \frac{1}{4}$$

일 때, $a_5 = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 함수 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 후, y 축에 대하여 대칭이동 하였더니 함수 $y = \sqrt{-2x+9}+6$ 의 그래프와 일치하였다. $a+b+c$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c 는 상수이다.) [4점]

28. 흰 공 3개, 검은 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼내어, 꺼낸 흰 공과 검은 공의 개수를 각각 m, n 이라 하자. 이 시행에서 $2m \geq n$ 일 때, 꺼낸 흰 공의 개수가 2일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 이 있다. 수열 $\{b_n\}$ 은

$$b_1 = a_1$$

이고, 2이상의 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} b_{n-1} + a_n & (n \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ b_{n-1} - a_n & (n \text{이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다. $b_{10} = a_{10}$ 일 때, $\frac{b_8}{b_{10}} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(\alpha) = g(\alpha)$ 이고 $f'(\alpha) = g'(\alpha) = -16$ 인 실수 α 가 존재한다.

(나) $f'(\beta) = g'(\beta) = 16$ 인 실수 β 가 존재한다.

$g(\beta+1) - f(\beta+1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (6, 2)$, $\vec{b} = (0, 4)$ 에 대하여 벡터 $\vec{a} - \vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{4x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② 1 ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

3. 좌표공간의 두 점 $A(2, 0, 4)$, $B(5, 0, a)$ 에 대하여 선분 AB를 2:1로 내분하는 점이 x 축 위에 있을 때, a 의 값은? [2점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

4. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{2}{5}$$

일 때, $P(B|A)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{7}{15}$ ③ $\frac{8}{15}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

2

수학 영역(가형)

5. 곡선 $y=2^x+5$ 의 점근선과 곡선 $y=\log_3x+3$ 의 교점의 x 좌표는? [3점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

6. $0 \leq x \leq \pi$ 일 때, 방정식

$$1 + \sqrt{2} \sin 2x = 0$$

의 모든 해의 합은? [3점]

- ① π ② $\frac{5\pi}{4}$ ③ $\frac{3\pi}{2}$ ④ $\frac{7\pi}{4}$ ⑤ 2π

7. $0 < a < 1$ 인 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)=a^x$ 은 닫힌 구간

$[-2, 1]$ 에서 최솟값 $\frac{5}{6}$, 최댓값 M 을 갖는다. $a \times M$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ 1 ⑤ $\frac{6}{5}$

8. $\int_1^e \frac{3(\ln x)^2}{x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

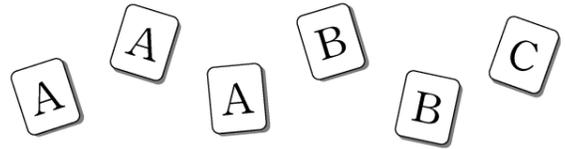
9. 다음 조건을 만족시키는 쌍곡선의 주축의 길이는? [3점]

(가) 두 초점의 좌표는 $(5, 0)$, $(-5, 0)$ 이다.
 (나) 두 점근선이 서로 수직이다.

- ① $2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

10. A, A, A, B, B, C의 문자가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, 양 끝 모두에 A가 적힌 카드가 나오게 나열될 확률은? [3점]

- ① $\frac{3}{20}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{7}{20}$



11. 함수 $f(x) = x^3 + 5x + 3$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g'(3)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

12. 확률변수 X 는 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따르고 다음 등식을 만족시킨다.

$$P(m \leq X \leq m+12) - P(X \leq m-12) = 0.3664$$

오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 σ 의 값을 구한 것은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

13. 좌표공간에서 직선 $\frac{x-1}{2}=y+1=z$ 와 직선 l 이 점 $(1, a, 0)$ 에서 수직으로 만난다. 직선 l 이 점 $(b, -3, -2)$ 를 지날 때, $a+b$ 의 값은? [3점]
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

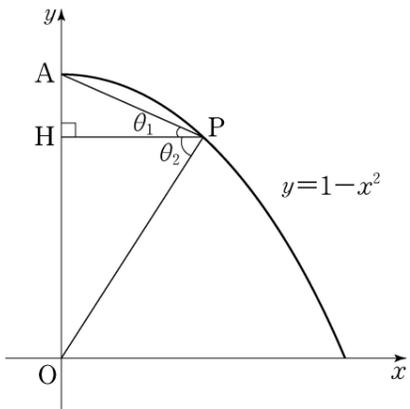
14. 두 이산확률변수 X 와 Y 가 가지는 값이 각각 1부터 5까지의 자연수이고
- $$P(Y=k) = \frac{1}{2}P(X=k) + \frac{1}{10} \quad (k=1, 2, 3, 4, 5)$$
- 이다. $E(X)=4$ 일 때, $E(Y)$ 의 값은? [4점]
- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ $\frac{13}{2}$

6

수학 영역(가형)

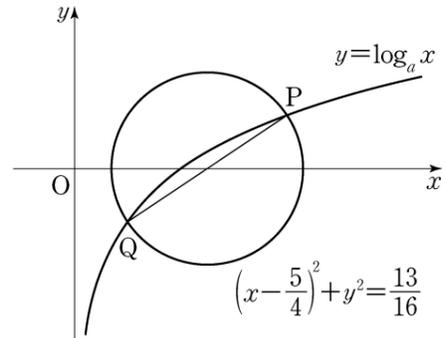
15. 곡선 $y=1-x^2$ ($0 < x < 1$) 위의 점 P에서 y 축에 내린 수선의 발을 H라 하고, 원점 O와 점 A(0, 1)에 대하여 $\angle APH = \theta_1$, $\angle HPO = \theta_2$ 라 하자. $\tan \theta_1 = \frac{1}{2}$ 일 때, $\tan(\theta_1 + \theta_2)$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10



16. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 곡선 $y = \log_a x$ 와 원 $C: (x - \frac{5}{4})^2 + y^2 = \frac{13}{16}$ 의 두 교점을 P, Q라 하자. 선분 PQ가 원 C의 지름일 때, a 의 값은? [4점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5



17. 좌표공간에 구 $S: x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$ 과 xy 평면 위의 원 $C: x^2 + y^2 = 4$ 가 있다. 구 S 와 점 P 에서 접하고 원 C 위의 두 점 Q, R 를 포함하는 평면이 xy 평면과 이루는 예각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 이다. 점 P 의 z 좌표가 1보다 클 때, 선분 QR 의 길이는? [4점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

18. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $f(0)=0$ 이고 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) > 0$ 이다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $A(t, f(t))$ ($t > 0$)에서 x 축에 내린 수선의 발을 B 라 하고, 점 A 를 지나고 점 A 에서의 접선과 수직인 직선이 x 축과 만나는 점을 C 라 하자. 모든 양수 t 에 대하여 삼각형 ABC 의 넓이가 $\frac{1}{2}(e^{3t} - 2e^{2t} + e^t)$ 일 때, 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축 및 직선 $x=1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

- ① $e-2$ ② e ③ $e+2$ ④ $e+4$ ⑤ $e+6$

19. 좌표평면에서 원점 O 가 중심이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 세 점 A_1, A_2, A_3 에 대하여

$$|\overrightarrow{OX}| \leq 1 \text{ 이고 } \overrightarrow{OX} \cdot \overrightarrow{OA_k} \geq 0 \quad (k=1, 2, 3)$$

을 만족시키는 모든 점 X 의 집합이 나타내는 도형을 D 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\overrightarrow{OA_1} = \overrightarrow{OA_2} = \overrightarrow{OA_3}$ 이면 D 의 넓이는 $\frac{\pi}{2}$ 이다.

ㄴ. $\overrightarrow{OA_2} = -\overrightarrow{OA_1}$ 이고 $\overrightarrow{OA_3} = \overrightarrow{OA_1}$ 이면 D 는 길이가 2인 선분이다.

ㄷ. $\overrightarrow{OA_1} \cdot \overrightarrow{OA_2} = 0$ 인 경우에, D 의 넓이가 $\frac{\pi}{4}$ 이면 점 A_3 은 D 에 포함되어 있다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 다음은 n 명의 사람이 각자 세 상자 A, B, C 중 2개의 상자를 선택하여 각 상자에 공을 하나씩 넣을 때, 세 상자에 서로 다른 개수의 공이 들어가는 경우의 수를 구하는 과정이다. (단, n 은 6의 배수인 자연수이고 공은 구별하지 않는다.)

세 상자에 서로 다른 개수의 공이 들어가는 경우는 ‘(i) 세 상자에 공이 들어가는 모든 경우’에서 ‘(ii) 세 상자에 모두 같은 개수의 공이 들어가는 경우’와 ‘(iii) 세 상자 중 두 상자에만 같은 개수의 공이 들어가는 경우’를 제외하면 된다.

(i)의 경우:
 n 명의 사람이 각자 세 상자 중 공을 넣을 두 상자를 선택하는 경우의 수는 n 명의 사람이 각자 공을 넣지 않을 한 상자를 선택하는 경우의 수와 같다. 따라서 세 상자에서 중복을 허락하여 n 개의 상자를 선택하는 경우의 수인 $\boxed{\text{가}}$ 이다.

(ii)의 경우:
 각 상자에 $\frac{2n}{3}$ 개의 공이 들어가는 경우뿐이므로 경우의 수는 1이다.

(iii)의 경우:
 두 상자 A, B에 같은 개수의 공이 들어가면 상자 C에는 최대 n 개의 공을 넣을 수 있으므로 두 상자 A, B에 각각 $\frac{n}{2}$ 개보다 작은 개수의 공이 들어갈 수 없다. 따라서 두 상자 A, B에 같은 개수의 공이 들어가는 경우의 수는 $\boxed{\text{나}}$ 이다.
 그러므로 세 상자 중 두 상자에만 같은 개수의 공이 들어가는 경우의 수는 ${}_3C_2 \times (\boxed{\text{나}} - 1)$ 이다.

따라서 세 상자에 서로 다른 개수의 공이 들어가는 경우의 수는 $\boxed{\text{다}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n), h(n)$ 이라 할 때, $\frac{f(30)}{g(30)} + h(30)$ 의 값은? [4점]

- ① 481 ② 491 ③ 501 ④ 511 ⑤ 521

21. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = -1, \quad a_n = 2 - \frac{1}{2^{n-2}} \quad (n \geq 2)$$

이다. 구간 $[-1, 2)$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 모든 자연수 n 에 대하여

$$f(x) = \sin(2^n \pi x) \quad (a_n \leq x \leq a_{n+1})$$

이다. $-1 < \alpha < 0$ 인 실수 α 에 대하여 $\int_{\alpha}^t f(x) dx = 0$ 을

만족시키는 t ($0 < t < 2$)의 값의 개수가 103일 때,

$\log_2(1 - \cos(2\pi\alpha))$ 의 값은? [4점]

- ① -48 ② -50 ③ -52 ④ -54 ⑤ -56

단답형

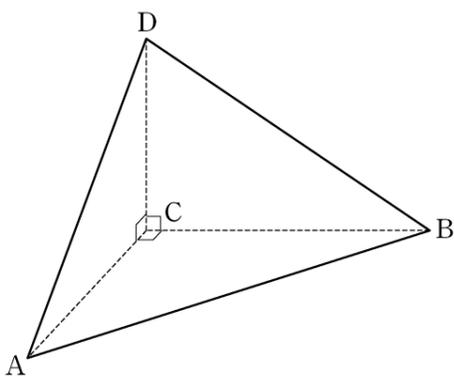
22. ${}_7P_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = -\cos^2 x$ 에 대하여 $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 곡선 $5x+xy+y^2=5$ 위의 점 $(1, -1)$ 에서의 접선의 기울기를 구하시오. [3점]

26. 어느 회사에서 생산하는 초콜릿 한 개의 무게는 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산하는 초콜릿 중에서 임의추출한, 크기가 49인 표본을 조사하였더니 초콜릿 무게의 표본평균의 값이 \bar{x} 이었다. 이 결과를 이용하여, 이 회사에서 생산하는 초콜릿 한 개의 무게의 평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $1.73 \leq m \leq 1.87$ 이다. $\frac{\sigma}{x} = k$ 일 때, $180k$ 의 값을 구하시오. (단, 무게의 단위는 g이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.) [4점]

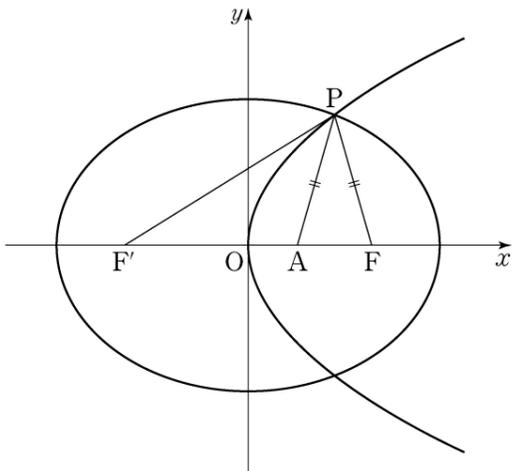
25. $\overline{AB} = 8$, $\angle ACB = 90^\circ$ 인 삼각형 ABC에 대하여 점 C를 지나고 평면 ABC에 수직인 직선 위에 $\overline{CD} = 4$ 인 점 D가 있다. 삼각형 ABD의 넓이가 20일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오. [3점]



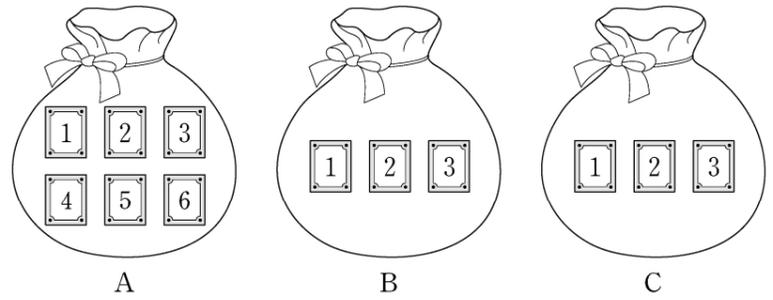
27. 좌표평면에서 초점이 $A(a, 0)$ ($a > 0$)이고 꼭짓점이 원점인 포물선과 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > a$)인 타원의 교점 중 제1사분면 위의 점을 P 라 하자.

$$\overline{AF} = 2, \quad \overline{PA} = \overline{PF}, \quad \overline{FF'} = \overline{PF'}$$

일 때, 타원의 장축의 길이는 $p+q\sqrt{7}$ 이다. p^2+q^2 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 유리수이다.) [4점]



28. 그림과 같이 주머니 A에는 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적힌 6장의 카드가 들어 있고 주머니 B와 C에는 1부터 3까지의 자연수가 하나씩 적힌 3장의 카드가 각각 들어 있다. 같은 주머니 A에서, 을은 주머니 B에서, 병은 주머니 C에서 각자 임의로 1장의 카드를 꺼낸다. 이 시행에서 같이 꺼낸 카드에 적힌 수가 을이 꺼낸 카드에 적힌 수보다 클 때, 같이 꺼낸 카드에 적힌 수가 을과 병이 꺼낸 카드에 적힌 수의 합보다 클 확률이 k 이다. $100k$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 좌표공간에 세 점 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, 0)$, $B(0, 0, 2)$ 가 있다.
점 P 가 $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP} = 0$, $|\overrightarrow{OP}| \leq 4$ 를 만족시키며 움직일 때,

$$|\overrightarrow{PQ}| = 1, \quad \overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{OA} \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

을 만족시키는 점 Q 에 대하여 $|\overrightarrow{BQ}|$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M , m 이라 하자. $M+m = a+b\sqrt{5}$ 일 때, $6(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.) [4점]

30. 함수 $f(x) = \ln(e^x + 1) + 2e^x$ 에 대하여 이차함수 $g(x)$ 와 실수 k 는 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $h(x) = |g(x) - f(x-k)|$ 는 $x=k$ 에서 최솟값 $g(k)$ 를 갖고, 닫힌 구간 $[k-1, k+1]$ 에서 최댓값 $2e + \ln\left(\frac{1+e}{\sqrt{2}}\right)$ 를 갖는다.

$g'\left(k - \frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하시오. (단, $\frac{5}{2} < e < 3$ 이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. $3^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

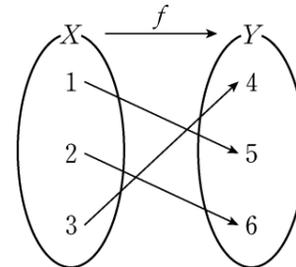
2. 두 집합

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 3, 5\}$$

에 대하여 집합 $A \cap B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

3. 그림은 함수 $f: X \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다.



$f^{-1}(4)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

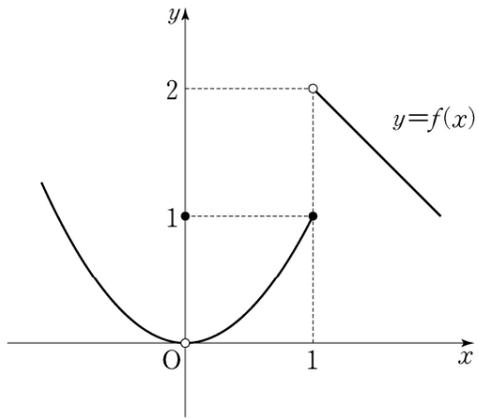
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 \times 3^{n+1} + 1}{3^n}$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

2

수학 영역(나형)

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

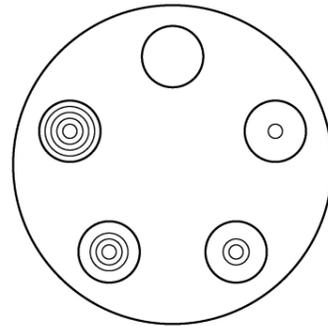


$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

6. 서로 다른 5개의 접시를 원 모양의 식탁에 일정한 간격을 두고 원형으로 놓는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

- ① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 30



7. 닫힌 구간 $[2, 4]$ 에서 함수 $y = \frac{1}{x-1} + 3$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

8. 함수 $f(x) = \int_1^x (t-2)(t-3)dt$ 에 대하여 $f'(4)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 실수 x 에 대하여 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

$$p: (x+2)(x-4) \neq 0,$$

$$q: -2 \leq x \leq 4$$

다음 중 참인 명제는? [3점]

- ① $p \rightarrow q$ ② $\sim p \rightarrow \sim q$ ③ $q \rightarrow \sim p$
 ④ $q \rightarrow p$ ⑤ $\sim p \rightarrow q$

10. 14개의 공에 각각 검은색과 흰색 중 한 가지 색이 칠해져 있고, 자연수가 하나씩 적혀 있다. 각각의 공에 칠해져 있는 색과 적혀 있는 수에 따라 분류한 공의 개수는 다음과 같다.

(단위: 개)

구분	검은색	흰색	합계
홀수	5	3	8
짝수	4	2	6
합계	9	5	14

14개의 공 중에서 임의로 선택한 한 개의 공이 검은색일 때, 이 공에 적혀 있는 수가 짝수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{5}{18}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{7}{18}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

11. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$a_n + b_n = 10$ 을 만족시킨다. $\sum_{k=1}^{10} (a_k + 2b_k) = 160$ 일 때,

$\sum_{k=1}^{10} b_k$ 의 값은? [3점]

- ① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

12. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 2$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 3$$

$f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 14 ③ 17 ④ 20 ⑤ 23

13. 두 실수 a, b 가

$$ab = \log_3 5, \quad b - a = \log_2 5$$

를 만족시킬 때, $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ 의 값은? [3점]

- ① $\log_5 2$ ② $\log_3 2$ ③ $\log_3 5$ ④ $\log_2 3$ ⑤ $\log_2 5$

14. 확률변수 X 는 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따르고 다음 등식을 만족시킨다.

$$P(m \leq X \leq m+12) - P(X \leq m-12) = 0.3664$$

오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 σ 의 값을 구한 것은? [4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

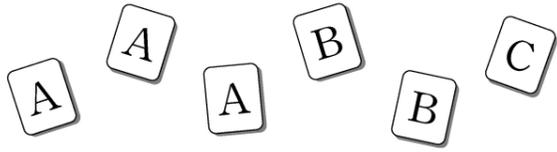
z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

6

수학 영역(나형)

15. A, A, A, B, B, C의 문자가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, 양 끝 모두에 A가 적힌 카드가 나오게 나열될 확률은? [4점]

- ① $\frac{3}{20}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{7}{20}$



16. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는? [4점]

- (가) $x+y+z=10$
 (나) $0 < y+z < 10$

- ① 39 ② 44 ③ 49 ④ 54 ⑤ 59

17. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 에 대하여

$$x < 0 \text{ 일 때, } f(x) + g(x) = x^2 + 4$$

$$x > 0 \text{ 일 때, } f(x) - g(x) = x^2 + 2x + 8$$

이다. 함수 $f(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속이고

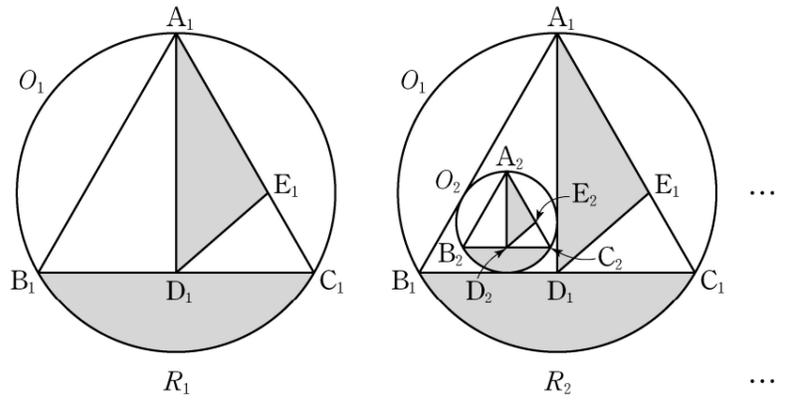
$\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) - \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = 6$ 일 때, $f(0)$ 의 값은? [4점]

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

18. 그림과 같이 반지름의 길이가 2인 원 O_1 에 내접하는 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다. 점 A_1 에서 선분 B_1C_1 에 내린 수선의 발을 D_1 이라 하고, 선분 A_1C_1 을 2:1로 내분하는 점을 E_1 이라 하자. 점 A_1 을 포함하지 않는 호 B_1C_1 과 선분 B_1C_1 로 둘러싸인 도형의 내부와 삼각형 $A_1D_1E_1$ 의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 삼각형 $A_1B_1D_1$ 에 내접하는 원 O_2 와 원 O_2 에 내접하는 정삼각형 $A_2B_2C_2$ 를 그리고, 점 A_2 에서 선분 B_2C_2 에 내린 수선의 발을 D_2 , 선분 A_2C_2 를 2:1로 내분하는 점을 E_2 라 하자. 점 A_2 를 포함하지 않는 호 B_2C_2 와 선분 B_2C_2 로 둘러싸인 도형의 내부와 삼각형 $A_2D_2E_2$ 의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{16(3\sqrt{3}-2)\pi}{69}$ ② $\frac{16(3\sqrt{3}-1)\pi}{65}$ ③ $\frac{32(3\sqrt{3}-2)\pi}{69}$
 ④ $\frac{32(3\sqrt{3}-1)\pi}{69}$ ⑤ $\frac{32(3\sqrt{3}-1)\pi}{65}$

19. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 은 $a_1 = a_2 = 1$, $b_1 = k$ 이고,
모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = (a_{n+1})^2 - (a_n)^2, \quad b_{n+1} = a_n - b_n + n$$

을 만족시킨다. $b_{20} = 14$ 일 때, k 의 값은? [4점]

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

20. 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 직선
 $y=-x+t$ 의 교점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은
것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

- ㄱ. $f(x)=x^3$ 이면 함수 $g(t)$ 는 상수함수이다.
ㄴ. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여, $g(1)=2$ 이면 $g(t)=3$ 인 t 가
존재한다.
ㄷ. 함수 $g(t)$ 가 상수함수이면, 삼차함수 $f(x)$ 의 극값은
존재하지 않는다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

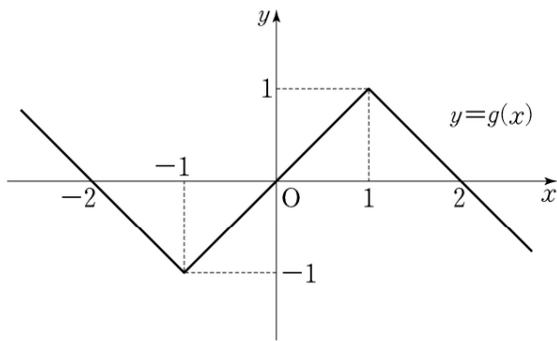
21. 실수 a, b, c 와 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+a & (x < -1) \\ bx & (-1 \leq x < 1), \\ x+c & (x \geq 1) \end{cases}$$

$$g(x) = |x+1| - |x-1| - x$$

에 대하여, 합성함수 $g \circ f$ 는 실수 전체의 집합에서 정의된 역함수를 갖는다. $a+b+2c$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2



단답형

22. ${}_7P_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = 3x^2 - 2x$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수 $y=2\sqrt{x}$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 k 만큼
평행이동시킨 그래프가 점 $(1, 5)$ 를 지난다. 상수 k 의 값을
구하시오. [3점]

26. 곡선 $y=6x^2-12x$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를
구하시오. [4점]

25. 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_2 + a_4 = 24$$

를 만족시킬 때, a_5 의 값을 구하시오. [3점]

27. 대중교통을 이용하여 출근하는 어느 지역 직장인의 월 교통비는 평균이 8이고 표준편차가 1.2인 정규분포를 따른다고 한다. 대중교통을 이용하여 출근하는 이 지역 직장인 중 임의추출한 n 명의 월 교통비의 표본평균을 \bar{X} 라 할 때,

$$P(7.76 \leq \bar{X} \leq 8.24) \geq 0.6826$$

이 되기 위한 n 의 최솟값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.
(단, 교통비의 단위는 만 원이다.) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

28. 두 이산확률변수 X 와 Y 가 가지는 값이 각각 1부터 5까지의 자연수이고

$$P(Y=k) = \frac{1}{2}P(X=k) + \frac{1}{10} \quad (k=1, 2, 3, 4, 5)$$

이다. $E(X) = 4$ 일 때, $E(Y) = a$ 이다. $8a$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 두 삼차함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x)g(x) = (x-1)^2(x-2)^2(x-3)^2$$

을 만족시킨다. $g(x)$ 의 최고차항의 계수가 3이고, $g(x)$ 가 $x=2$ 에서 극댓값을 가질 때, $f'(0) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq 0) \\ x & (x > 0) \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} x(2-x) & (|x-1| \leq 1) \\ 0 & (|x-1| > 1) \end{cases}$$

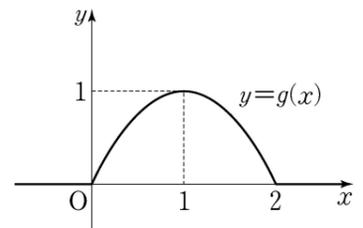
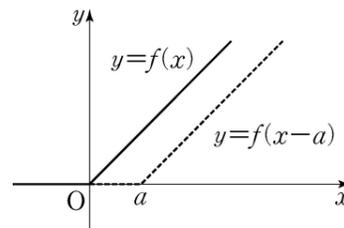
이다. 양의 실수 k, a, b ($a < b < 2$)에 대하여, 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = k\{f(x) - f(x-a) - f(x-b) + f(x-2)\}$$

라 정의하자. 모든 실수 x 에 대하여 $0 \leq h(x) \leq g(x)$ 일 때,

$\int_0^2 \{g(x) - h(x)\} dx$ 의 값이 최소가 되게 하는 k, a, b 에

대하여 $60(k+a+b)$ 의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(가형)

출수형

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (3, -1)$, $\vec{b} = (1, 2)$ 에 대하여 벡터 $\vec{a} + \vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{e^{2x}-1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

3. 좌표공간의 두 점 $A(1, 6, 4)$, $B(a, 2, -4)$ 에 대하여 선분 AB 를 1:3으로 내분하는 점의 좌표가 $(2, 5, 2)$ 이다. a 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

4. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(A \cup B) = \frac{5}{6}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

5. 닫힌 구간 $[1, 3]$ 에서 함수 $f(x) = 1 + \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$ 의 최댓값은?
[3점]

- ① $\frac{5}{3}$ ② 2 ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3

6. $\left(x + \frac{2}{x}\right)^8$ 의 전개식에서 x^4 의 계수는? [3점]

- ① 108 ② 112 ③ 116 ④ 120 ⑤ 124

7. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식

$$\cos^2 x = \sin^2 x - \sin x$$

의 모든 해의 합은? [3점]

- ① 2π ② $\frac{5}{2}\pi$ ③ 3π ④ $\frac{7}{2}\pi$ ⑤ 4π

8. 타원 $\frac{(x-2)^2}{a} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$ 의 두 초점의 좌표가 $(6, b), (-2, b)$ 일 때, ab 의 값은? (단, a 는 양수이다.) [3점]

- ① 40 ② 42 ③ 44 ④ 46 ⑤ 48

9. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \frac{f(x)}{e^{x-2}}$$

라 하자. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-3}{x-2} = 5$ 일 때, $g'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 어느 공장에서 생산하는 화장품 1개의 내용량은 평균이 201.5g이고 표준편차가 1.8g인 정규분포를 따른다고 한다.

이 공장에서 생산한 화장품 중 임의추출한 9개의 화장품 내용량의 표본평균이 200g 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

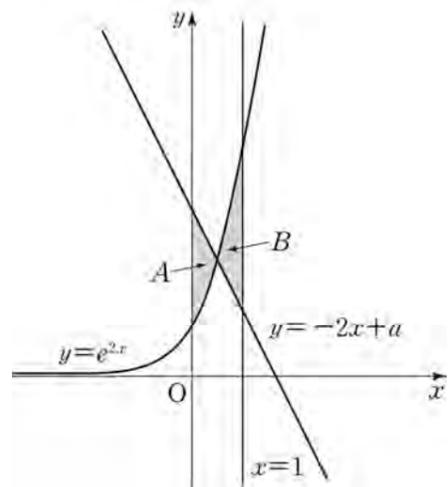
- ① 0.7745 ② 0.8413 ③ 0.9332 ④ 0.9772 ⑤ 0.9938

11. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 있다. $f(x)$ 가 $g(x)$ 의 역함수이고 $f(1)=2$, $f'(1)=3$ 이다. 함수 $h(x)=xg(x)$ 라 할 때, $h'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

12. 곡선 $y=e^{2x}$ 과 y 축 및 직선 $y=-2x+a$ 로 둘러싸인 영역을 A , 곡선 $y=e^{2x}$ 과 두 직선 $y=-2x+a$, $x=1$ 로 둘러싸인 영역을 B 라 하자. A 의 넓이와 B 의 넓이가 같을 때, 상수 a 의 값은? (단, $1 < a < e^2$) [3점]

- ① $\frac{e^2+1}{2}$ ② $\frac{2e^2+1}{4}$ ③ $\frac{e^2}{2}$
 ④ $\frac{2e^2-1}{4}$ ⑤ $\frac{e^2-1}{2}$

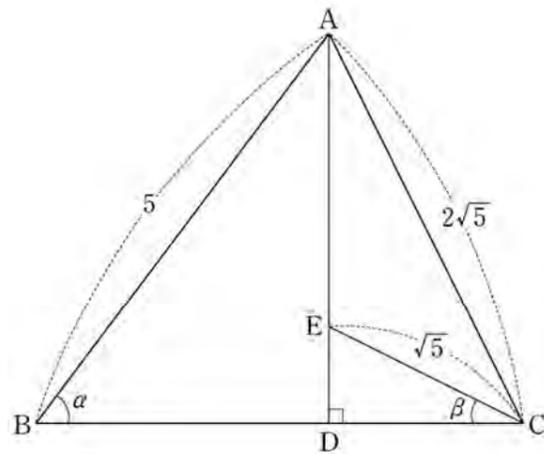


13. 한 개의 주사위를 두 번 던진다. 6의 눈이 한 번도 나오지 않을 때, 나온 두 눈의 수의 합이 4의 배수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{4}{25}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{6}{25}$ ④ $\frac{7}{25}$ ⑤ $\frac{8}{25}$

14. 그림과 같이 $\overline{AB}=5$, $\overline{AC}=2\sqrt{5}$ 인 삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 D라 하자.

선분 AD를 3:1로 내분하는 점 E에 대하여 $\overline{EC}=\sqrt{5}$ 이다. $\angle ABD = \alpha$, $\angle DCE = \beta$ 라 할 때, $\cos(\alpha - \beta)$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{4}$ ③ $\frac{3\sqrt{5}}{10}$
 ④ $\frac{7\sqrt{5}}{20}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

15. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \int_0^x \frac{1}{1+e^{-t}} dt$$

일 때, $(f \circ f)(a) = \ln 5$ 를 만족시키는 실수 a 의 값은? [4점]

- ① $\ln 11$ ② $\ln 13$ ③ $\ln 15$ ④ $\ln 17$ ⑤ $\ln 19$

16. 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 $t(0 < t < \pi)$ 에서의 위치 $P(x, y)$ 가

$$x = \sqrt{3} \sin t, \quad y = 2 \cos t - 5$$

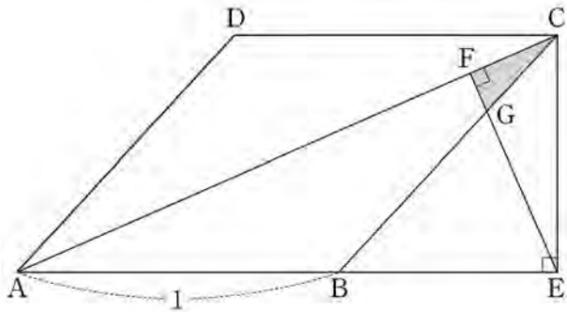
이다. 시각 $t = \alpha(0 < \alpha < \pi)$ 에서 점 P 의 속도 \vec{v} 와 \overrightarrow{OP} 가 서로 평행할 때, $\cos \alpha$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

17. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 마름모 ABCD가 있다.

점 C에서 선분 AB의 연장선에 내린 수선의 발을 E,
 점 E에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 F, 선분 EF와
 선분 BC의 교점을 G라 하자. $\angle DAB = \theta$ 일 때,
 삼각형 CFG의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^5}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



- ① $\frac{1}{24}$ ② $\frac{1}{20}$ ③ $\frac{1}{16}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

18. 서로 다른 공 4개를 남김없이 서로 다른 상자 4개에
 나누어 넣으려고 할 때, 넣은 공의 개수가 1인 상자가 있도록
 넣는 경우의 수는? (단, 공을 하나도 넣지 않은 상자가 있을
 수 있다.) [4점]

- ① 220 ② 216 ③ 212 ④ 208 ⑤ 204

19. 무게가 1인 추 6개, 무게가 2인 추 3개와 비어 있는 주머니 1개가 있다. 주사위 한 개를 사용하여 다음의 시행을 한다. (단, 무게의 단위는 g 이다.)

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 2 이하이면 무게가 1인 추 1개를 주머니에 넣고, 눈의 수가 3 이상이면 무게가 2인 추 1개를 주머니에 넣는다.

위의 시행을 반복하여 주머니에 들어 있는 추의 총무게가 처음으로 6보다 크거나 같을 때, 주머니에 들어 있는 추의 개수를 확률변수 X 라 하자. 다음은 X 의 확률질량함수 $P(X=x)$ ($x=3, 4, 5, 6$)을 구하는 과정이다.

(i) $X=3$ 인 사건은 주머니에 무게가 2인 추 3개가 들어 있는 경우이므로

$$P(X=3) = \boxed{\text{(가)}}$$

(ii) $X=4$ 인 사건은

세 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 4이고 네 번째 시행에서 무게가 2인 추를 넣는 경우와 세 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 5인 경우로 나눌 수 있다. 그러므로

$$P(X=4) = \boxed{\text{(나)}} + {}_3C_1 \left(\frac{1}{3}\right)^1 \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

(iii) $X=5$ 인 사건은

네 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 4이고 다섯 번째 시행에서 무게가 2인 추를 넣는 경우와 네 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 5인 경우로 나눌 수 있다. 그러므로

$$P(X=5) = {}_4C_4 \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^0 \times \frac{2}{3} + \boxed{\text{(다)}}$$

(iv) $X=6$ 인 사건은 다섯 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 5인 경우이므로

$$P(X=6) = \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때,

$\frac{ab}{c}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{7}{9}$ ③ $\frac{10}{9}$ ④ $\frac{13}{9}$ ⑤ $\frac{16}{9}$

20. 좌표공간에 한 직선 위에 있지 않은 세 점 A, B, C 가 있다. 다음 조건을 만족시키는 평면 α 에 대하여 각 점 A, B, C 와 평면 α 사이의 거리 중에서 가장 작은 값을 $d(\alpha)$ 라 하자.

- (가) 평면 α 는 선분 AC 와 만나고, 선분 BC 와도 만난다.
 (나) 평면 α 는 선분 AB 와 만나지 않는다.

위의 조건을 만족시키는 평면 α 중에서 $d(\alpha)$ 가 최대가 되는 평면을 β 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

- ㄱ. 평면 β 는 세 점 A, B, C 를 지나는 평면과 수직이다.
 ㄴ. 평면 β 는 선분 AC 의 중점 또는 선분 BC 의 중점을 지난다.
 ㄷ. 세 점이 $A(2, 3, 0), B(0, 1, 0), C(2, -1, 0)$ 일 때, $d(\beta)$ 는 점 B 와 평면 β 사이의 거리와 같다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 양수 t 에 대하여 구간 $[1, \infty)$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \ln x & (1 \leq x < e) \\ -t + \ln x & (x \geq e) \end{cases}$$

일 때, 다음 조건을 만족시키는 일차함수 $g(x)$ 중에서 직선 $y = g(x)$ 의 기울기의 최솟값을 $h(t)$ 라 하자.

1 이상의 모든 실수 x 에 대하여 $(x - e)\{g(x) - f(x)\} \geq 0$ 이다.

미분가능한 함수 $h(t)$ 에 대하여 양수 a 가 $h(a) = \frac{1}{e+2}$ 을

만족시킨다. $h\left(\frac{1}{2e}\right) \times h'(a)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{(e+1)^2}$ ② $\frac{1}{e(e+1)}$ ③ $\frac{1}{e^2}$
 ④ $\frac{1}{(e-1)(e+1)}$ ⑤ $\frac{1}{e(e-1)}$

단답형

22. ${}_5C_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

24. 곡선 $2x+x^2y-y^3=2$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선의 기울기를 구하시오. [3점]

25. 좌표평면 위의 점 $(4, 1)$ 을 지나고 벡터 $\vec{n} = (1, 2)$ 에 수직인 직선이 x 축, y 축과 만나는 점의 좌표를 각각 $(a, 0)$, $(0, b)$ 라 하자. $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 확률변수 X 가 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따르고

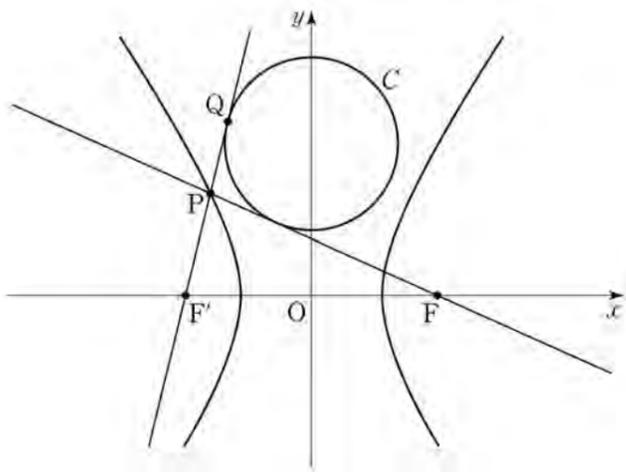
$$P(X \leq 3) = P(3 \leq X \leq 80) = 0.3$$

일 때, $m+\sigma$ 의 값을 구하시오.

(단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 0.25) = 0.1$, $P(0 \leq Z \leq 0.52) = 0.2$ 로 계산한다.)

[4점]

27. 그림과 같이 두 초점이 F, F' 인 쌍곡선 $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{17} = 1$ 위의 점 P 에 대하여 직선 FP 와 직선 $F'P$ 에 동시에 접하고 중심이 y 축 위에 있는 원 C 가 있다. 직선 $F'P$ 와 원 C 의 접점 Q 에 대하여 $\overline{F'Q} = 5\sqrt{2}$ 일 때, $\overline{FP}^2 + \overline{F'P}^2$ 의 값을 구하시오. (단, $\overline{F'P} < \overline{FP}$) [4점]



28. 방정식 $x+y+z=10$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 중에서 임의로 한 개를 선택한다. 선택한 순서쌍 (x, y, z) 가 $(x-y)(y-z)(z-x) \neq 0$ 을 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 좌표공간에 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ 이 평면 $x + 2z - 5 = 0$ 과 만나서 생기는 원 C 가 있다. 원 C 위의 점 중 y 좌표가 최소인 점을 P 라 하고, 점 P 에서 xy 평면에 내린 수선의 발을 Q 라 하자. 원 C 위를 움직이는 점 X 에 대하여 $|\overrightarrow{PX} + \overrightarrow{QX}|^2$ 의 최댓값은 $a + b\sqrt{30}$ 이다. $10(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 유리수이다.) [4점]

30. 실수 t 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |x - t| & (|x - t| \leq 1) \\ 0 & (|x - t| > 1) \end{cases}$$

이라 할 때, 어떤 홀수 k 에 대하여 함수

$$g(t) = \int_k^{k+8} f(x) \cos(\pi x) dx$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(t)$ 가 $t = \alpha$ 에서 극소이고 $g(\alpha) < 0$ 인 모든 α 를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$

(m 은 자연수)라 할 때, $\sum_{i=1}^m \alpha_i = 45$ 이다.

$k - \pi^2 \sum_{i=1}^m g(\alpha_i)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

제 2 교시

수학 영역(나형)

홀수형

5지선다형

1. $2 \times 16^{\frac{1}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

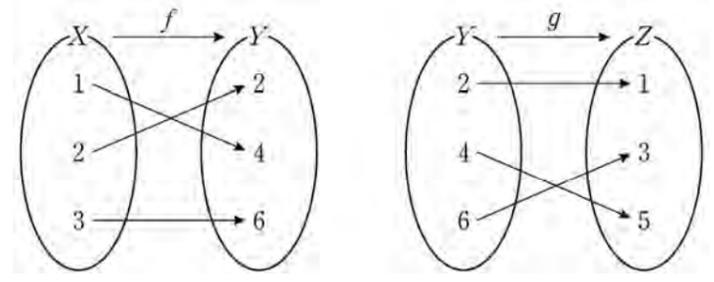
2. 두 집합 $A = \{2, a+1, 5\}$, $B = \{2, 3, b\}$ 가 $A=B$ 를 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수이다.) [2점]

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n - 3}{5^{n+1}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{5}$
- ② $\frac{1}{4}$
- ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{1}{2}$
- ⑤ 1

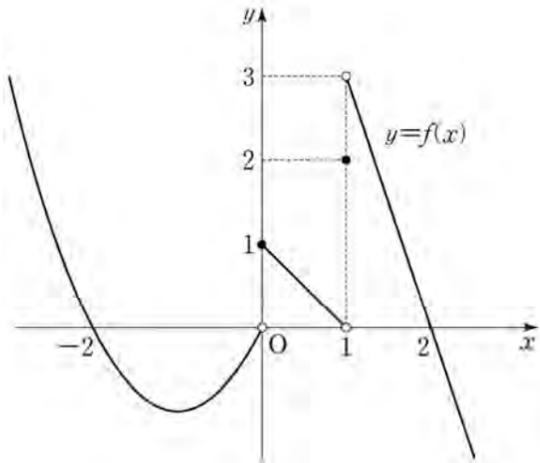
4. 그림은 두 함수 $f: X \rightarrow Y$, $g: Y \rightarrow Z$ 를 나타낸 것이다.



$(g \circ f)(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : (x-1)(x-4) = 0,$$

$$q : 1 < 2x \leq a$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 자연수 a 의 최솟값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

7. 어느 고등학교 전체 학생 500명을 대상으로 지역 A와 지역 B에 대한 국토 문화 탐방 희망 여부를 조사한 결과는 다음과 같다.

(단위: 명)

지역 A \ 지역 B	희망함	희망하지 않음	합계
희망함	140	310	450
희망하지 않음	40	10	50
합계	180	320	500

이 고등학교 학생 중에서 임의로 선택한 1명이 지역 A를 희망한 학생일 때, 이 학생이 지역 B도 희망한 학생일 확률은? [3점]

- ① $\frac{19}{45}$ ② $\frac{23}{45}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{31}{45}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

8. 자연수 11을 3 이상 7 이하의 자연수로 분할하는 방법의 수는? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

9. $\int_0^a (3x^2 - 4)dx = 0$ 을 만족시키는 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

10. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(A \cup B) = \frac{5}{6}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

11. 좌표평면에서 곡선 $y = \frac{1}{2x-8} + 3$ 과 x 축, y 축으로

둘러싸인 영역의 내부에 포함되고 x 좌표와 y 좌표가 모두
자연수인 점의 개수는? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

12. $\left(x + \frac{2}{x}\right)^8$ 의 전개식에서 x^4 의 계수는? [3점]

- ① 128 ② 124 ③ 120 ④ 116 ⑤ 112

13. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 2$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 1 & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \\ a_n + n & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. a_7 의 값은? [3점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

14. 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_5 + a_{13} = 3a_9, \quad \sum_{k=1}^{18} a_k = \frac{9}{2}$$

를 만족시킬 때, a_{13} 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

15. 어느 공장에서 생산하는 화장품 1개의 내용량은 평균이 201.5g이고 표준편차가 1.8g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산한 화장품 중 임의추출한 9개의 화장품 내용량의 표본평균이 200g 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.7745 ② 0.8413 ③ 0.9332 ④ 0.9772 ⑤ 0.9938

16. 1보다 큰 두 실수 a, b 에 대하여

$$\log_{\sqrt{3}} a = \log_9 ab$$

가 성립할 때, $\log_a b$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

17. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0.121	0.221	0.321	합계
$P(X=x)$	a	b	$\frac{2}{3}$	1

다음은 $E(X)=0.271$ 일 때, $V(X)$ 를 구하는 과정이다.

$Y=10X-2.21$ 이라 하자. 확률변수 Y 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

Y	-1	0	1	합계
$P(Y=y)$	a	b	$\frac{2}{3}$	1

$E(Y)=10E(X)-2.21=0.5$ 이므로

$a = \square$ (가), $b = \square$ (나)

이고 $V(Y) = \frac{7}{12}$ 이다.

한편, $Y=10X-2.21$ 이므로 $V(Y) = \square$ (다) $\times V(X)$ 이다.

따라서 $V(X) = \frac{1}{\square$ (다) $\times \frac{7}{12}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 라 할 때, pqr 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{13}{9}$ ② $\frac{16}{9}$ ③ $\frac{19}{9}$ ④ $\frac{22}{9}$ ⑤ $\frac{25}{9}$

18. 최고차항의 계수가 1이고 $f(1)=0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{(x-2)\{f'(x)\}^2} = \frac{1}{4}$$

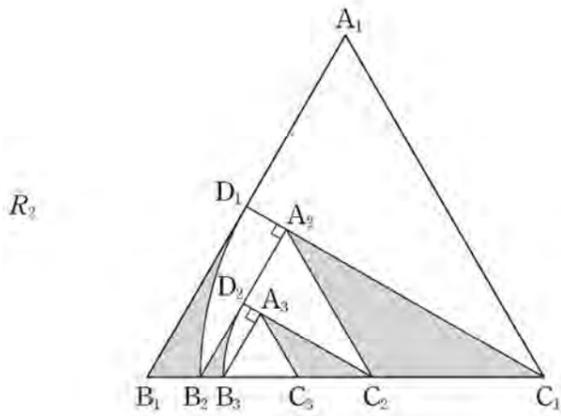
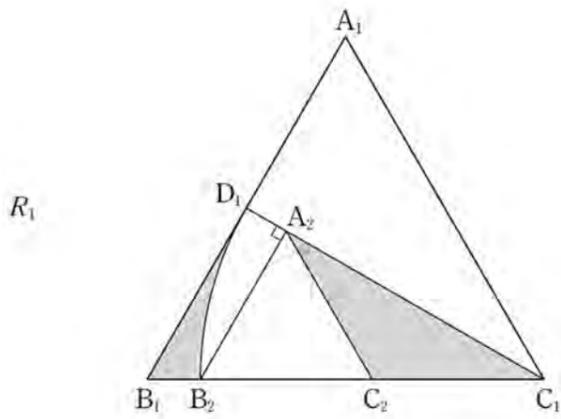
을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다. 선분 A_1B_1 의 중점을 D_1 이라 하고, 선분 B_1C_1 위의 $\overline{C_1D_1} = \overline{C_1B_2}$ 인 점 B_2 에 대하여 중심이 C_1 인 부채꼴 $C_1D_1B_2$ 를 그린다. 점 B_2 에서 선분 C_1D_1 에 내린 수선의 발을 A_2 , 선분 C_1B_2 의 중점을 C_2 라 하자. 두 선분 B_1B_2 , B_1D_1 과 호 D_1B_2 로 둘러싸인 영역과 삼각형 $C_1A_2C_2$ 의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 A_2B_2 의 중점을 D_2 라 하고, 선분 B_2C_2 위의 $\overline{C_2D_2} = \overline{C_2B_3}$ 인 점 B_3 에 대하여 중심이 C_2 인 부채꼴 $C_2D_2B_3$ 을 그린다. 점 B_3 에서 선분 C_2D_2 에 내린 수선의 발을 A_3 , 선분 C_2B_3 의 중점을 C_3 이라 하자. 두 선분 B_2B_3 , B_2D_2 와 호 D_2B_3 으로 둘러싸인 영역과 삼각형 $C_2A_3C_3$ 의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{11\sqrt{3}-4\pi}{56}$
- ② $\frac{11\sqrt{3}-4\pi}{52}$
- ③ $\frac{15\sqrt{3}-6\pi}{56}$
- ④ $\frac{15\sqrt{3}-6\pi}{52}$
- ⑤ $\frac{15\sqrt{3}-4\pi}{52}$

20. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

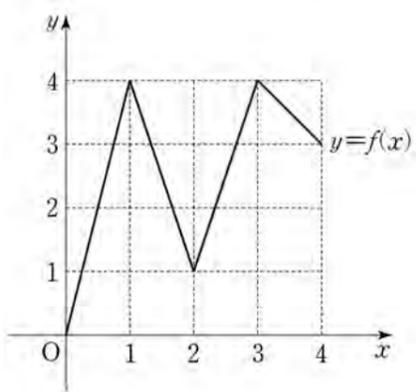
- (가) $f'(0)=0, f'(2)=16$
- (나) 어떤 양수 k 에 대하여 두 열린 구간 $(-\infty, 0), (0, k)$ 에서 $f'(x) < 0$ 이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보 기>
- ㄱ. 방정식 $f'(x)=0$ 은 열린 구간 $(0, 2)$ 에서 한 개의 실근을 갖는다.
 - ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 극댓값을 갖는다.
 - ㄷ. $f(0)=0$ 이면, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq -\frac{1}{3}$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 그림과 같이 닫힌 구간 $[0, 4]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 의 그래프는 점 $(0, 0)$, $(1, 4)$, $(2, 1)$, $(3, 4)$, $(4, 3)$ 을 이 순서대로 선분으로 연결한 것과 같다.



다음 조건을 만족시키는 집합 $X = \{a, b\}$ 의 개수는?
(단, $0 \leq a < b \leq 4$) [4점]

X 에서 X 로의 함수 $g(x) = f(f(x))$ 가 존재하고 $g(a) = f(a)$, $g(b) = f(b)$ 를 만족시킨다.

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

단답형

22. ${}_5C_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = 2x^3 + x + 1$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

24. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{2, 4, 6, 8\}$$

에 대하여 $n(A \cup B^C)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 1} (x+1)f(x) = 1$ 을 만족시킬 때,

$$\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 + 1)f(x) = a$$
이다. $20a$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 곡선 $y = -2x^2 + 3x$ 와 직선 $y = x$ 로 둘러싸인 부분의

넓이가 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k + 1)^2 = 28, \quad \sum_{k=1}^{10} a_k(a_k + 1) = 16$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} (a_k)^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 한 개의 동전을 6번 던질 때, 앞면이 나오는 횟수가 뒷면이 나오는 횟수보다 클 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 두 실수 a 와 k 에 대하여 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq a) \\ (x-1)^2(2x+1) & (x > a) \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq k) \\ 12(x-k) & (x > k) \end{cases}$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq g(x)$ 이다.

k 의 최솟값이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $a+p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 이차함수 $f(x) = \frac{3x-x^2}{2}$ 에 대하여 구간 $[0, \infty)$ 에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq x < 1$ 일 때, $g(x) = f(x)$ 이다.

(나) $n \leq x < n+1$ 일 때,

$$g(x) = \frac{1}{2^n} \{f(x-n) - (x-n)\} + x$$

이다. (단, n 은 자연수이다.)

어떤 자연수 $k(k \geq 6)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 는

$$h(x) = \begin{cases} g(x) & (0 \leq x < 5 \text{ 또는 } x \geq k) \\ 2x - g(x) & (5 \leq x < k) \end{cases}$$

이다. 수열 $\{a_n\}$ 을 $a_n = \int_0^n h(x)dx$ 라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n - n^2) = \frac{241}{768}$ 이다. k 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. ${}_8P_2$ 의 값은? [2점]

- ① 32 ② 40 ③ 48 ④ 56 ⑤ 64

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+12x)}{3x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 함수 $f(x) = e^{3x-2}$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① e ② $2e$ ③ $3e$ ④ $4e$ ⑤ $5e$

4. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

일 때, $P(A^c \cup B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

2

수학 영역(가형)

5. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{36} = 1$ 의 두 초점 사이의 거리가 $6\sqrt{6}$ 일 때, a^2 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

6. 함수 $f(x) = \tan 2x + 3 \sin x$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\pi+h) - f(\pi-h)}{h}$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ -10

7. 부등식 $\frac{27}{9^x} \geq 3^{x-9}$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 곡선 $y = |\sin 2x| + 1$ 과 x 축 및 두 직선 $x = \frac{\pi}{4}$, $x = \frac{5\pi}{4}$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\pi + 1$ ② $\pi + \frac{3}{2}$ ③ $\pi + 2$ ④ $\pi + \frac{5}{2}$ ⑤ $\pi + 3$

9. 곡선 $e^x - e^y = y$ 위의 점 (a, b) 에서의 접선의 기울기가 1일 때, $a + b$ 의 값은? [3점]

- ① $1 + \ln(e + 1)$ ② $2 + \ln(e^2 + 2)$ ③ $3 + \ln(e^3 + 3)$
 ④ $4 + \ln(e^4 + 4)$ ⑤ $5 + \ln(e^5 + 5)$

10. 어느 지구대에서는 학생들의 안전한 통학을 위한 귀가도우미 프로그램에 참여하기로 하였다. 이 지구대의 경찰관은 모두 9명이고, 각 경찰관은 두 개의 근무조 A, B 중 한 조에 속해 있다. 이 지구대의 근무조 A는 5명, 근무조 B는 4명의 경찰관으로 구성되어 있다. 이 지구대의 경찰관 9명 중에서 임의로 3명을 동시에 귀가도우미로 선택할 때, 근무조 A와 근무조 B에서 적어도 1명씩 선택될 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

11. $\int_1^{\sqrt{2}} x^3 \sqrt{x^2-1} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{15}$ ② $\frac{8}{15}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{11}{15}$

12. $x=0$ 에서 $x=\ln 2$ 까지의 곡선 $y=\frac{1}{8}e^{2x}+\frac{1}{2}e^{-2x}$ 의

길이는? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{9}{16}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{11}{16}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

13. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(0 < t < \pi)$ 에서의 위치 $P(x, y)$ 가

$$x = 2t - \cos t, \quad y = 4 - \sin t$$

이다. 시각 $t = \alpha(0 < \alpha < \pi)$ 에서의 점 P의 속도 \vec{v} 와 가속도 \vec{a} 가 $\vec{v} \cdot \vec{a} = 1$ 을 만족시킬 때, α 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{2\pi}{3}$ ⑤ $\frac{5\pi}{6}$

14. 직선 $x = k$ 가 두 곡선 $y = \log_2 x$, $y = -\log_2(8 - x)$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{AB} = 2$ 가 되도록 하는 모든 실수 k 의 값의 곱은? (단, $0 < k < 8$) [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

6

수학 영역(가형)

15. 함수 $f(x) = a \cos(\pi x^2)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{x^2 + 1}{x} \int_1^{x+1} f(t) dt \right\} = 3$$

일 때, $f(a)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

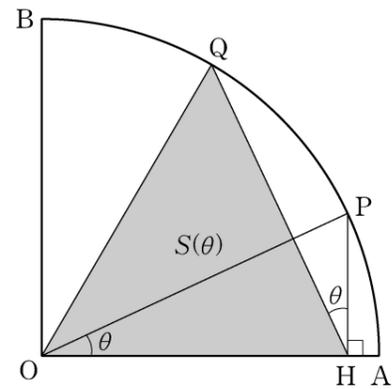
16. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인

부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H라 하고, 호 BP 위에 점 Q를

$\angle POH = \angle PHQ$ 가 되도록 잡는다. $\angle POH = \theta$ 일 때,

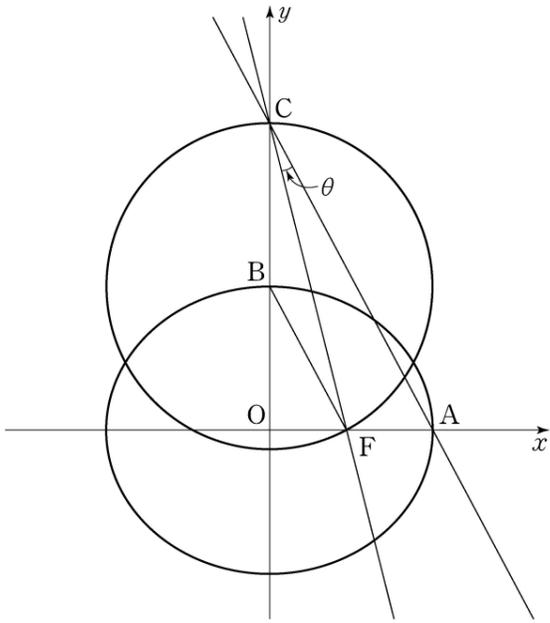
삼각형 OHQ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은?

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$) [4점]



- ① $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{3 + \sqrt{2}}{2}$
 ④ $\frac{4 + \sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{5 + \sqrt{2}}{2}$

17. 그림과 같이 한 초점이 $F(c, 0)$ 인 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 과 두 점 $A(a, 0), B(0, b)$ 가 있다. 점 B 를 중심으로 하고 점 F 를 지나는 원이 y 축과 만나는 점 중에서 y 좌표가 양수인 점을 C 라 할 때, 직선 CF 와 직선 CA 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자. $\tan(\angle CFB) = \frac{1}{4}$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은?
(단, a, b, c 는 양수이다.) [4점]



- ① $\frac{36}{145}$ ② $\frac{41}{145}$ ③ $\frac{46}{145}$ ④ $\frac{51}{145}$ ⑤ $\frac{56}{145}$

18. 좌표평면 위에 두 점 $A(0, 4), B(0, -4)$ 가 있다. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 m, n 이라 하자. 점 $C\left(m\cos\frac{n\pi}{3}, m\sin\frac{n\pi}{3}\right)$ 에 대하여 삼각형 ABC 의 넓이가 12보다 작을 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{11}{18}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{13}{18}$

19. 0이 아닌 실수 p 에 대하여 좌표평면 위의 두 포물선

$$x^2 = 2y \text{ 와 } \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = 4px \text{ 에 동시에 접하는 직선의 개수를}$$

$f(p)$ 라 하자. $\lim_{p \rightarrow k^+} f(p) > f(k)$ 를 만족시키는 실수 k 의 값은?

[4점]

- ① $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ③ $-\frac{\sqrt{3}}{9}$
 ④ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

20. 자연수 n 에 대하여 $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는

음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의

개수를 a_n 이라 하자. 다음은 $\sum_{n=1}^8 a_n$ 의 값을 구하는 과정이다.

음이 아닌 정수 a, b, c, d 가 $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키려면 음이 아닌 정수 k 에 대하여 $c+d=2k$ 이어야 한다.

$c+d=2k$ 인 경우는 (1) 음이 아닌 정수 k_1, k_2 에 대하여 $c=2k_1, d=2k_2$ 인 경우이거나 (2) 음이 아닌 정수 k_3, k_4 에 대하여 $c=2k_3+1, d=2k_4+1$ 인 경우이다.

(1) $c=2k_1, d=2k_2$ 인 경우:

$2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는 \square (가) 이다.

(2) $c=2k_3+1, d=2k_4+1$ 인 경우:

$2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는 \square (나) 이다.

(1), (2)에 의하여 $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수 a_n 은

$$a_n = \square \text{ (가)} + \square \text{ (나)}$$

이다. 자연수 m 에 대하여

$$\sum_{n=1}^m \square \text{ (나)} = {}_{m+3}C_4$$

이므로

$$\sum_{n=1}^8 a_n = \square \text{ (다)}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를 r 라 할 때, $f(6)+g(5)+r$ 의 값은? [4점]

- ① 893 ② 918 ③ 943 ④ 968 ⑤ 993

21. 열린 구간 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2\sin^3 x & \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{4}\right) \\ \cos x & \left(\frac{\pi}{4} \leq x < \frac{3\pi}{2}\right) \end{cases}$$

가 있다. 실수 t 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 실수 k 의 개수를 $g(t)$ 라 하자.

(가) $-\frac{\pi}{2} < k < \frac{3\pi}{2}$

(나) 함수 $\sqrt{|f(x)-t|}$ 는 $x=k$ 에서 미분가능하지 않다.

함수 $g(t)$ 에 대하여 합성함수 $(h \circ g)(t)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $h(x)$ 가 있다. $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = a$, $g(0) = b$, $g(-1) = c$ 라 할 때, $h(a+5) - h(b+3) + c$ 의 값은? [4점]

- ① 96 ② 97 ③ 98 ④ 99 ⑤ 100

단답형

22. 두 벡터 $\vec{a} = (2, 4)$, $\vec{b} = (1, 3)$ 에 대하여 벡터 $\vec{a} + 2\vec{b}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

23. $\cos\theta = \frac{1}{7}$ 일 때, $\sec^2\theta$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 자연수 11을 홀수인 자연수로 분할할 때, 자연수 3이 두 개 이상 포함되도록 분할하는 방법의 수를 구하시오. [3점]

26. 좌표평면에서 점 $(2, a)$ 가 곡선 $y = \frac{2}{x^2 + b}$ ($b > 0$)의 변곡점일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

[4점]

25. 함수 $f(x) = 3e^{5x} + x + \sin x$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 곡선 $y = g(x)$ 는 점 $(3, 0)$ 을 지난다. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{g(x)-g(3)}$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 세 문자 a, b, c 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열할 때, 문자 a 가 두 번 이상 나오는 경우의 수를 구하시오. [4점]

28. 자연수 $n (n \geq 3)$ 에 대하여 집합 A 를

$$A = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq y \leq n, x \text{와 } y \text{는 자연수}\}$$

라 하자. 집합 A 에서 임의로 선택된 한 개의 원소 (a, b) 에 대하여 b 가 3의 배수일 때, $a=b$ 일 확률이 $\frac{1}{9}$ 이 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

29. 좌표평면 위에 $\overline{AB} = 5$ 인 두 점 A, B를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 5인 두 원을 각각 O_1, O_2 라 하자. 원 O_1 위의 점 C와 원 O_2 위의 점 D가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \cos(\angle CAB) = \frac{3}{5}$$

$$(나) \overline{AB} \cdot \overline{CD} = 30 \text{ 이고 } |\overline{CD}| < 9 \text{ 이다.}$$

선분 CD를 지름으로 하는 원 위의 점 P에 대하여 $\overline{PA} \cdot \overline{PB}$ 의 최댓값이 $a + b\sqrt{74}$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.) [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 y 절편을 $g(t)$ 라 하자. 모든 실수 t 에 대하여

$$(1+t^2)\{g(t+1) - g(t)\} = 2t$$

$$\text{이고, } \int_0^1 f(x)dx = -\frac{\ln 10}{4}, f(1) = 4 + \frac{\ln 17}{8} \text{ 일 때,}$$

$$2\{f(4) + f(-4)\} - \int_{-4}^4 f(x)dx \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. $2^2 \times 8^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + n + 1}{2n^2 + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

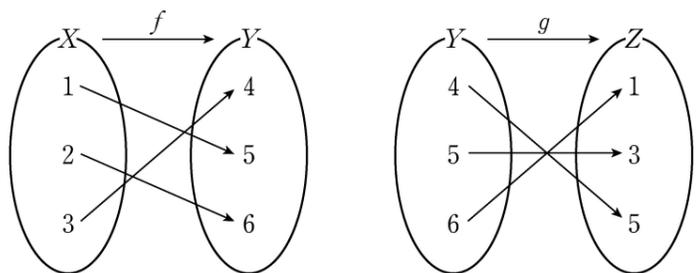
3. 두 집합

$$A = \{1, 7\}, B = \{1, 2, a\}$$

에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 상수 a 의 값은? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

4. 그림은 두 함수 $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Z$ 를 나타낸 것이다.



$(g \circ f)(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2

수학 영역(나형)

5. 실수 x 에 대한 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

$$p: x = a,$$

$$q: x^2 - 3x - 4 \leq 0$$

명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 하는 실수 a 의 최댓값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 함수 $f(x) = x^3 - ax + 6$ 이 $x = 1$ 에서 극소일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

7. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = 3, \quad \sum_{k=1}^{10} a_k^2 = 7$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} (2a_k^2 - a_k)$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

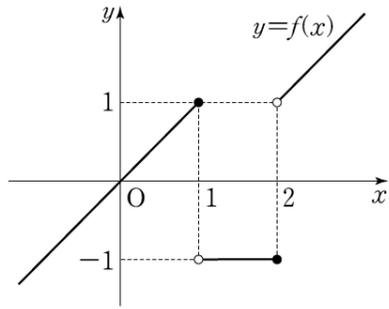
8. 함수 $y = \sqrt{2(x+3)}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동하였더니 함수 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프와 일치하였다. 상수 m 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

9. 함수 $y = \frac{3x+1}{x-1}$ 의 그래프의 점근선은 두 직선 $x=a, y=b$ 이다. $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

11. 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x}{5}\right)^n$ 이 수렴하도록 하는 모든 정수 x 의 개수는?

[3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

12. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

일 때, $P(A \cap B^C)$ 의 값은? (단, B^C 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

13. 좌표평면 위의 두 점 $(1, \log_2 5)$, $(2, \log_2 10)$ 을 지나는 직선의 기울기는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 어느 인공지능 시스템에 고양이 사진 40장과 강아지 사진 40장을 입력한 후, 이 인공지능 시스템이 각각의 사진을 인식하는 실험을 실시하여 다음 결과를 얻었다.

(단위: 장)

입력 \ 인식	고양이 사진	강아지 사진	합계
고양이 사진	32	8	40
강아지 사진	4	36	40
합계	36	44	80

이 실험에서 입력된 80장의 사진 중에서 임의로 선택한 1장이 인공지능 시스템에 의해 고양이 사진으로 인식된 사진일 때, 이 사진이 고양이 사진일 확률은? [4점]

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{7}{9}$ ⑤ $\frac{8}{9}$

6

수학 영역(나형)

15. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 = 4(a_2 - a_1), \quad \sum_{k=1}^6 a_k = 15$$

일 때, $a_1 + a_3 + a_5$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

16. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t (t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x = t^3 + at^2 + bt \quad (a, b \text{는 상수})$$

이다. 시간 $t=1$ 에서 점 P가 운동 방향을 바꾸고,
시간 $t=2$ 에서 점 P의 가속도는 0이다. $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

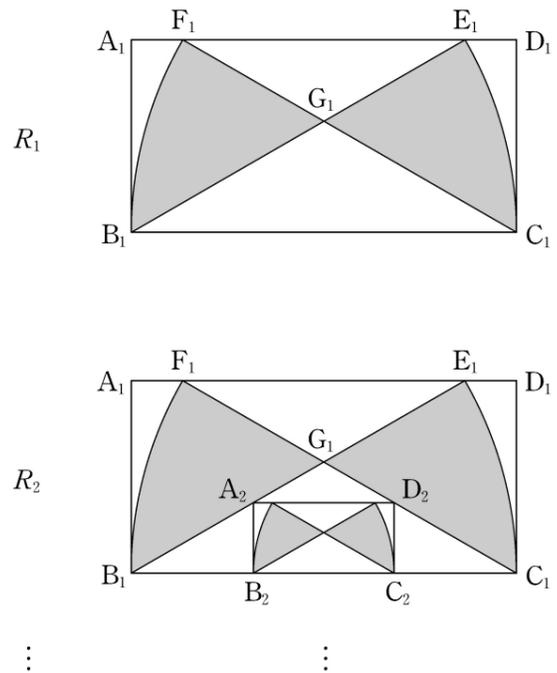
17. 함수 $f(x) = ax^2 + b$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$4f(x) = \{f'(x)\}^2 + x^2 + 4$$

를 만족시킨다. $f(2)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

18. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=1, \overline{A_1D_1}=2$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 선분 A_1D_1 위의 $\overline{B_1C_1}=\overline{B_1E_1}, \overline{C_1B_1}=\overline{C_1F_1}$ 인 두 점 E_1, F_1 에 대하여 중심이 B_1 인 부채꼴 $B_1E_1C_1$ 과 중심이 C_1 인 부채꼴 $C_1F_1B_1$ 을 각각 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 내부에 그리고, 선분 B_1E_1 과 선분 C_1F_1 의 교점을 G_1 이라 하자. 두 선분 G_1F_1, G_1B_1 과 호 F_1B_1 로 둘러싸인 부분과 두 선분 G_1E_1, G_1C_1 과 호 E_1C_1 로 둘러싸인 부분인 \bowtie 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 선분 B_1G_1 위의 점 A_2 , 선분 C_1G_1 위의 점 D_2 와 선분 B_1C_1 위의 두 점 B_2, C_2 를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2} : \overline{A_2D_2}=1:2$ 인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 내부에 \bowtie 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{3\sqrt{3}\pi-7}{9}$ ② $\frac{4\sqrt{3}\pi-12}{9}$ ③ $\frac{3\sqrt{3}\pi-5}{9}$
 ④ $\frac{4\sqrt{3}\pi-10}{9}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{3}\pi-8}{9}$

19. 한 개의 주사위를 세 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 하자. 세 수 a, b, c 가 $a < b - 2 \leq c$ 를 만족시킬 확률은? [4점]

- ① $\frac{2}{27}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{5}{54}$ ④ $\frac{11}{108}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

20. 자연수 n 에 대하여 $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 a_n 이라 하자. 다음은 $\sum_{n=1}^8 a_n$ 의 값을 구하는 과정이다.

음이 아닌 정수 a, b, c, d 가 $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키려면 음이 아닌 정수 k 에 대하여 $c+d=2k$ 이어야 한다.
 $c+d=2k$ 인 경우는 (1) 음이 아닌 정수 k_1, k_2 에 대하여 $c=2k_1, d=2k_2$ 인 경우이거나 (2) 음이 아닌 정수 k_3, k_4 에 대하여 $c=2k_3+1, d=2k_4+1$ 인 경우이다.

(1) $c=2k_1, d=2k_2$ 인 경우:

$2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는 $\boxed{\text{가}}$ 이다.

(2) $c=2k_3+1, d=2k_4+1$ 인 경우:

$2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는 $\boxed{\text{나}}$ 이다.

(1), (2)에 의하여 $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수 a_n 은

$$a_n = \boxed{\text{가}} + \boxed{\text{나}}$$

이다. 자연수 m 에 대하여

$$\sum_{n=1}^m \boxed{\text{나}} = {}_{m+3}C_4$$

이므로

$$\sum_{n=1}^8 a_n = \boxed{\text{다}}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를 r 라 할 때, $f(6)+g(5)+r$ 의 값은? [4점]

- ① 893 ② 918 ③ 943 ④ 968 ⑤ 993

21. 상수 a, b 에 대하여 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(-1) > -1$
 (나) $f(1) - f(-1) > 8$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보 기>
- ㄱ. 방정식 $f'(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 ㄴ. $-1 < x < 1$ 일 때, $f'(x) \geq 0$ 이다.
 ㄷ. 방정식 $f(x) - f'(k)x = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k 의 개수는 4이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. ${}_8P_2$ 의 값을 구하십시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4$ 에 대하여 $f'(3)$ 의 값을 구하십시오. [3점]

24. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_5 = 5, \quad a_{15} = 25$$

일 때, a_{20} 의 값을 구하시오. [3점]

26. 다항식 $(1+2x)(1+x)^5$ 의 전개식에서 x^4 의 계수를 구하시오. [4점]

25. 자연수 11을 홀수인 자연수로 분할할 때, 자연수 3이

두 개 이상 포함되도록 분할하는 방법의 수를 구하시오. [3점]

27. 다음 조건을 만족시키는 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(B-A)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

- (가) $n(U) = 25$
- (나) $A \cap (A^c \cup B) \neq \emptyset$
- (다) $n(A-B) = 11$

28. 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $\frac{x}{f(x)}$ 는 $x=1, x=2$ 에서 불연속이다.
- (나) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 4$

$f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax+b & (x < 1) \\ cx^2 + \frac{5}{2}x & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이고 역함수를 갖는다. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점의 개수가 3이고, 그 교점의 x 좌표가 각각 $-1, 1, 2$ 일 때, $2a+4b-10c$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c 는 상수이다.) [4점]

30. 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.(가) 5 이하의 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n f(k) = f(n)f(n+1) \text{ 이다.}$$

(나) $n=3, 4$ 일 때, 함수 $f(x)$ 에서 x 의 값이 n 에서 $n+2$ 까지 변할 때의 평균변화율은 양수가 아니다.

$128 \times f\left(\frac{5}{2}\right)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (4, 1)$, $\vec{b} = (3, -2)$ 에 대하여 벡터 $2\vec{a} - \vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]
- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x(x^2 + 2)}$ 의 값은? [2점]
- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

3. 좌표공간의 두 점 $A(3, 5, 0)$, $B(4, 3, -2)$ 에 대하여 선분 AB 를 3:2로 외분하는 점의 좌표가 $(a, -1, -6)$ 일 때, a 의 값은? [2점]
- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

4. 두 사건 A, B 에 대하여
- $$P(A) = \frac{1}{2}, P(A \cap B^C) = \frac{1}{5}$$
- 일 때, $P(A^C \cup B^C)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]
- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

2

수학 영역(가형)

5. 초점이 F인 포물선 $y^2 = 8x$ 위의 점 P(a, b)에 대하여 $\overline{PF} = 4$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, $b > 0$) [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

7. 함수 $f(x) = -2^{4-3x} + k$ 의 그래프가 제 2사분면을 지나지 않도록 하는 자연수 k 의 최댓값은? [3점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

6. $x \geq \frac{1}{e}$ 에서 정의된 함수 $f(x) = 3x \ln x$ 의 그래프가

점 $(e, 3e)$ 를 지난다. 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때,

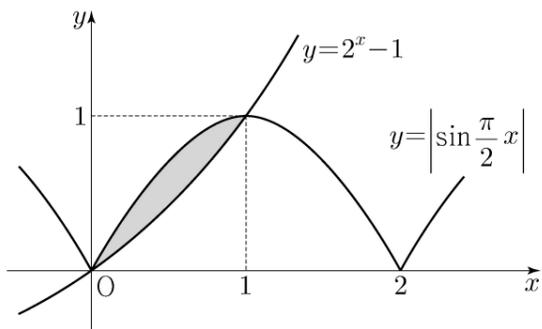
$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(3e+h) - g(3e-h)}{h}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

8. 다항식 $(x+2)^{19}$ 의 전개식에서 x^k 의 계수가 x^{k+1} 의 계수보다 크게 되는 자연수 k 의 최솟값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

9. 그림과 같이 두 곡선 $y=2^x-1$, $y=\left|\sin\frac{\pi}{2}x\right|$ 가 원점 O와 점 (1, 1)에서 만난다. 두 곡선 $y=2^x-1$, $y=\left|\sin\frac{\pi}{2}x\right|$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]



- ① $-\frac{1}{\pi} + \frac{1}{\ln 2} - 1$ ② $\frac{2}{\pi} - \frac{1}{\ln 2} + 1$ ③ $\frac{2}{\pi} + \frac{1}{2\ln 2} - 1$
 ④ $\frac{1}{\pi} - \frac{1}{2\ln 2} + 1$ ⑤ $\frac{1}{\pi} + \frac{1}{\ln 2} - 1$

10. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = 3t - \sin t, \quad y = 4 - \cos t$$

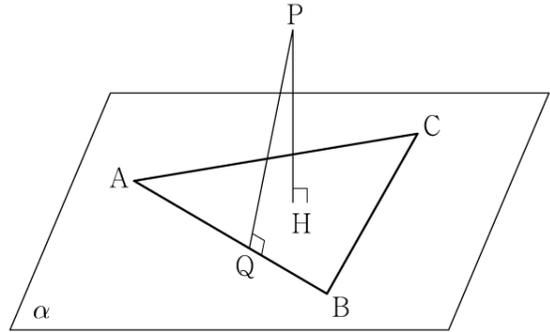
이다. 점 P의 속력의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

11. 곡선 $e^y \ln x = 2y + 1$ 위의 점 $(e, 0)$ 에서의 접선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① $-2e$ ② $-e$ ③ -1 ④ $-\frac{2}{e}$ ⑤ $-\frac{1}{e}$

12. 그림과 같이 평면 α 위에 넓이가 24인 삼각형 ABC가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 점 P에서 평면 α 에 내린 수선의 발을 H, 직선 AB에 내린 수선의 발을 Q라 하자. 점 H가 삼각형 ABC의 무게중심이고, $\overline{PH} = 4$, $\overline{AB} = 8$ 일 때, 선분 PQ의 길이는? [3점]



- ① $3\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{22}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{26}$

13. 어느 모집단의 확률변수 X 의 확률분포가 다음 표와 같다.

X	0	2	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	a	b	1

$E(X^2) = \frac{16}{3}$ 일 때, 이 모집단에서 임의추출한 크기가 20인

표본의 표본평균 \bar{X} 에 대하여 $V(\bar{X})$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{60}$ ② $\frac{1}{30}$ ③ $\frac{1}{20}$ ④ $\frac{1}{15}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

14. 실수 k 에 대하여 함수

$$f(x) = \cos^2\left(x - \frac{3}{4}\pi\right) - \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + k$$

의 최댓값은 3, 최솟값은 m 이다. $k+m$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

6

수학 영역(가형)

15. 동전 A의 앞면과 뒷면에는 각각 1과 2가 적혀 있고
 동전 B의 앞면과 뒷면에는 각각 3과 4가 적혀 있다.
 동전 A를 세 번, 동전 B를 네 번 던져 나온 7개의 수의 합이
 19 또는 20일 확률은? [4점]

- ① $\frac{7}{16}$ ② $\frac{15}{32}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{17}{32}$ ⑤ $\frac{9}{16}$

16. 좌표평면 위의 두 점 $A(6, 0)$, $B(8, 6)$ 에 대하여 점 P가

$$|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}| = \sqrt{10}$$

을 만족시킨다.

$\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP}$ 의 값이 최대가 되도록 하는 점 P를 Q라 하고,
 선분 AB의 중점을 M이라 할 때, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{MQ}$ 의 값은?
 (단, O는 원점이다.) [4점]

- ① $\frac{6\sqrt{10}}{5}$ ② $\frac{9\sqrt{10}}{5}$ ③ $\frac{12\sqrt{10}}{5}$
 ④ $3\sqrt{10}$ ⑤ $\frac{18\sqrt{10}}{5}$

17. 어느 고등학교 학생들의 1개월 자율학습실 이용 시간은 평균이 m , 표준편차가 5인 정규분포를 따른다고 한다. 이 고등학교 학생 25명을 임의추출하여 1개월 자율학습실 이용 시간을 조사한 표본평균이 \bar{x}_1 일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $80-a \leq m \leq 80+a$ 이었다. 또 이 고등학교 학생 n 명을 임의추출하여 1개월 자율학습실 이용 시간을 조사한 표본평균이 \bar{x}_2 일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 다음과 같다.

$$\frac{15}{16}\bar{x}_1 - \frac{5}{7}a \leq m \leq \frac{15}{16}\bar{x}_1 + \frac{5}{7}a$$

$n + \bar{x}_2$ 의 값은? (단, 이용 시간의 단위는 시간이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.) [4점]

- ① 121 ② 124 ③ 127 ④ 130 ⑤ 133

18. 다음은 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 치역 A 가 $n(A) = 4$ 이고, 집합 A 의 모든 원소의 합이 홀수인 함수 f 의 개수를 구하는 과정이다.

(i) 공역 X 의 원소 중 짝수인 원소가 2개이므로 집합 A 의 네 원소 중 세 원소는 홀수이고 한 원소는 짝수이다. 따라서 집합 X 의 원소 중에서 집합 A 의 네 원소를 택하는 경우의 수는 2이다.

(ii) 정의역 X 를 4개의 부분집합으로 분할할 때, 4개의 부분집합의 원소의 개수는 각각 2, 1, 1, 1이 되어야 한다. 따라서 집합 X 를 4개의 부분집합으로 분할하는 경우의 수는 이다.

(iii) (i)과 (ii)의 각 경우에 대하여 집합 X 를 분할한 4개의 부분집합을 집합 A 의 네 원소에 하나씩 대응시키는 경우의 수는 이다.

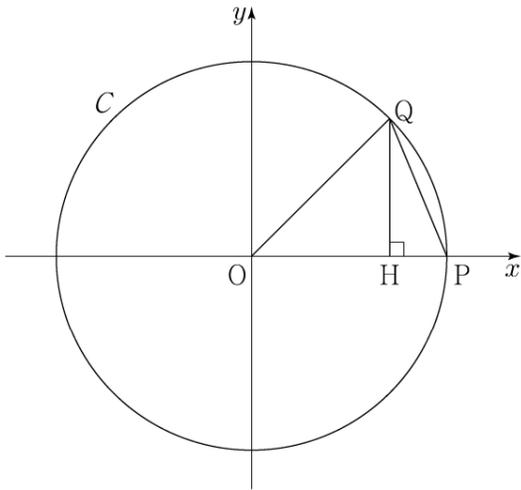
(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 함수 f 의 개수는 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 498 ② 502 ③ 506 ④ 510 ⑤ 514

19. 자연수 n 에 대하여 중심이 원점 O 이고 점 $P(2^n, 0)$ 을 지나는 원 C 가 있다. 원 C 위에 점 Q 를 호 PQ 의 길이가 π 가 되도록 잡는다. 점 Q 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (\overline{OQ} \times \overline{HP})$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\pi^2}{2}$ ② $\frac{3}{4}\pi^2$ ③ π^2 ④ $\frac{5}{4}\pi^2$ ⑤ $\frac{3}{2}\pi^2$



20. 열린 구간 $(0, 2\pi)$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \cos x + 2x \sin x$ 가 $x = \alpha$ 와 $x = \beta$ 에서 극값을 가진다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $\alpha < \beta$) [4점]

<보 기>

ㄱ. $\tan(\alpha + \pi) = -2\alpha$
 ㄴ. $g(x) = \tan x$ 라 할 때, $g'(\alpha + \pi) < g'(\beta)$ 이다.
 ㄷ. $\frac{2(\beta - \alpha)}{\alpha + \pi - \beta} < \sec^2 \alpha$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 0이 아닌 세 정수 l, m, n 이

$$|l| + |m| + |n| \leq 10$$

을 만족시킨다. $0 \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$ 에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 가

$$f(0) = 0, f\left(\frac{3}{2}\pi\right) = 1 \text{ 이고}$$

$$f'(x) = \begin{cases} l \cos x & (0 < x < \frac{\pi}{2}) \\ m \cos x & (\frac{\pi}{2} < x < \pi) \\ n \cos x & (\pi < x < \frac{3}{2}\pi) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $\int_0^{\frac{3}{2}\pi} f(x) dx$ 의 값이 최대가 되도록 하는

l, m, n 에 대하여 $l+2m+3n$ 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

단답형

22. ${}_3P_2 + {}_3C_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 방정식

$$2\log_4(5x+1) = 1$$

의 실근을 α 라 할 때, $\log_5 \frac{1}{\alpha}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$ 을 따르는 확률변수 X 에 대하여

$$V\left(\frac{1}{2}X+1\right)=5 \text{ 일 때, } n \text{의 값을 구하시오. [3점]}$$

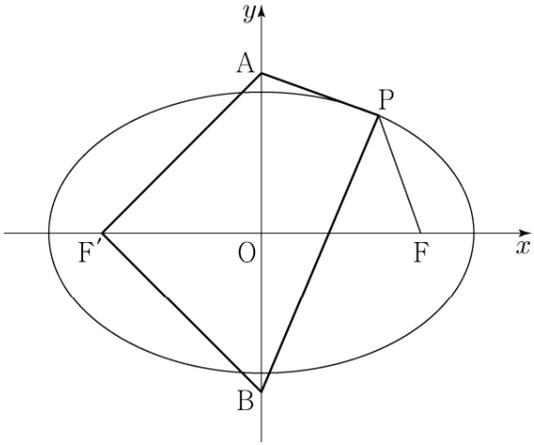
25. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x + 3\cos^3 x)dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 미분가능한 함수 $f(x)$ 와 함수 $g(x)=\sin x$ 에 대하여
합성함수 $y=(g \circ f)(x)$ 의 그래프 위의 점 $(1, (g \circ f)(1))$
에서의 접선이 원점을 지난다.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - \frac{\pi}{6}}{x-1} = k$$

일 때, 상수 k 에 대하여 $30k^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 좌표평면에서 두 점 $A(0, 3)$, $B(0, -3)$ 에 대하여, 두 초점이 F, F' 인 타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ 위의 점 P 가 $\overline{AP} = \overline{PF}$ 를 만족시킨다. 사각형 $AF'BP$ 의 둘레의 길이가 $a + b\sqrt{2}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.
(단, $\overline{PF} < \overline{PF'}$ 이고 a, b 는 자연수이다.) [4점]



28. 방정식 $a + b + c = 9$ 를 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 중에서 임의로 한 개를 선택할 때, 선택한 순서쌍 (a, b, c) 가

$$a < 2 \text{ 또는 } b < 2$$

를 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p + q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 좌표공간에서 점 $A\left(3, \frac{1}{2}, 2\right)$ 와 평면 $z=1$ 위의 세 점 P_1, P_2, P_3 이

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP_1} = \frac{11}{3}, \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP_2} = 1, \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP_3} = -\frac{7}{4}$$

을 만족시킨다. 점 $(0, k, 0)$ 을 지나고 방향벡터가 $(1, -6, 0)$ 인 직선을 l 이라 하고, 직선 l 에 의해 나누어지는 xy 평면의 두 영역을 각각 α, β 라 하자.

세 점 P_1, P_2, P_3 에서 xy 평면에 내린 수선의 발이 모두 α 에만 포함되거나 모두 β 에만 포함되도록 하는 양의 정수 k 의 최솟값을 m , 음의 정수 k 의 최댓값을 M 이라 할 때, $m-M$ 의 값을 구하시오. (단, 0는 원점이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 이고 최솟값이 0인 사차함수 $f(x)$ 와 함수 $g(x) = 2x^4e^{-x}$ 에 대하여 합성함수 $h(x) = (f \circ g)(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $h(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.
 (나) 함수 $h(x)$ 는 $x=0$ 에서 극소이다.
 (다) 방정식 $h(x) = 8$ 의 서로 다른 실근의 개수는 6이다.

$f'(5)$ 의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. $27^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

2. 두 집합

$$A = \{1, 3, 5, 7\}, B = \{1, 5\}$$

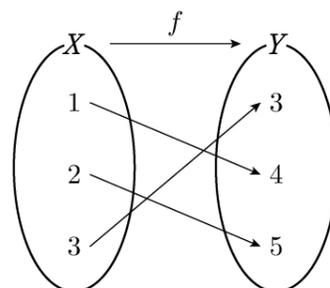
에 대하여 집합 $A-B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \times 4^n + 2^n}{4^n + 3}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 그림은 함수 $f: X \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다.



$f(2) + f^{-1}(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

2

수학 영역(나형)

5. 두 사건 A, B 에 대하여

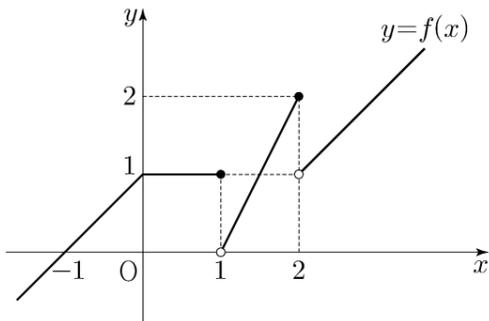
$$P(A) = \frac{1}{2}, P(A \cap B^c) = \frac{1}{5}$$

일 때, $P(A^c \cup B^c)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.)

[3점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

6. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 실수 x 에 대한 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

$$p: x - \frac{a}{2} = 1,$$

$$q: 2 \leq 2x - 1 \leq 12$$

p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 자연수 a 의 개수는?

[3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

8. $\int_0^2 (3x^2 + 2x)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

10. 무리함수 $y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동하면 함수 $y = \sqrt{3x+a}+b$ 의 그래프와 일치한다. $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

9. 다항식 $(x+a)^5$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 40일 때, x 의 계수는? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 60 ② 65 ③ 70 ④ 75 ⑤ 80

11. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n a_{n+1} = 2n$$

이고 $a_3 = 1$ 일 때, $a_2 + a_5$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{13}{3}$ ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{19}{3}$ ④ $\frac{22}{3}$ ⑤ $\frac{25}{3}$

12. 여학생이 40명이고 남학생이 60명인 어느 학교 전체 학생을 대상으로 축구와 야구에 대한 선호도를 조사하였다. 이 학교 학생의 70%가 축구를 선택하였으며, 나머지 30%는 야구를 선택하였다. 이 학교의 학생 중 임의로 뽑은 1명이 축구를 선택한 남학생일 확률은 $\frac{2}{5}$ 이다.

이 학교의 학생 중 임의로 뽑은 1명이 야구를 선택한 학생일 때, 이 학생이 여학생일 확률은? (단, 조사에서 모든 학생들은 축구와 야구 중 한 가지만 선택하였다.) [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

13. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = -15, |a_3| - a_4 = 0$$

일 때, a_7 의 값은? [3점]

- ① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x = t^3 - 5t^2 + at + 5$$

이다. 점 P가 움직이는 방향이 바뀌지 않도록 하는 자연수 a 의 최솟값은? [4점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

6

수학 영역(나형)

15. 방정식 $x^3 - 3x^2 - 9x - k = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 정수 k 의 최댓값은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

16. 서로 다른 종류의 사탕 3개와 같은 종류의 구슬 7개를 같은 종류의 주머니 3개에 남김없이 나누어 넣으려고 한다. 각 주머니에 사탕과 구슬이 각각 1개 이상씩 들어가도록 나누어 넣는 경우의 수는? [4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

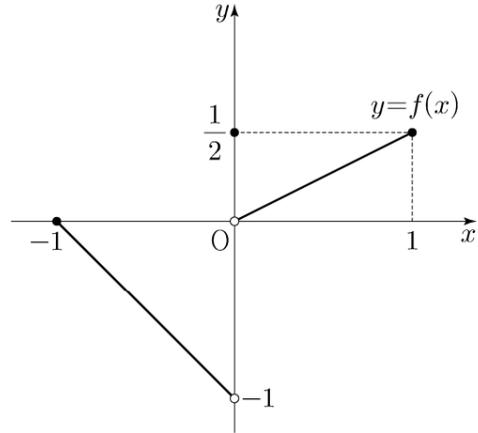
17. 어느 지역의 고등학생 중에서 100명을 임의추출하여 조사한 결과, 최근 1년 이내에 헌혈을 한 학생이 30명이었다. 이 결과를 이용하여, 이 지역 전체 고등학생 중 최근 1년 이내에 헌혈을 한 학생의 비율 p 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면

$$0.3 - 1.96 \times \sqrt{a} \leq p \leq 0.3 + 1.96 \times \sqrt{a}$$

이다. 상수 a 의 값은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.) [4점]

- ① 0.0021 ② 0.0024 ③ 0.0027 ④ 0.003 ⑤ 0.0033

18. 닫힌 구간 $[-1, 1]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



닫힌 구간 $[-1, 1]$ 에서 두 함수 $g(x), h(x)$ 가

$$g(x) = f(x) + |f(x)|, \quad h(x) = f(x) + f(-x)$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$

ㄴ. 함수 $|h(x)|$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

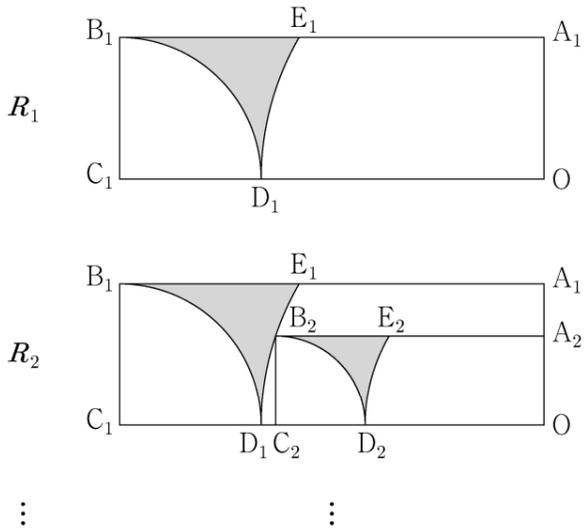
ㄷ. 함수 $g(x)|h(x)|$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=3$, $\overline{B_1C_1}=1$ 인 직사각형 $OA_1B_1C_1$ 이 있다. 중심이 C_1 이고 반지름의 길이가 $\overline{B_1C_1}$ 인 원과 선분 OC_1 의 교점을 D_1 , 중심이 O 이고 반지름의 길이가 $\overline{OD_1}$ 인 원과 선분 A_1B_1 의 교점을 E_1 이라 하자. 직사각형 $OA_1B_1C_1$ 에 호 B_1D_1 , 호 D_1E_1 , 선분 B_1E_1 로 둘러싸인 ∇ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 선분 OA_1 위의 점 A_2 와 호 D_1E_1 위의 점 B_2 , 선분 OD_1 위의 점 C_2 와 점 O 를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2} : \overline{B_2C_2} = 3 : 1$ 인 직사각형 $OA_2B_2C_2$ 를 그리고, 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 직사각형 $OA_2B_2C_2$ 에 ∇ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $4 - \frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{7}{9}\pi$
- ② $5 - \frac{5\sqrt{3}}{6} - \frac{35}{36}\pi$
- ③ $6 - \sqrt{3} - \frac{7}{6}\pi$
- ④ $7 - \frac{7\sqrt{3}}{6} - \frac{49}{36}\pi$
- ⑤ $8 - \frac{4\sqrt{3}}{3} - \frac{14}{9}\pi$

20. 상자 A와 상자 B에 각각 6개의 공이 들어 있다. 동전 1개를 사용하여 다음 시행을 한다.

동전을 한 번 던져 앞면이 나오면 상자 A에서 공 1개를 꺼내어 상자 B에 넣고, 뒷면이 나오면 상자 B에서 공 1개를 꺼내어 상자 A에 넣는다.

위의 시행을 6번 반복할 때, 상자 B에 들어 있는 공의 개수가 6번째 시행 후 처음으로 8이 될 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{64}$
- ② $\frac{3}{64}$
- ③ $\frac{5}{64}$
- ④ $\frac{7}{64}$
- ⑤ $\frac{9}{64}$

21. 사차함수 $f(x) = x^4 + ax^2 + b$ 에 대하여 $x \geq 0$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = \int_{-x}^{2x} \{f(t) - |f(t)|\} dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 < x < 1$ 에서 $g(x) = c_1$ (c_1 은 상수)

(나) $1 < x < 5$ 에서 $g(x)$ 는 감소한다.

(다) $x > 5$ 에서 $g(x) = c_2$ (c_2 는 상수)

$f(\sqrt{2})$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 40 ② 42 ③ 44 ④ 46 ⑤ 48

단답형

22. ${}_3P_2 + {}_3C_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x^3 + 5x^2 + 1$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 유리함수 $y = \frac{ax+2}{x+b}$ 의 그래프의 두 점근선의 교점의 좌표가 $(-2, 3)$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

25. 양수 a 에 대하여 $a^{\frac{1}{2}} = 8$ 일 때, $\log_2 a$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$S_4 - S_3 = 2, S_6 - S_5 = 50$$

- 일 때, a_5 의 값을 구하시오. [4점]

27. 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$ 을 따르는 확률변수 X 에 대하여

$$V\left(\frac{1}{2}X+1\right) = 5 \text{ 일 때, } n \text{의 값을 구하십시오. [4점]}$$

28. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q 의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

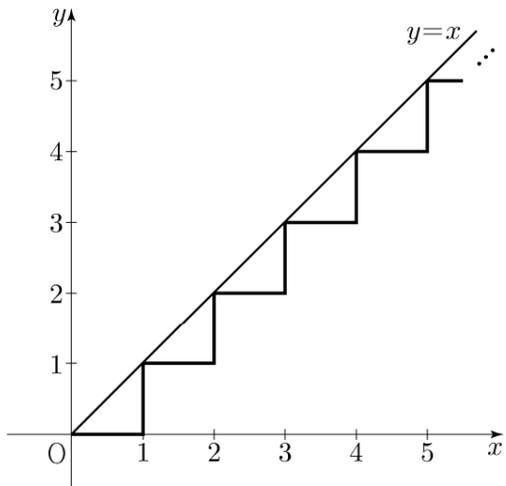
$$v_1(t) = 3t^2 + t, \quad v_2(t) = 2t^2 + 3t$$

이다. 출발한 후 두 점 P, Q 의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q 사이의 거리를 a 라 할 때, $9a$ 의 값을 구하십시오. [4점]

29. 좌표평면에서 그림과 같이 길이가 1인 선분이 수직으로 만나도록 연결된 경로가 있다. 이 경로를 따라 원점에서 멀어지도록 움직이는 점 P의 위치를 나타내는 점 A_n 을 다음과 같은 규칙으로 정한다.

- (i) A_0 은 원점이다.
- (ii) n 이 자연수일 때, A_n 은 점 A_{n-1} 에서 점 P가 경로를 따라 $\frac{2n-1}{25}$ 만큼 이동한 위치에 있는 점이다.

예를 들어, 점 A_2 와 A_6 의 좌표는 각각 $(\frac{4}{25}, 0)$, $(1, \frac{11}{25})$ 이다. 자연수 n 에 대하여 점 A_n 중 직선 $y=x$ 위에 있는 점을 원점에서 가까운 순서대로 나열할 때, 두 번째 점의 x 좌표를 a 라 하자. a 의 값을 구하시오. [4점]



30. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 방정식

$$(f \circ f)(x) = x$$

의 모든 실근이 0, 1, a , 2, b 이다.

$$f'(1) < 0, f'(2) < 0, f'(0) - f'(1) = 6$$

일 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. (단, $1 < a < 2 < b$) [4점]

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(가형)

출수형

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (1, -2)$, $\vec{b} = (-1, 4)$ 에 대하여 벡터 $\vec{a} + 2\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 5x}{\ln(1 + 3x)}$ 의 값은? [2점]
- ① $\frac{7}{3}$ ② 2 ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ 1

3. 좌표공간의 두 점 $A(2, a, -2)$, $B(5, -2, 1)$ 에 대하여 선분 AB 를 2:1로 내분하는 점이 x 축 위에 있을 때, a 의 값은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 두 사건 A, B 에 대하여 A 와 B^C 은 서로 배반사건이고
- $$P(A) = \frac{1}{3}, P(A^C \cap B) = \frac{1}{6}$$
- 일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]
- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

5. 함수 $y=2^x+2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동한 그래프가 함수 $y=\log_2 8x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프와 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭일 때, 상수 m 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 초점이 F인 포물선 $y^2=12x$ 위의 점 P에 대하여 $\overline{PF}=9$ 일 때, 점 P의 x 좌표는? [3점]

- ① 6 ② $\frac{13}{2}$ ③ 7 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 8

7. 곡선 $e^x - xe^y = y$ 위의 점 $(0, 1)$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① $3-e$ ② $2-e$ ③ $1-e$ ④ $-e$ ⑤ $-1-e$

8. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$ 을 따르고

$E(X^2) = V(X) + 25$ 를 만족시킬 때, n 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

9. 함수 $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,

$g'(f(-1))$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{(1+e)^2}$ ② $\frac{e}{1+e}$ ③ $\left(\frac{1+e}{e}\right)^2$
 ④ $\frac{e^2}{1+e}$ ⑤ $\frac{(1+e)^2}{e}$

10. 주머니 속에 2부터 8까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 구슬 7개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 구슬을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 구슬에 적힌 두 자연수가 서로소일 확률은? [3점]

- ① $\frac{8}{21}$ ② $\frac{10}{21}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{16}{21}$

11. $0 \leq \theta < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 이차방정식

$$6x^2 + (4\cos\theta)x + \sin\theta = 0$$

이 실근을 갖지 않도록 하는 모든 θ 의 값의 범위는 $\alpha < \theta < \beta$ 이다. $3\alpha + \beta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{6}\pi$ ② π ③ $\frac{7}{6}\pi$ ④ $\frac{4}{3}\pi$ ⑤ $\frac{3}{2}\pi$

12. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의 초콜릿 8개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? [3점]

- (가) 각 학생은 적어도 1개의 초콜릿을 받는다.
(나) 학생 A는 학생 B보다 더 많은 초콜릿을 받는다.

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

13. 좌표공간에서 점 $(2, 0, 5)$ 를 지나고 직선

$$x-1=2-y=\frac{z+1}{2}$$

을 포함하는 평면이 x 축과 만나는 점의

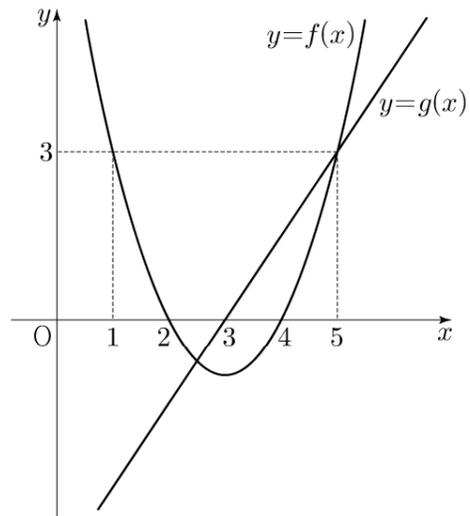
x 좌표는? [3점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② 4 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{5}{2}$

14. 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 일차함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 부등식

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{f(x)g(x)} \geq \left(\frac{1}{8}\right)^{g(x)}$$

을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합은? [4점]



- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

15. 어느 회사 직원들의 어느 날의 출근 시간은 평균이 66.4분, 표준편차가 15분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 날 출근 시간이 73분 이상인 직원들 중에서 40%, 73분 미만인 직원들 중에서 20%가 지하철을 이용하였고, 나머지 직원들은 다른 교통수단을 이용하였다. 이 날 출근한 이 회사 직원들 중 임의로 선택한 1명이 지하철을 이용하였을 확률은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 0.44) = 0.17$ 로 계산한다.) [4점]

- ① 0.306 ② 0.296 ③ 0.286 ④ 0.276 ⑤ 0.266

16. $x > 0$ 에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 가 모든 양수 x 에 대하여

$$2f(x) + \frac{1}{x^2} f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$$

을 만족시킬 때, $\int_{\frac{1}{2}}^2 f(x) dx$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\ln 2}{3} + \frac{1}{2}$ ② $\frac{2\ln 2}{3} + \frac{1}{2}$ ③ $\frac{\ln 2}{3} + 1$
 ④ $\frac{2\ln 2}{3} + 1$ ⑤ $\frac{2\ln 2}{3} + \frac{3}{2}$

17. 다음은 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 과 함수 $f: X \rightarrow X$ 에 대하여 합성함수 $f \circ f$ 의 치역의 원소의 개수가 5인 함수 f 의 개수를 구하는 과정이다.

함수 f 와 함수 $f \circ f$ 의 치역을 각각 A 와 B 라 하자.
 $n(A) = 6$ 이면 함수 f 는 일대일 대응이고, 함수 $f \circ f$ 도 일대일 대응이므로 $n(B) = 6$ 이다.
 또한 $n(A) \leq 4$ 이면 $B \subset A$ 이므로 $n(B) \leq 4$ 이다.
 그러므로 $n(A) = 5$, 즉 $B = A$ 인 경우만 생각하면 된다.

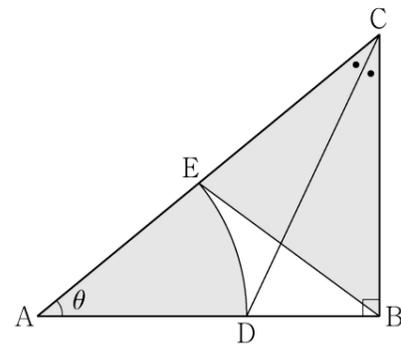
- (i) $n(A) = 5$ 인 X 의 부분집합 A 를 선택하는 경우의 수는 이다.
- (ii) (i)에서 선택한 집합 A 에 대하여, X 의 원소 중 A 에 속하지 않는 원소를 k 라 하자.
 $n(A) = 5$ 이므로 집합 A 에서 $f(k)$ 를 선택하는 경우의 수는 이다.
- (iii) (i)에서 선택한 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ 와 (ii)에서 선택한 $f(k)$ 에 대하여, $f(k) \in A$ 이며 $A = B$ 이므로 $A = \{f(a_1), f(a_2), f(a_3), f(a_4), f(a_5)\} \dots (*)$ 이다. (*)을 만족시키는 경우의 수는 집합 A 에서 집합 A 로의 일대일 대응의 개수와 같으므로 이다.

따라서 (i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 함수 f 의 개수는 \times \times 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 라 할 때, $p+q+r$ 의 값은? [4점]

- ① 131 ② 136 ③ 141 ④ 146 ⑤ 151

18. 그림과 같이 $\overline{AB} = 1$, $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle C$ 를 이등분하는 직선과 선분 AB 의 교점을 D , 중심이 A 이고 반지름의 길이가 \overline{AD} 인 원과 선분 AC 의 교점을 E 라 하자. $\angle A = \theta$ 일 때, 부채꼴 ADE 의 넓이를 $S(\theta)$, 삼각형 BCE 의 넓이를 $T(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\{S(\theta)\}^2}{T(\theta)}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

21. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(-1)$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여
 $2\{f(x)\}^2 f'(x) = \{f(2x+1)\}^2 f'(2x+1)$ 이다.
 (나) $f\left(-\frac{1}{8}\right) = 1, f(6) = 2$

- ① $\frac{\sqrt[3]{3}}{6}$ ② $\frac{\sqrt[3]{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$ ④ $\frac{2\sqrt[3]{3}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt[3]{3}}{6}$

단답형

22. ${}_6P_2 - {}_6C_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\tan\theta = 5$ 일 때, $\sec^2\theta$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = 1 - \cos 4t, \quad y = \frac{1}{4} \sin 4t$$

이다. 점 P의 속력이 최대일 때, 점 P의 가속도의 크기를 구하시오. [3점]

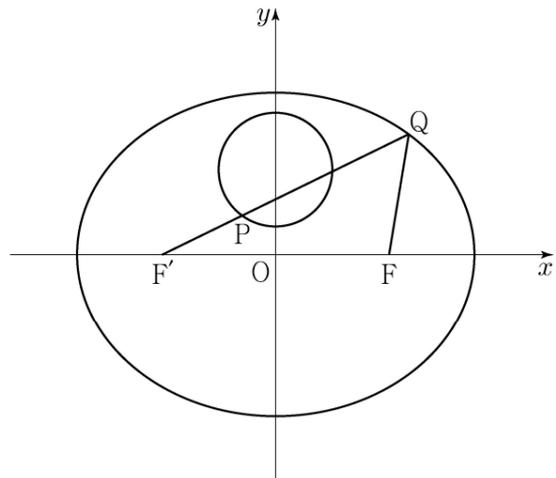
25. $\int_0^{\pi} x \cos(\pi - x) dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 어느 지역 주민들의 하루 여가 활동 시간은 평균이 m 분, 표준편차가 σ 분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 지역 주민 중 16명을 임의추출하여 구한 하루 여가 활동 시간의 표본평균이 75분일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \leq m \leq b$ 이다. 이 지역 주민 중 16명을 다시 임의추출하여 구한 하루 여가 활동 시간의 표본평균이 77분일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $c \leq m \leq d$ 이다. $d - b = 3.86$ 을 만족시키는 σ 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$, $P(|Z| \leq 2.58) = 0.99$ 로 계산한다.) [4점]

27. 한 개의 주사위를 한 번 던진다. 홀수의 눈이 나오는 사건을 A , 6 이하의 자연수 m 에 대하여 m 의 약수의 눈이 나오는 사건을 B 라 하자. 두 사건 A 와 B 가 서로 독립이 되도록 하는 모든 m 의 값의 합을 구하시오. [4점]

28. 두 초점이 F, F' 인 타원 $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{33} = 1$ 이 있다.

원 $x^2 + (y-3)^2 = 4$ 위의 점 P 에 대하여 직선 $F'P$ 가 이 타원과 만나는 점 중 y 좌표가 양수인 점을 Q 라 하자. $\overline{PQ} + \overline{FQ}$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]



29. 좌표평면에서 넓이가 9인 삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA 위를 움직이는 점을 각각 P, Q, R라 할 때,

$$\overrightarrow{AX} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AR}) + \frac{1}{2}\overrightarrow{AQ}$$

를 만족시키는 점 X가 나타내는 영역의 넓이가 $\frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

30. 최고차항의 계수가 6π 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여

함수 $g(x) = \frac{1}{2 + \sin(f(x))}$ 이 $x = \alpha$ 에서 극대 또는 극소이고,

$\alpha \geq 0$ 인 모든 α 를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \dots$ 라 할 때, $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\alpha_1 = 0$ 이고 $g(\alpha_1) = \frac{2}{5}$ 이다.

(나) $\frac{1}{g(\alpha_5)} = \frac{1}{g(\alpha_2)} + \frac{1}{2}$

$g'(-\frac{1}{2}) = a\pi$ 라 할 때, a^2 의 값을 구하시오.

(단, $0 < f(0) < \frac{\pi}{2}$) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(나형)

출수형

5지선다형

1. $2^{-1} \times 16^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 두 집합

$$A = \{3, 5, 7, 9\}, B = \{3, 7\}$$

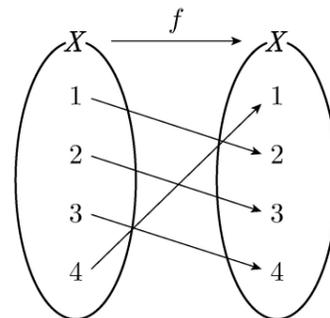
에 대하여 $A - B = \{a, 9\}$ 일 때, a 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2 - 3}{2n^2 + 5n}$ 의 값은? [2점]

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

4. 그림은 함수 $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$f(4) + (f \circ f)(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

5. 첫째항이 4인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_{10} - a_7 = 6$$

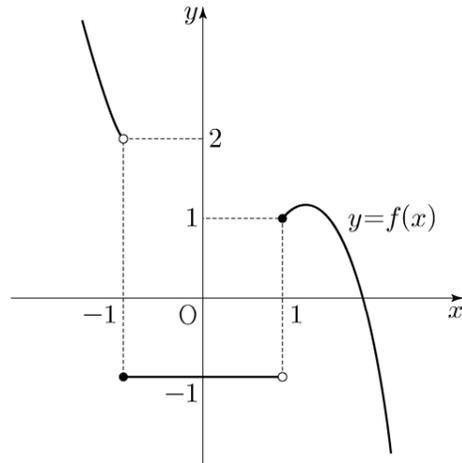
일 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

6. 다항식 $(1+x)^7$ 의 전개식에서 x^4 의 계수는? [3점]

- ① 42 ② 35 ③ 28 ④ 21 ⑤ 14

7. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. 두 사건 A, B 에 대하여 A 와 B^C 은 서로 배반사건이고

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(A^C \cap B) = \frac{1}{6}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

9. 함수 $f(x) = x^3 - 3x + a$ 의 극댓값이 7일 때, 상수 a 의 값은?

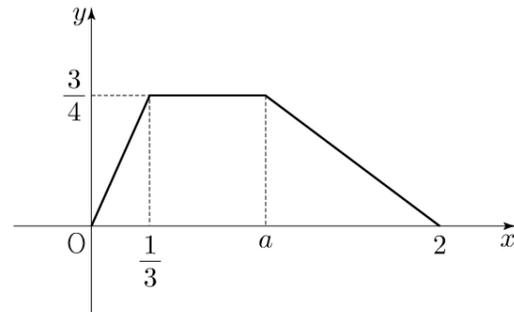
[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 2$ 이고,

X 의 확률밀도함수의 그래프가 그림과 같을 때,

$P\left(\frac{1}{3} \leq X \leq a\right)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]



- ① $\frac{11}{16}$ ② $\frac{5}{8}$ ③ $\frac{9}{16}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{16}$

11. 실수 x 에 대한 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

$$p: x^2 - 4x + 3 > 0,$$

$$q: x \leq a$$

$\sim p$ 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 실수 a 의 최솟값은? [3점]

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

12. 어느 마을에서 수확하는 수박의 무게는 평균이 m kg, 표준편차가 1.4kg인 정규분포를 따른다고 한다. 이 마을에서 수확한 수박 중에서 49개를 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여, 이 마을에서 수확하는 수박의 무게의 평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $a \leq m \leq 7.992$ 이다. a 의 값은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 7.198 ② 7.208 ③ 7.218 ④ 7.228 ⑤ 7.238

13. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=2$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{2-3a_n} & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ 1+a_n & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{40} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

14. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x \left\{ \frac{d}{dt} f(t) \right\} dt = x^3 + ax^2 - 2$$

를 만족시킬 때, $f'(a)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

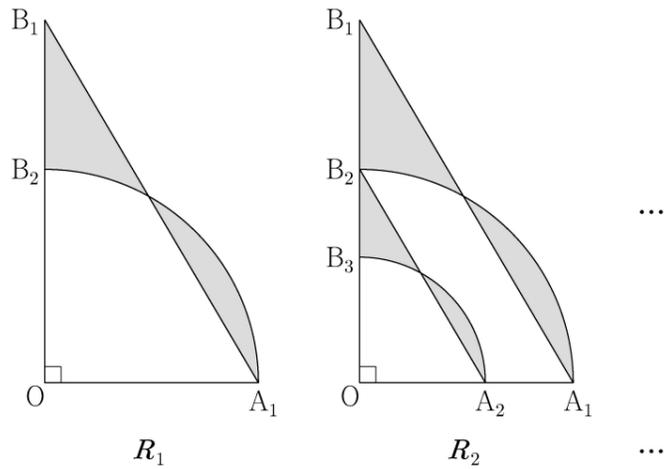
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

15. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $5\log_n 2$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 n 의 값의 합은? [4점]

- ① 34 ② 38 ③ 42 ④ 46 ⑤ 50

16. 그림과 같이 $\overline{OA_1}=4$, $\overline{OB_1}=4\sqrt{3}$ 인 직각삼각형 OA_1B_1 이 있다. 중심이 O 이고 반지름의 길이가 $\overline{OA_1}$ 인 원이 선분 OB_1 과 만나는 점을 B_2 라 하자. 삼각형 OA_1B_1 의 내부와 부채꼴 OA_1B_2 의 내부에서 공통된 부분을 제외한 \curvearrowright 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 점 B_2 를 지나고 선분 A_1B_1 에 평행한 직선이 선분 OA_1 과 만나는 점을 A_2 , 중심이 O 이고 반지름의 길이가 $\overline{OA_2}$ 인 원이 선분 OB_2 와 만나는 점을 B_3 이라 하자. 삼각형 OA_2B_2 의 내부와 부채꼴 OA_2B_3 의 내부에서 공통된 부분을 제외한 \curvearrowright 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{3}{2}\pi$ ② $\frac{5}{3}\pi$ ③ $\frac{11}{6}\pi$ ④ 2π ⑤ $\frac{13}{6}\pi$

17. 실수 전체의 집합에서 증가하는 연속함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x-3) + 4$ 이다.

(나) $\int_0^6 f(x)dx = 0$

함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x = 6, x = 9$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

18. 좌표평면의 원점에 점 A가 있다. 한 개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

동전을 한 번 던져
앞면이 나오면 점 A를 x 축의 양의 방향으로 1만큼,
뒷면이 나오면 점 A를 y 축의 양의 방향으로 1만큼
이동시킨다.

위의 시행을 반복하여 점 A의 x 좌표 또는 y 좌표가 처음으로 3이 되면 이 시행을 멈춘다. 점 A의 y 좌표가 처음으로 3이 되었을 때, 점 A의 x 좌표가 1일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

19. 다음은 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 과 함수 $f: X \rightarrow X$ 에 대하여 합성함수 $f \circ f$ 의 치역의 원소의 개수가 5인 함수 f 의 개수를 구하는 과정이다.

함수 f 와 함수 $f \circ f$ 의 치역을 각각 A 와 B 라 하자.
 $n(A) = 6$ 이면 함수 f 는 일대일 대응이고, 함수 $f \circ f$ 도 일대일 대응이므로 $n(B) = 6$ 이다.
 또한 $n(A) \leq 4$ 이면 $B \subset A$ 이므로 $n(B) \leq 4$ 이다.
 그러므로 $n(A) = 5$, 즉 $B = A$ 인 경우만 생각하면 된다.

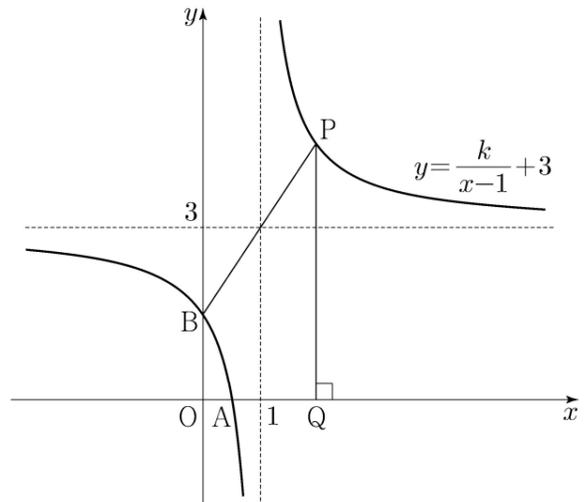
- (i) $n(A) = 5$ 인 X 의 부분집합 A 를 선택하는 경우의 수는 이다.
- (ii) (i)에서 선택한 집합 A 에 대하여, X 의 원소 중 A 에 속하지 않는 원소를 k 라 하자.
 $n(A) = 5$ 이므로 집합 A 에서 $f(k)$ 를 선택하는 경우의 수는 이다.
- (iii) (i)에서 선택한 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ 와 (ii)에서 선택한 $f(k)$ 에 대하여, $f(k) \in A$ 이며 $A = B$ 이므로 $A = \{f(a_1), f(a_2), f(a_3), f(a_4), f(a_5)\} \dots (*)$ 이다. (*)을 만족시키는 경우의 수는 집합 A 에서 집합 A 로의 일대일 대응의 개수와 같으므로 이다.

따라서 (i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 함수 f 의 개수는 \times \times 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 라 할 때, $p+q+r$ 의 값은? [4점]

- ① 131 ② 136 ③ 141 ④ 146 ⑤ 151

20. 그림과 같이 함수 $y = \frac{k}{x-1} + 3$ ($0 < k < 3$)의 그래프와 x 축, y 축과의 교점을 각각 A, B 라 하자.



이 그래프의 두 점근선의 교점과 점 B 를 지나는 직선이 이 그래프와 만나는 점 중 B 가 아닌 점을 P , 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 Q 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보 기>
- ㄱ. $k=1$ 일 때, 점 P 의 좌표는 $(2, 4)$ 이다.
 - ㄴ. $0 < k < 3$ 인 실수 k 에 대하여 직선 AB 의 기울기와 직선 AP 의 기울기의 합은 0이다.
 - ㄷ. 사각형 $PBAQ$ 의 넓이가 자연수일 때, 직선 BP 의 기울기는 0과 1 사이의 값이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)g(x) = x(x+3)$ 이다.
 (나) $g(0) = 1$

$f(1)$ 이 자연수일 때, $g(2)$ 의 최솟값은? [4점]

- ① $\frac{5}{13}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{5}{17}$

단답형

22. ${}_6P_2 - {}_6C_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x^4 - 3x^2 + 8$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 첫째항이 7인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$\frac{S_9 - S_5}{S_6 - S_2} = 3$$

일 때, a_7 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수 $y = \sqrt{x+3}$ 의 그래프와 함수 $y = \sqrt{1-x} + k$ 의 그래프가 만나도록 하는 실수 k 의 최댓값을 구하시오. [4점]

25. $\int_1^4 (x + |x-3|) dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x = -\frac{1}{3}t^3 + 3t^2 + k \quad (k \text{는 상수})$$

이다. 점 P의 가속도가 0일 때 점 P의 위치는 40이다.
 k 의 값을 구하시오. [4점]

28. 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 숫자 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 검은 공 3개가 있다. 이 7개의 공을 임의로 일렬로 나열할 때, 같은 숫자가 적혀 있는 공이 서로 이웃하지 않게 나열될 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 첫째항이 자연수이고 공차가 음의 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 첫째항이 자연수이고 공비가 음의 정수인 등비수열 $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, $a_7 + b_7$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$(가) \sum_{n=1}^5 (a_n + b_n) = 27$$

$$(나) \sum_{n=1}^5 (a_n + |b_n|) = 67$$

$$(다) \sum_{n=1}^5 (|a_n| + |b_n|) = 81$$

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 -1 인 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서의 접선과 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(2, 0)$ 에서의 접선은 모두 x 축이다.
 (나) 점 $(2, 0)$ 에서 곡선 $y=f(x)$ 에 그은 접선의 개수는 2이다.
 (다) 방정식 $f(x) = g(x)$ 는 오직 하나의 실근을 가진다.

$x > 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$g(x) \leq kx - 2 \leq f(x)$$

를 만족시키는 실수 k 의 최댓값과 최솟값을 각각 α, β 라 할 때, $\alpha - \beta = a + b\sqrt{2}$ 이다. $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. ${}_9C_7$ 의 값은? [2점]

- ① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

2. 함수 $f(x) = 7 + 3\ln x$ 에 대하여 $f'(3)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} + e^{3x} - 2}{2x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

4. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cup B) = \frac{3}{4}, P(A^C \cap B) = \frac{2}{3}$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{5}{24}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

2

수학 영역(가형)

5. $\int_0^{\ln 3} e^{x+3} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{e^3}{2}$ ② e^3 ③ $\frac{3}{2}e^3$ ④ $2e^3$ ⑤ $\frac{5}{2}e^3$

6. 곡선 $x^2 + xy + y^3 = 7$ 위의 점 $(2, 1)$ 에서의 접선의 기울기는?
[3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

7. 같은 종류의 비어 있는 상자 3개가 있다. 같은 종류의 장난감 12개를 남김없이 이 3개의 상자에 빈 상자가 없도록 나누어 넣으려고 한다. 각 상자에 넣은 장난감의 개수가 모두 다르게 되도록 나누어 넣는 경우의 수는? [3점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

8. 포물선 $y^2 - 4y - ax + 4 = 0$ 의 초점의 좌표가 $(3, b)$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 양수이다.) [3점]

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

10. $\int_1^e x^3 \ln x \, dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3e^4}{16}$ ② $\frac{3e^4+1}{16}$ ③ $\frac{3e^4+2}{16}$
 ④ $\frac{3e^4+3}{16}$ ⑤ $\frac{3e^4+4}{16}$

9. 함수 $f(x) = \frac{2^x}{\ln 2}$ 과 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(2)$ 의 값은? [3점]

(가) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(2+4h) - g(2)}{h} = 8$
 (나) 함수 $(f \circ g)(x)$ 의 $x=2$ 에서의 미분계수는 10이다.

- ① 1 ② $\log_2 3$ ③ 2 ④ $\log_2 5$ ⑤ $\log_2 6$

11. 함수 $f(x) = xe^x$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 의 변곡점의 좌표가 (a, b) 일 때, 두 수 a, b 의 곱 ab 의 값은? [3점]

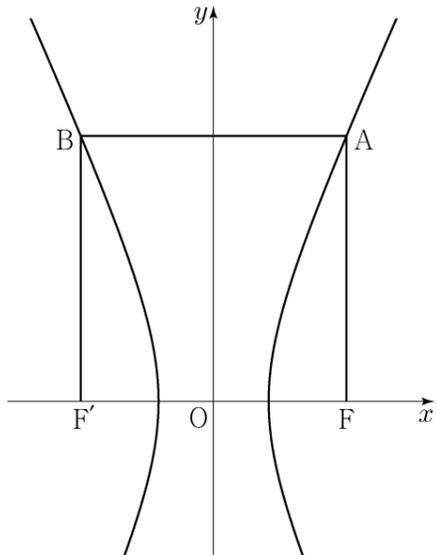
- ① $4e^2$ ② e ③ $\frac{1}{e}$ ④ $\frac{4}{e^2}$ ⑤ $\frac{9}{e^3}$

12. 함수 $f(x) = \sin(x+\alpha) + 2\cos(x+\alpha)$ 에 대하여

$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ 일 때, $\tan\alpha$ 의 값은? (단, α 는 상수이다.) [3점]

- ① $-\frac{5}{6}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{6}$

13. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)이고 주축의 길이가 2인 쌍곡선이 있다. 점 F 를 지나고 x 축에 수직인 직선이 쌍곡선과 제1사분면에서 만나는 점을 A , 점 F' 을 지나고 x 축에 수직인 직선이 쌍곡선과 제2사분면에서 만나는 점을 B 라 하자. 사각형 $ABF'F$ 가 정사각형일 때, 정사각형 $ABF'F$ 의 대각선의 길이는? [3점]



- ① $3+2\sqrt{2}$ ② $5+\sqrt{2}$ ③ $4+2\sqrt{2}$
 ④ $6+\sqrt{2}$ ⑤ $5+2\sqrt{2}$

14. 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 할 때, $a > b$ 이고 $a > c$ 일 확률은? [4점]

- ① $\frac{13}{54}$ ② $\frac{55}{216}$ ③ $\frac{29}{108}$ ④ $\frac{61}{216}$ ⑤ $\frac{8}{27}$

6

수학 영역(가형)

15. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t (t > 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = 2\sqrt{t+1}, \quad y = t - \ln(t+1)$$

이다. 점 P의 속력의 최솟값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{8}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{8}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

16. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

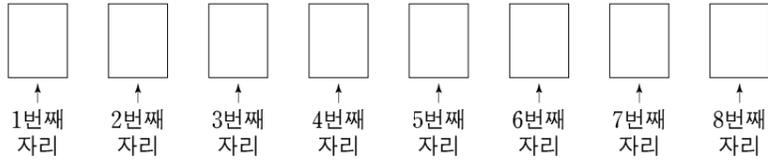
$$g(x) = \frac{f(x)\cos x}{e^x}$$

라 하자. $g'(\pi) = e^\pi g(\pi)$ 일 때, $\frac{f'(\pi)}{f(\pi)}$ 의 값은? (단, $f(\pi) \neq 0$)

[4점]

- ① $e^{-2\pi}$ ② 1 ③ $e^{-\pi} + 1$
 ④ $e^\pi + 1$ ⑤ $e^{2\pi}$

17. 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 그림과 같은 8개의 자리에 각각 한 장씩 임의로 놓을 때, 8 이하의 자연수 k 에 대하여 k 번째 자리에 놓인 카드에 적힌 수가 k 이하인 사건을 A_k 라 하자.



다음은 두 자연수 $m, n (1 \leq m < n \leq 8)$ 에 대하여 두 사건 A_m 과 A_n 이 서로 독립이 되도록 하는 m, n 의 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수를 구하는 과정이다.

A_k 는 k 번째 자리에 k 이하의 자연수 중 하나가 적힌 카드가 놓여 있고, k 번째 자리를 제외한 7개의 자리에 나머지 7장의 카드가 놓여 있는 사건이므로

$$P(A_k) = \boxed{\text{(가)}}$$

이다.

$A_m \cap A_n (m < n)$ 은 m 번째 자리에 m 이하의 자연수 중 하나가 적힌 카드가 놓여 있고, n 번째 자리에 n 이하의 자연수 중 m 번째 자리에 놓인 카드에 적힌 수가 아닌 자연수가 적힌 카드가 놓여 있고, m 번째와 n 번째 자리를 제외한 6개의 자리에 나머지 6장의 카드가 놓여 있는 사건이므로

$$P(A_m \cap A_n) = \boxed{\text{(나)}}$$

이다.

한편, 두 사건 A_m 과 A_n 이 서로 독립이기 위해서는

$$P(A_m \cap A_n) = P(A_m)P(A_n)$$

을 만족시켜야 한다.

따라서 두 사건 A_m 과 A_n 이 서로 독립이 되도록 하는 m, n 의 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수는 $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

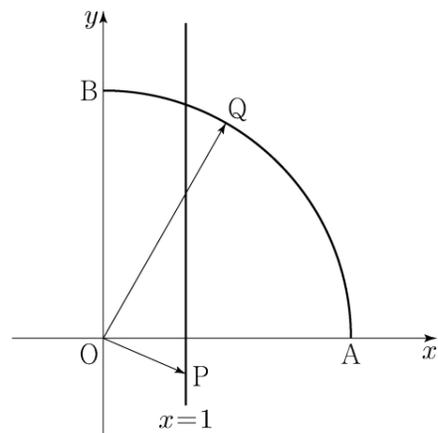
위의 (가)에 알맞은 식에 $k=4$ 를 대입한 값을 p , (나)에 알맞은 식에 $m=3, n=5$ 를 대입한 값을 q , (다)에 알맞은 수를 r 라 할 때, $p \times q \times r$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

18. 좌표평면 위에 두 점 $A(3, 0), B(0, 3)$ 과 직선 $x=1$ 위의 점 $P(1, a)$ 가 있다. 점 Q 가 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인

부채꼴 OAB 의 호 AB 위를 움직일 때 $|\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}|$ 의 최댓값을 $f(a)$ 라 하자. $f(a)=5$ 가 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 곱은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- ① $-5\sqrt{3}$ ② $-4\sqrt{3}$ ③ $-3\sqrt{3}$ ④ $-2\sqrt{3}$ ⑤ $-\sqrt{3}$



19. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x_1, x_2, x_3, x_4 의 모든 순서쌍 (x_1, x_2, x_3, x_4) 의 개수는? [4점]

(가) $n=1, 2, 3$ 일 때, $x_{n+1} - x_n \geq 2$ 이다.

(나) $x_4 \leq 12$

- ① 210 ② 220 ③ 230 ④ 240 ⑤ 250

20. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) > 0$

(나) $\ln f(x) + 2 \int_0^x (x-t)f(t) dt = 0$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

ㄱ. $x > 0$ 에서 함수 $f(x)$ 는 감소한다.

ㄴ. 함수 $f(x)$ 의 최댓값은 1이다.

ㄷ. 함수 $F(x)$ 를 $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ 라 할 때,

$f(1) + \{F(1)\}^2 = 1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 함수 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ 와 양의 실수 t 에 대하여 기울기가 t 인 직선이 곡선 $y=f(x)$ 에 접할 때 접점의 x 좌표를 $g(t)$ 라 하자. 원점에서 곡선 $y=f(x)$ 에 그은 접선의 기울기가 a 일 때, 미분가능한 함수 $g(t)$ 에 대하여 $a \times g'(a)$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{\sqrt{e}}{3}$ ② $-\frac{\sqrt{e}}{4}$ ③ $-\frac{\sqrt{e}}{5}$
 ④ $-\frac{\sqrt{e}}{6}$ ⑤ $-\frac{\sqrt{e}}{7}$

단답형

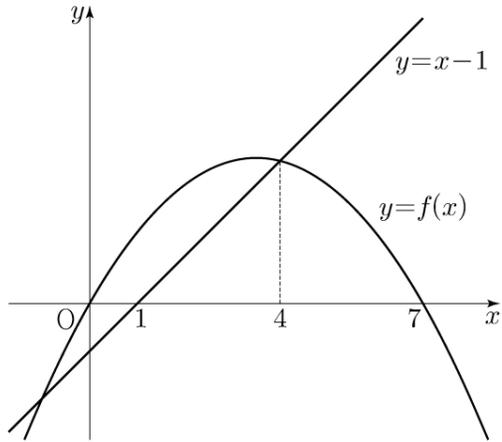
22. 벡터 $\vec{a} = (2, 1)$ 에 대하여 벡터 $10\vec{a}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

23. $\cos \theta = \frac{1}{7}$ 일 때, $\csc \theta \times \tan \theta$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x-1$ 이 그림과 같을 때, 부등식

$$\log_3 f(x) + \log_{\frac{1}{3}}(x-1) \leq 0$$

을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오.
(단, $f(0)=f(7)=0, f(4)=3$) [3점]



25. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [3점]

- (가) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 4이다.
- (나) $f(a)=a$ 인 X 의 원소 a 의 개수는 3이다.

26. 좌표평면에서 $|\overrightarrow{OP}| = 10$ 을 만족시키는 점 P 가 나타내는 도형 위의 점 $A(a, b)$ 에서의 접선을 l , 원점을 지나고 방향벡터가 $(1, 1)$ 인 직선을 m 이라 하고, 두 직선 l, m 이 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자. $\cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{10}$ 일 때, 두 수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하시오.
(단, O 는 원점이고, $a > b > 0$ 이다.) [4점]

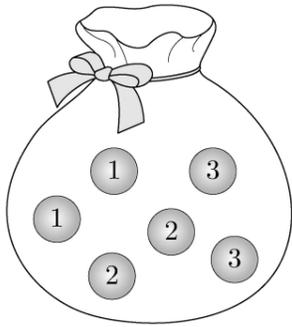
27. 숫자 1, 1, 2, 2, 3, 3이 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼내어 공에 적힌 수를 확인한 후 다시 넣지 않는다. 이와 같은 시행을 6번 반복할 때, $k(1 \leq k \leq 6)$ 번째 꺼낸 공에 적힌 수를 a_k 라 하자. 두 자연수 m, n 을

$$m = a_1 \times 100 + a_2 \times 10 + a_3,$$

$$n = a_4 \times 100 + a_5 \times 10 + a_6$$

이라 할 때, $m > n$ 일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



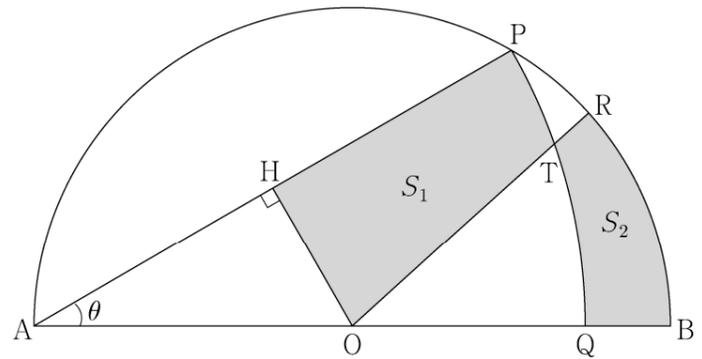
28. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 중심이 A이고 반지름의 길이가 \overline{AP} 인 원과 선분 AB의 교점을 Q라 하자.

호 PB 위에 점 R를 호 PR와 호 RB의 길이의 비가 3:7이 되도록 잡는다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 선분 OR와 호 PQ의 교점을 T, 점 O에서 선분 AP에 내린 수선의 발을 H라 하자.

세 선분 PH, HO, OT와 호 TP로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 , 두 선분 RT, QB와 두 호 TQ, BR로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 하자. $\angle PAB = \theta$ 라 할 때,

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S_1 - S_2}{OH} = a$ 이다. $50a$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)

[4점]



29. 좌표평면에서 곡선 $C: y = \sqrt{8-x^2} (2 \leq x \leq 2\sqrt{2})$ 위의 점 P에 대하여 $\overline{OQ} = 2, \angle POQ = \frac{\pi}{4}$ 를 만족시키고 직선 OP의 아랫부분에 있는 점을 Q라 하자.
 점 P가 곡선 C 위를 움직일 때, 선분 OP 위를 움직이는 점 X와 선분 OQ 위를 움직이는 점 Y에 대하여

$$\overrightarrow{OZ} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OX} + \overrightarrow{OY}$$

를 만족시키는 점 Z가 나타내는 영역을 D라 하자.
 영역 D에 속하는 점 중에서 y축과의 거리가 최소인 점을 R라 할 때, 영역 D에 속하는 점 Z에 대하여 $\overrightarrow{OR} \cdot \overrightarrow{OZ}$ 의 최댓값과 최솟값의 합이 $a+b\sqrt{2}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, a와 b는 유리수이다.) [4점]

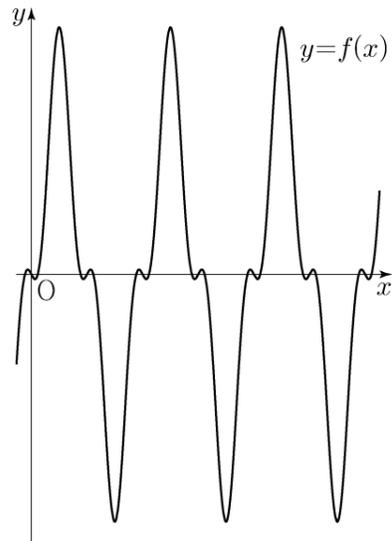
30. 상수 a, b에 대하여 함수 $f(x) = a\sin^3 x + b\sin x$ 가

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3\sqrt{2}, f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 5\sqrt{3}$$

을 만족시킨다. 실수 $t (1 < t < 14)$ 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 가 만나는 점의 x좌표 중 양수인 것을 작은 수부터 크기순으로 모두 나열할 때, n번째 수를 x_n 이라 하고

$$c_n = \int_{3\sqrt{2}}^{5\sqrt{3}} \frac{t}{f'(x_n)} dt$$

라 하자. $\sum_{n=1}^{101} c_n = p + q\sqrt{2}$ 일 때, $q-p$ 의 값을 구하시오. (단, p와 q는 유리수이다.) [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. $5^0 \times 25^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n^2 + 4n + 1}}{2n + 5}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

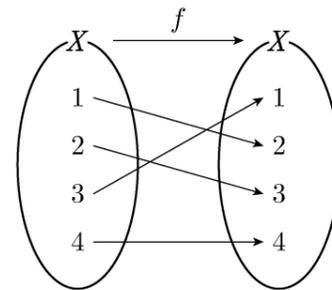
3. 두 집합

$$A = \{2, a\}, B = \{1, 2, 3, 5, 7\}$$

에 대하여 $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ 일 때, 실수 a 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

4. 그림은 함수 $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$f(1) + f^{-1}(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

2

수학 영역(나형)

5. 실수 x 에 대한 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

$$p: |x-4| = 2,$$

$$q: x \geq a$$

p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 실수 a 의 최댓값은?
[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

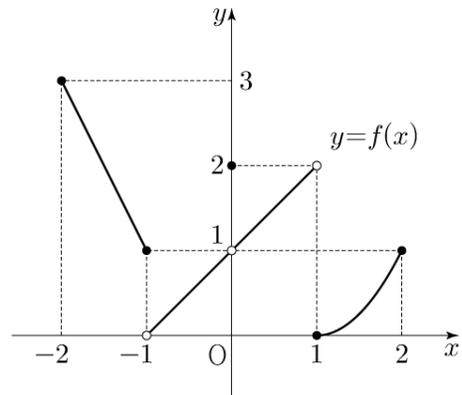
6. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cup B) = \frac{3}{4}, P(A^c \cap B) = \frac{2}{3}$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{5}{24}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

7. 닫힌 구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. $\log_2 5 = a$, $\log_5 3 = b$ 일 때, $\log_5 12$ 를 a, b 로 옳게 나타낸 것은?
[3점]

- ① $\frac{1}{a} + b$ ② $\frac{2}{a} + b$ ③ $\frac{1}{a} + 2b$
④ $a + \frac{1}{b}$ ⑤ $2a + \frac{1}{b}$

9. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} + (-1)^n \times a_n = 2^n$$

을 만족시킨다. a_5 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

10. 검은 공 3개, 흰 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다.

이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때,
꺼낸 3개의 공 중에서 적어도 한 개가 검은 공일 확률은? [3점]

- ① $\frac{19}{35}$ ② $\frac{22}{35}$ ③ $\frac{5}{7}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{31}{35}$

11. 수열 $\{a_n\}$ 이 $\sum_{n=1}^{\infty} (2a_n - 3) = 2$ 를 만족시킨다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = r$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r^{n+2} - 1}{r^n + 1}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{4}$ ② 2 ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

12. 두 곡선 $y = \frac{6}{x-5} + 3$, $y = \sqrt{x-k}$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k 의 최댓값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

13. 자연수 n 에 대하여 x 에 대한 이차방정식

$$x^2 - nx + 4(n-4) = 0$$

이 서로 다른 두 실근 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 를 갖고, 세 수 $1, \alpha, \beta$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, n 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 8 ③ 11 ④ 14 ⑤ 17

14. $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{a}{x^2}\right)^4$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 7일 때,

상수 a 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6

수학 영역(나형)

15. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} -2x+3 & (x < 0) \\ -2x+2 & (x \geq 0) \end{cases},$$

$$g(x) = \begin{cases} 2x & (x < a) \\ 2x-1 & (x \geq a) \end{cases}$$

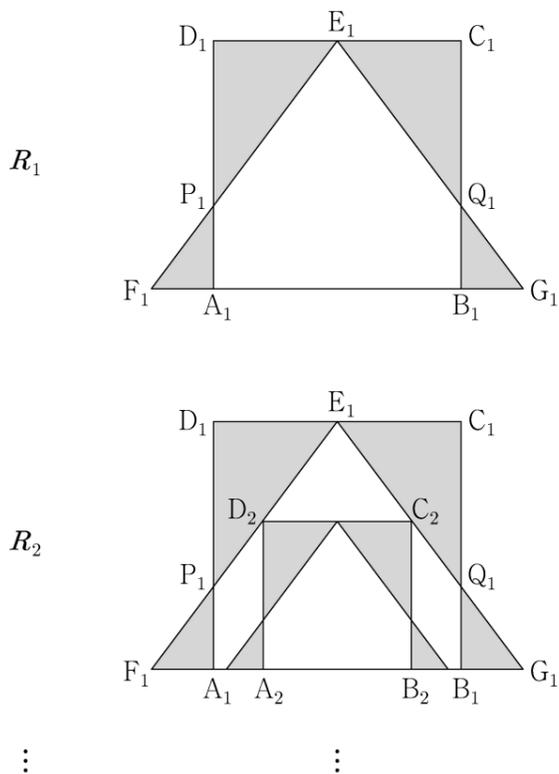
가 있다. 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 a 의 값은? [4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

16. 한 개의 주사위를 네 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c, d 라 하자. 네 수 a, b, c, d 의 곱 $a \times b \times c \times d$ 가 12일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{5}{72}$ ③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{11}{72}$ ⑤ $\frac{7}{36}$

17. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 선분 C_1D_1 의 중점을 E_1 이라 하고, 직선 A_1B_1 위에 두 점 F_1, G_1 을 $\overline{E_1F_1} = \overline{E_1G_1}$, $\overline{E_1F_1} : \overline{F_1G_1} = 5 : 6$ 이 되도록 잡고 이등변삼각형 $E_1F_1G_1$ 을 그린다. 선분 D_1A_1 과 선분 E_1F_1 의 교점을 P_1 , 선분 B_1C_1 과 선분 E_1G_1 의 교점을 Q_1 이라 할 때, 네 삼각형 $E_1D_1P_1, P_1F_1A_1, Q_1B_1G_1, E_1Q_1C_1$ 로 만들어진  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에 선분 F_1G_1 위의 두 점 A_2, B_2 와 선분 G_1E_1 위의 점 C_2 , 선분 E_1F_1 위의 점 D_2 를 꼭짓점으로 하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{61}{6}$ ② $\frac{125}{12}$ ③ $\frac{32}{3}$ ④ $\frac{131}{12}$ ⑤ $\frac{67}{6}$

18. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & (x < 0) \\ f(x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $g(x)$ 의 최솟값이 $\frac{1}{2}$ 보다 작을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

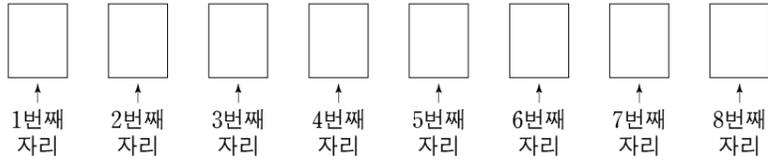
ㄱ. $g(0) + g'(0) = \frac{1}{2}$

ㄴ. $g(1) < \frac{3}{2}$

ㄷ. 함수 $g(x)$ 의 최솟값이 0일 때, $g(2) = \frac{5}{2}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 그림과 같은 8개의 자리에 각각 한 장씩 임의로 놓을 때, 8 이하의 자연수 k 에 대하여 k 번째 자리에 놓인 카드에 적힌 수가 k 이하인 사건을 A_k 라 하자.



다음은 두 자연수 m, n ($1 \leq m < n \leq 8$)에 대하여 두 사건 A_m 과 A_n 이 서로 독립이 되도록 하는 m, n 의 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수를 구하는 과정이다.

A_k 는 k 번째 자리에 k 이하의 자연수 중 하나가 적힌 카드가 놓여 있고, k 번째 자리를 제외한 7개의 자리에 나머지 7장의 카드가 놓여 있는 사건이므로

$$P(A_k) = \boxed{\text{(가)}}$$

이다.

$A_m \cap A_n$ ($m < n$)은 m 번째 자리에 m 이하의 자연수 중 하나가 적힌 카드가 놓여 있고, n 번째 자리에 n 이하의 자연수 중 m 번째 자리에 놓인 카드에 적힌 수가 아닌 자연수가 적힌 카드가 놓여 있고, m 번째와 n 번째 자리를 제외한 6개의 자리에 나머지 6장의 카드가 놓여 있는 사건이므로

$$P(A_m \cap A_n) = \boxed{\text{(나)}}$$

이다.

한편, 두 사건 A_m 과 A_n 이 서로 독립이기 위해서는

$$P(A_m \cap A_n) = P(A_m)P(A_n)$$

를 만족시켜야 한다.

따라서 두 사건 A_m 과 A_n 이 서로 독립이 되도록 하는 m, n 의 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수는 $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 식에 $k=4$ 를 대입한 값을 p , (나)에 알맞은 식에 $m=3, n=5$ 를 대입한 값을 q , (다)에 알맞은 수를 r 라 할 때, $p \times q \times r$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

20. 다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(1)$ 의 최댓값은? [4점]

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 4x^3 + 3x^2}{x^{n+1} + 1} = 6, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^n} = 4 \text{인 자연수 } n \text{이 존재한다.}$$

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

21. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) f(x) = \begin{cases} 2 & (0 \leq x < 2) \\ -2x+6 & (2 \leq x < 3) \\ 0 & (3 \leq x \leq 4) \end{cases}$$

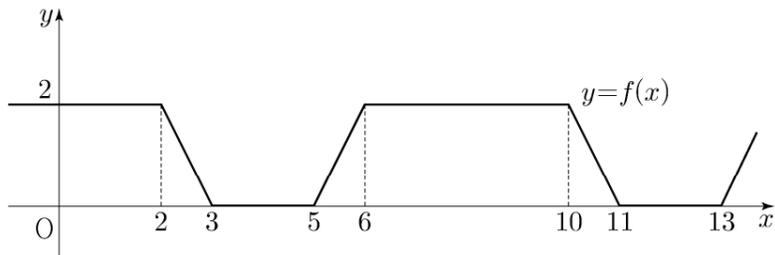
(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 이고 $f(x) = f(x-8)$ 이다.

실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} + n & (x \neq 0) \\ n & (x = 0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $(f \circ g)(x)$ 가 상수함수가 되도록 하는 60 이하의 자연수 n 의 개수는? [4점]

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38



단답형

22. ${}_9C_7$ 의 값을 구하십시오. [3점]

23. 함수 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 4만큼 평행이동시킨 그래프가 점 $(2, a)$ 를 지난다. a 의 값을 구하십시오. [3점]

24. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 2, \frac{a_5}{a_3} = 9$$

일 때, $\sum_{k=1}^4 a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t (t > 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x = t^3 - 5t^2 + 6t$$

이다. $t = 3$ 에서 점 P의 가속도를 구하시오. [3점]

26. 자연수 전체의 집합 U 의 두 부분집합

$$A = \{1, 2, 4, 8, 16\}, B = \{x \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$$

에 대하여

$$n(X) = 2, X - (A - B) = \emptyset$$

을 만족시키는 U 의 모든 부분집합 X 의 개수를 구하시오.

[4점]

27. 두 함수

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - k, \quad g(x) = 2x^2 + 3x - 10$$

에 대하여 부등식

$$f(x) \geq 3g(x)$$

가 닫힌 구간 $[-1, 4]$ 에서 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 최댓값을 구하시오. [4점]

28. 첫째항이 2이고 공비가 정수인 등비수열 $\{a_n\}$ 과 자연수 m 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_m 의 값을 구하시오. [4점]

$$(가) \quad 4 < a_2 + a_3 \leq 12$$

$$(나) \quad \sum_{k=1}^m a_k = 122$$

29. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x_1, x_2, x_3 의 모든 순서쌍 (x_1, x_2, x_3) 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $n=1, 2$ 일 때, $x_{n+1} - x_n \geq 2$ 이다.

(나) $x_3 \leq 10$

30. 최고차항의 계수가 1이고 $f(2)=3$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{ax-9}{x-1} & (x < 1) \\ f(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 직선 $y=t$ 가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 t 의 값의 집합은 $\{t \mid t = -1 \text{ 또는 } t \geq 3\}$ 이다.

$(g \circ g)(-1)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (1, 0)$, $\vec{b} = (1, 1)$ 에 대하여 벡터 $\vec{a} + 2\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{6x} - e^{4x}}{2x}$ 의 값은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 좌표공간의 두 점 $A(a, 4, -9)$, $B(1, 0, -3)$ 에 대하여 선분 AB를 3:1로 외분하는 점이 y 축 위에 있을 때, a 의 값은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 다음 조건을 만족시키는 두 자리의 자연수의 개수는? [3점]

(가) 2의 배수이다.
 (나) 십의 자리의 수는 6의 약수이다.

- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

2

수학 영역(가형)

5. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{2}{5}, \quad P(B^C) = \frac{3}{10}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{5}$$

일 때, $P(A^C | B^C)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

7. 다항식 $(2+x)^4(1+3x)^3$ 의 전개식에서 x 의 계수는? [3점]

- ① 174 ② 176 ③ 178 ④ 180 ⑤ 182

6. 곡선 $\pi x = \cos y + x \sin y$ 위의 점 $(0, \frac{\pi}{2})$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① $1 - \frac{5}{2}\pi$ ② $1 - 2\pi$ ③ $1 - \frac{3}{2}\pi$
④ $1 - \pi$ ⑤ $1 - \frac{\pi}{2}$

8. 함수 $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(e+h) - f(e-2h)}{h}$ 의 값은?
[3점]

- ① $-\frac{2}{e}$ ② $-\frac{3}{e^2}$ ③ $-\frac{1}{e}$ ④ $-\frac{2}{e^2}$ ⑤ $-\frac{3}{e^3}$

10. 1부터 7까지의 자연수 중에서 임의로 서로 다른 3개의 수를 선택한다. 선택된 3개의 수의 곱을 a , 선택되지 않은 4개의 수의 곱을 b 라 할 때, a 와 b 가 모두 짝수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{9}{14}$ ③ $\frac{5}{7}$ ④ $\frac{11}{14}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

9. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ 일 때, $\csc(\pi + \theta)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{5}{4}$ ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

11. 함수 $f(x) = (x^2 - 3)e^{-x}$ 의 극댓값과 극솟값을 각각 a, b 라 할 때, $a \times b$ 의 값은? [3점]

- ① $-12e^2$ ② $-12e$ ③ $-\frac{12}{e}$ ④ $-\frac{12}{e^2}$ ⑤ $-\frac{12}{e^3}$

12. 확률변수 X 가 평균이 m , 표준편차가 $\frac{m}{3}$ 인 정규분포를 따르고

$$P\left(X \leq \frac{9}{2}\right) = 0.9987$$

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

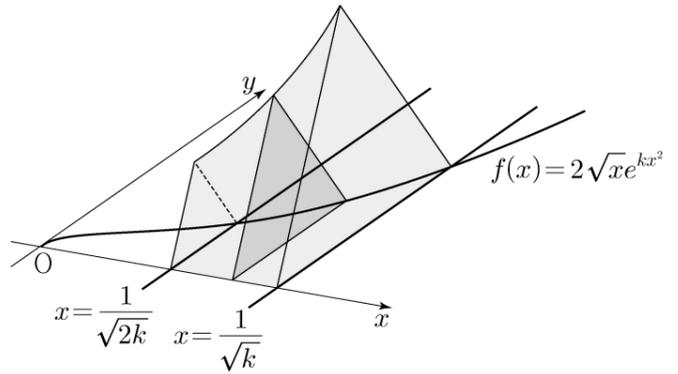
일 때, 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 m 의 값을 구한 것은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

13. 양수 k 에 대하여 두 곡선 $y = ke^x + 1$, $y = x^2 - 3x + 4$ 가 점 P에서 만나고, 점 P에서 두 곡선에 접하는 두 직선이 서로 수직일 때, k 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{1}{e^2}$ ③ $\frac{2}{e^2}$ ④ $\frac{2}{e^3}$ ⑤ $\frac{3}{e^3}$

14. 그림과 같이 양수 k 에 대하여 함수 $f(x) = 2\sqrt{x}e^{kx^2}$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x = \frac{1}{\sqrt{2k}}$, $x = \frac{1}{\sqrt{k}}$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형인 입체도형의 부피가 $\sqrt{3}(e^2 - e)$ 일 때, k 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

6

수학 영역(가형)

15. 함수 $y=e^x$ 의 그래프 위의 x 좌표가 양수인 점 A와 함수 $y=-\ln x$ 의 그래프 위의 점 B가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\overline{OA}=2\overline{OB}$
 (나) $\angle AOB=90^\circ$

직선 OA의 기울기는? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ① e ② $\frac{3}{\ln 3}$ ③ $\frac{2}{\ln 2}$ ④ $\frac{5}{\ln 5}$ ⑤ $\frac{e^2}{2}$

16. 좌표공간에 네 점 $A(3, 0, 0)$, $B(0, 3, 0)$, $C(0, 2, 1)$,

$D\left(0, -\frac{5}{2}, -2\right)$ 가 있다. 선분 CD를 2:1로 내분하는 점을 E라 할 때, 선분 AE의 평면 ABC 위로의 정사영의 길이는? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{6}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ④ $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{6}}{6}$

17. 두 함수 $f(x), g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)g(x) = x^4 - 1$ 이다.

(나) $\int_{-1}^1 \{f(x)\}^2 g'(x) dx = 120$

$\int_{-1}^1 x^3 f(x) dx$ 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

18. 빨간색 공 6개, 파란색 공 3개, 노란색 공 3개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내는 시행을 하여, 다음 규칙에 따라 세 사람 A, B, C가 점수를 얻는다. (단, 한 번 꺼낸 공은 다시 주머니에 넣지 않는다.)

- 빨간색 공이 나오면 A는 3점, B는 1점, C는 1점을 얻는다.
- 파란색 공이 나오면 A는 2점, B는 6점, C는 2점을 얻는다.
- 노란색 공이 나오면 A는 2점, B는 2점, C는 6점을 얻는다.

이 시행을 계속하여 얻은 점수의 합이 처음으로 24점 이상인 사람이 나오면 시행을 멈춘다. 다음은 얻은 점수의 합이 24점 이상인 사람이 A뿐일 확률을 구하는 과정이다.

꺼낸 빨간색 공의 개수를 x , 파란색 공의 개수를 y , 노란색 공의 개수를 z 라 할 때, 얻은 점수의 합이 24점 이상인 사람이 A뿐이기 위해서는 x, y, z 가 다음 조건을 만족시켜야 한다.

$$x = 6, 0 < y < 3, 0 < z < 3, y + z \geq 3$$

이 조건을 만족시키는 순서쌍 (x, y, z) 는

$$(6, 1, 2), (6, 2, 1), (6, 2, 2)$$

이다.

(i) $(x, y, z) = (6, 1, 2)$ 인 경우의 확률은 \square (가) 이다.

(ii) $(x, y, z) = (6, 2, 1)$ 인 경우의 확률은 \square (가) 이다.

(iii) $(x, y, z) = (6, 2, 2)$ 인 경우는 10번째 시행에서

빨간색 공이 나와야 하므로 그 확률은 \square (나) 이다.

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 확률은

$$2 \times \square \text{ (가)} + \square \text{ (나)} \text{ 이다.}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 할 때, $p+q$ 의 값은? [4점]

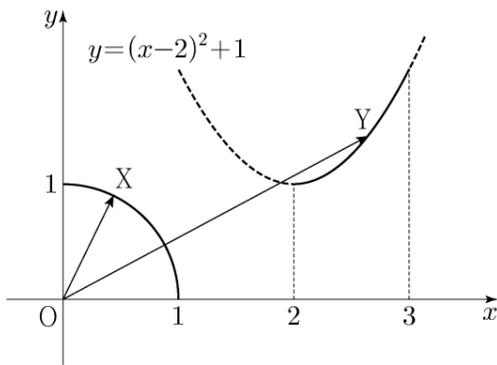
- ① $\frac{13}{110}$ ② $\frac{27}{220}$ ③ $\frac{7}{55}$ ④ $\frac{29}{220}$ ⑤ $\frac{3}{22}$

19. 좌표평면 위에 두 점 $A(1, 0)$, $B(0, 1)$ 이 있다. 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB 의 호 AB 위를 움직이는 점 X 와 함수 $y=(x-2)^2+1$ ($2 \leq x \leq 3$)의 그래프 위를 움직이는 점 Y 에 대하여

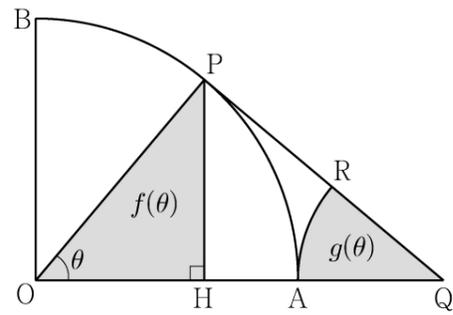
$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OY} - \overrightarrow{OX}$$

를 만족시키는 점 P 가 나타내는 영역을 R 라 하자. 점 O 로부터 영역 R 에 있는 점까지의 거리의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, M^2+m^2 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- ① $16-2\sqrt{5}$ ② $16-\sqrt{5}$ ③ 16
- ④ $16+\sqrt{5}$ ⑤ $16+2\sqrt{5}$



20. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB 가 있다. 호 AB 위의 점 P 에서 선분 OA 에 내린 수선의 발을 H , 점 P 에서 호 AB 에 접하는 직선과 직선 OA 의 교점을 Q 라 하자. 점 Q 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 \overline{QA} 인 원과 선분 PQ 의 교점을 R 라 하자. $\angle POA = \theta$ 일 때, 삼각형 OHP 의 넓이를 $f(\theta)$, 부채꼴 QRA 의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{g(\theta)}}{\theta \times f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



- ① $\frac{\sqrt{\pi}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{\pi}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ ⑤ $\sqrt{\pi}$

21. 좌표평면에서 두 점 $A(-2, 0)$, $B(2, 0)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 직사각형의 넓이의 최댓값은? [4점]

직사각형 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 값은 점 P 의 좌표가 $(0, 6)$ 일 때 최대이고 $(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$ 일 때 최소이다.

- ① $\frac{200}{19}$ ② $\frac{210}{19}$ ③ $\frac{220}{19}$ ④ $\frac{230}{19}$ ⑤ $\frac{240}{19}$

단답형

22. 확률변수 X 가 이항분포 $B(n, \frac{1}{4})$ 을 따르고 $V(X) = 6$ 일 때, n 의 값을 구하십시오. [3점]

23. 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 $t(t > 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = \frac{1}{2}e^{2(t-1)} - at, \quad y = be^{t-1}$$

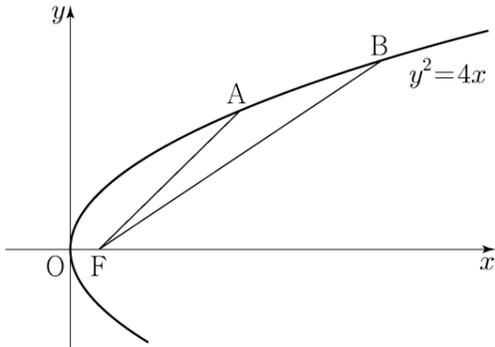
이다. 시각 $t=1$ 에서의 점 P 의 속도가 $\vec{v} = (-1, 2)$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하십시오. (단, a 와 b 는 상수이다.) [3점]

24. 정의역이 $\left\{x \mid -\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}\right\}$ 인 함수 $f(x) = \tan 2x$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $100 \times g'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수 $f(x) = 3\sin kx + 4x^3$ 의 그래프가 오직 하나의 변곡점을 가지도록 하는 실수 k 의 최댓값을 구하시오. [4점]

25. 어느 고등학교에서 1인 미디어 방송을 시청한 경험이 있는 학생의 비율을 알아보기 위하여 이 고등학교 학생 중 n 명을 임의추출하여 조사한 결과 90%가 시청한 경험이 있다고 답하였다. 이 결과를 이용하여 구한 이 고등학교 학생 전체의 1인 미디어 방송을 시청한 경험이 있는 학생의 비율 p 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $0.9 - c \leq p \leq 0.9 + c$ 이다. $c = 0.0294$ 일 때, n 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

27. 초점이 F인 포물선 $y^2 = 4x$ 위에 서로 다른 두 점 A, B가 있다. 두 점 A, B의 x 좌표는 1보다 큰 자연수이고 삼각형 AFB의 무게중심의 x 좌표가 6일 때, $\overline{AF} \times \overline{BF}$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]



28. 연필 7자루와 볼펜 4자루를 다음 조건을 만족시키도록 여학생 3명과 남학생 2명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 연필끼리는 서로 구별하지 않고, 볼펜끼리도 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- (가) 여학생이 각각 받는 연필의 개수는 서로 같고, 남학생이 각각 받는 볼펜의 개수도 서로 같다.
- (나) 여학생은 연필을 1자루 이상 받고, 볼펜을 받지 못하는 여학생이 있을 수 있다.
- (다) 남학생은 볼펜을 1자루 이상 받고, 연필을 받지 못하는 남학생이 있을 수 있다.

29. 좌표공간에서 원점 O 와 점 $A(4, 0, 0)$ 에 대하여
평면 $x+y+\sqrt{2}z=0$ 위의 점 P 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|\overrightarrow{OP}|$ 는 9 이하의 자연수이다.

(나) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AP} = 6$

$\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{OP}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f'(x^2+x+1) = \pi f(1) \sin \pi x + f(3)x + 5x^2$$

을 만족시킬 때, $f(7)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. $3^3 \div 81^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

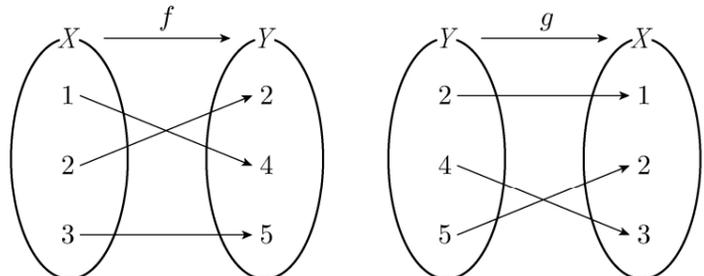
2. 자연수 전체의 집합의 두 부분집합

$$A = \{2, 3, 4\}, B = \{1, a\}$$

에 대하여 $n(A \cap B) = 1$ 이 되도록 하는 모든 a 의 값의 합은?
[2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

3. 그림은 두 함수 $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$(g \circ f)(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 실수 x 에 대한 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

$$p: |x - a| \leq 1,$$

$$q: x < 10$$

p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 정수 a 의 최댓값은?
[3점]

- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

2

수학 영역(나형)

5. 다음 조건을 만족시키는 두 자리의 자연수의 개수는? [3점]

(가) 2의 배수이다.

(나) 십의 자리의 수는 6의 약수이다.

- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

6. $\int_0^2 (3x^2 + 6x) dx$ 의 값은? [3점]

- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

7. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = a_3 + 8, \quad 2a_4 - 3a_6 = 3$$

일 때, $a_k < 0$ 을 만족시키는 자연수 k 의 최솟값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

8. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{7}{10}, \quad P(A \cup B) = \frac{9}{10}$$

일 때, $P(B^C | A^C)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

9. 정의역이 $\{x | x > a\}$ 인 함수 $y = \sqrt{2x - 2a} - a^2 + 4$ 의 그래프가 오직 하나의 사분면을 지나도록 하는 실수 a 의 최댓값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

10. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여
부등식

$$\sqrt{9n^2 + 4} < \sqrt{na_n} < 3n + 2$$

를 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

11. 0이 아닌 실수 k 에 대하여 함수 $y = \frac{k}{x-1} + 5$ 의 그래프가 점 $(5, 3a)$ 를 지나고 두 점근선의 교점의 좌표가 $(1, 2a+1)$ 일 때, k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. $\sum_{k=1}^9 (k+1)^2 - \sum_{k=1}^{10} (k-1)^2$ 의 값은? [3점]

- ① 91 ② 93 ③ 95 ④ 97 ⑤ 99

13. 확률변수 X 가 평균이 m , 표준편차가 $\frac{m}{3}$ 인 정규분포를 따르고

$$P\left(X \leq \frac{9}{2}\right) = 0.9987$$

일 때, 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 m 의 값을 구한 것은? [3점]

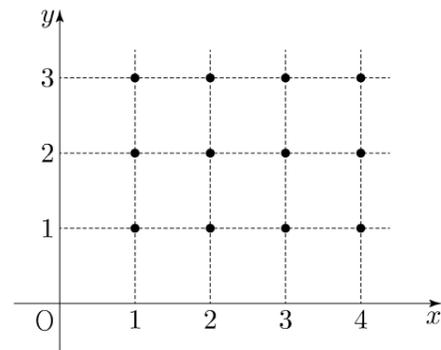
z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

14. 다음 조건을 만족시키는 좌표평면 위의 점 (a, b) 중에서 임의로 서로 다른 두 점을 선택할 때, 선택된 두 점 사이의 거리가 1보다 클 확률은? [4점]

- (가) a, b 는 자연수이다.
 (나) $1 \leq a \leq 4, 1 \leq b \leq 3$

- ① $\frac{41}{66}$ ② $\frac{43}{66}$ ③ $\frac{15}{22}$ ④ $\frac{47}{66}$ ⑤ $\frac{49}{66}$



6

수학 영역(나형)

15. 함수 $f(x) = x^2 - 2x$ 에 대하여 두 곡선 $y = f(x)$,
 $y = -f(x-1) - 1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

16. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1} = 2$$

를 만족시킨다. $f(1) \leq 12$ 일 때, $f(2)$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 27 ② 30 ③ 33 ④ 36 ⑤ 39

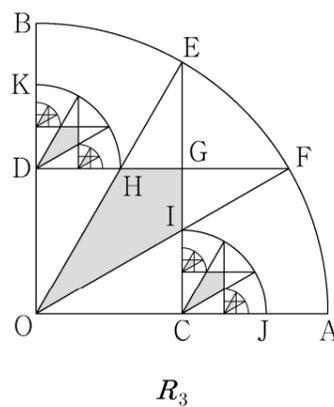
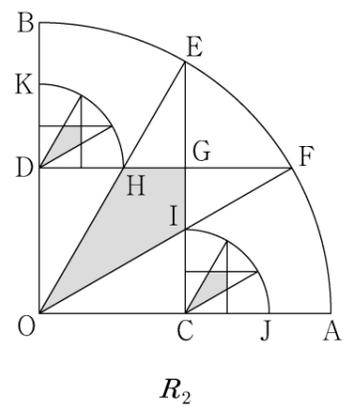
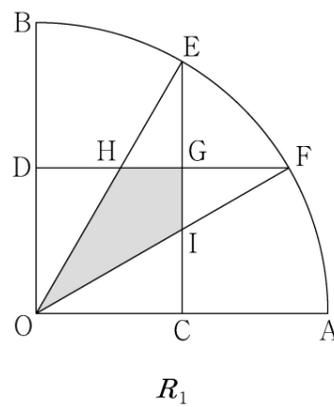
17. 함수 $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 3(a^2 - 1)x$ 의 극댓값이 4이고 $f(-2) > 0$ 일 때, $f(-1)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

18. 그림과 같이 중심이 O , 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 OAB 가 있다. 선분 OA 의 중점을 C , 선분 OB 의 중점을 D 라 하자. 점 C 를 지나고 선분 OB 와 평행한 직선이 호 AB 와 만나는 점을 E , 점 D 를 지나고 선분 OA 와 평행한 직선이 호 AB 와 만나는 점을 F 라 하자. 선분 CE 와 선분 DF 가 만나는 점을 G , 선분 OE 와 선분 DF 가 만나는 점을 H , 선분 OF 와 선분 CE 가 만나는 점을 I 라 하자. 사각형 $OIGH$ 를 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 중심이 C , 반지름의 길이가 \overline{CI} , 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 CJI 와 중심이 D , 반지름의 길이가 \overline{DH} , 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 DHK 를 그린다. 두 부채꼴 CJI , DHK 에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 두 개의 사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{2(3-\sqrt{3})}{5}$ ② $\frac{7(3-\sqrt{3})}{15}$ ③ $\frac{8(3-\sqrt{3})}{15}$
 ④ $\frac{3(3-\sqrt{3})}{5}$ ⑤ $\frac{2(3-\sqrt{3})}{3}$

19. 함수 $f(x) = 4x^4 + 4x^3$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k} f\left(\frac{k}{n}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

20. 빨간색 공 6개, 파란색 공 3개, 노란색 공 3개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내는 시행을 하여, 다음 규칙에 따라 세 사람 A, B, C가 점수를 얻는다. (단, 한 번 꺼낸 공은 다시 주머니에 넣지 않는다.)

- 빨간색 공이 나오면 A는 3점, B는 1점, C는 1점을 얻는다.
- 파란색 공이 나오면 A는 2점, B는 6점, C는 2점을 얻는다.
- 노란색 공이 나오면 A는 2점, B는 2점, C는 6점을 얻는다.

이 시행을 계속하여 얻은 점수의 합이 처음으로 24점 이상인 사람이 나오면 시행을 멈춘다. 다음은 얻은 점수의 합이 24점 이상인 사람이 A뿐일 확률을 구하는 과정이다.

꺼낸 빨간색 공의 개수를 x , 파란색 공의 개수를 y , 노란색 공의 개수를 z 라 할 때, 얻은 점수의 합이 24점 이상인 사람이 A뿐이기 위해서는 x, y, z 가 다음 조건을 만족시켜야 한다.

$$x = 6, 0 < y < 3, 0 < z < 3, y + z \geq 3$$

이 조건을 만족시키는 순서쌍 (x, y, z) 는

$$(6, 1, 2), (6, 2, 1), (6, 2, 2)$$

이다.

(i) $(x, y, z) = (6, 1, 2)$ 인 경우의 확률은 이다.

(ii) $(x, y, z) = (6, 2, 1)$ 인 경우의 확률은 이다.

(iii) $(x, y, z) = (6, 2, 2)$ 인 경우는 10번째 시행에서

빨간색 공이 나와야 하므로 그 확률은 이다.

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 확률은

$$2 \times \text{} + \text{}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 할 때, $p+q$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{13}{110}$ ② $\frac{27}{220}$ ③ $\frac{7}{55}$ ④ $\frac{29}{220}$ ⑤ $\frac{3}{22}$

21. 함수 $f(x) = x^3 + x^2 + ax + b$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = f(x) + (x-1)f'(x)$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, a, b 는 상수이다.) [4점]

— <보 기> —

ㄱ. 함수 $h(x)$ 가 $h(x) = (x-1)f(x)$ 이면 $h'(x) = g(x)$ 이다.

ㄴ. 함수 $f(x)$ 가 $x = -1$ 에서 극값 0을 가지면

$$\int_0^1 g(x) dx = -1 \text{이다.}$$

ㄷ. $f(0) = 0$ 이면 방정식 $g(x) = 0$ 은 열린 구간 $(0, 1)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. ${}_8C_6$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x)$ 가 $x = 2$ 에서 연속이고

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = a+2, \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3a-2$$

를 만족시킬 때, $a+f(2)$ 의 값을 구하시오.
(단, a 는 상수이다.) [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} + a_n = 3n - 1$$

을 만족시킨다. $a_3 = 4$ 일 때, $a_1 + a_5$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 어느 음식점을 방문한 고객의 주문 대기 시간은 평균이 m 분, 표준편차가 σ 분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 음식점을 방문한 고객 중 64명을 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여, 이 음식점을 방문한 고객의 주문 대기 시간의 평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $a \leq m \leq b$ 이다. $b - a = 4.9$ 일 때, σ 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

26. n 이 자연수일 때, x 에 대한 이차방정식

$$x^2 - (2n-1)x + n(n-1) = 0$$

의 두 근을 α_n, β_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{81} \frac{1}{\sqrt{\alpha_n} + \sqrt{\beta_n}}$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 곡선 $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 3$ 과 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 k 의 값의 곱을 구하시오. [4점]

28. 네 양수 a, b, c, k 가 다음 조건을 만족시킬 때, k^2 의 값을 구하시오. [4점]

(가) $3^a = 5^b = k^c$

(나) $\log c = \log(2ab) - \log(2a + b)$

29. 연필 7자루와 볼펜 4자루를 다음 조건을 만족시키도록 여학생 3명과 남학생 2명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 연필끼리는 서로 구별하지 않고, 볼펜끼리도 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- (가) 여학생이 각각 받는 연필의 개수는 서로 같고, 남학생이 각각 받는 볼펜의 개수도 서로 같다.
 (나) 여학생은 연필을 1자루 이상 받고, 볼펜을 받지 못하는 여학생이 있을 수 있다.
 (다) 남학생은 볼펜을 1자루 이상 받고, 연필을 받지 못하는 남학생이 있을 수 있다.

30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 네 개의 수 $f(-1), f(0), f(1), f(2)$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$ 에서의 접선과 점 $(2, f(2))$ 에서의 접선이 점 $(k, 0)$ 에서 만난다. $f(2k)=20$ 일 때, $f(4k)$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 상수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(가형)

출수형

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (3, 1)$, $\vec{b} = (-2, 4)$ 에 대하여 벡터 $\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x}{e^{4x} - e^{2x}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 좌표공간의 두 점 $A(2, 0, 1)$, $B(3, 2, 0)$ 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점의 좌표가 $(0, a, 0)$ 일 때, a 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. $\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^4$ 의 전개식에서 x 의 계수는? [3점]

- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

5. 곡선 $x^2 - 3xy + y^2 = x$ 위의 점 $(1, 0)$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

6. 흰 공 3개, 검은 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다.
이 주머니에서 임의로 네 개의 공을 동시에 꺼낼 때,
흰 공 2개와 검은 공 2개가 나올 확률은? [3점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{16}{35}$ ③ $\frac{18}{35}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{22}{35}$

7. $0 < x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $4\cos^2 x - 1 = 0$ 과

부등식 $\sin x \cos x < 0$ 을 동시에 만족시키는 모든 x 의 값의
합은? [3점]

- ① 2π ② $\frac{7}{3}\pi$ ③ $\frac{8}{3}\pi$ ④ 3π ⑤ $\frac{10}{3}\pi$

8. $\int_e^{e^2} \frac{\ln x - 1}{x^2} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{e+2}{e^2}$ ② $\frac{e+1}{e^2}$ ③ $\frac{1}{e}$ ④ $\frac{e-1}{e^2}$ ⑤ $\frac{e-2}{e^2}$

10. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$ 라

하자. $\tan(\alpha + \beta) = -\frac{3}{2}$ 일 때, $\tan \alpha$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{21}{10}$ ② $\frac{11}{5}$ ③ $\frac{23}{10}$ ④ $\frac{12}{5}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

9. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($0 < t < \frac{\pi}{2}$)에서의 위치 (x, y) 가

$$x = t + \sin t \cos t, \quad y = \tan t$$

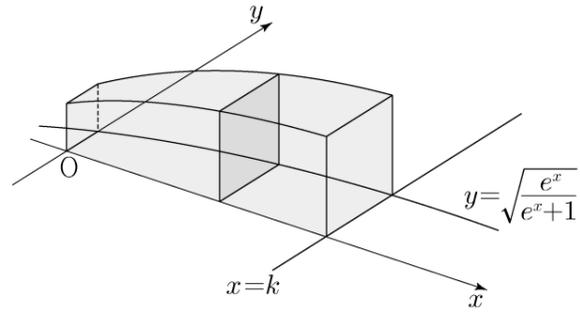
이다. $0 < t < \frac{\pi}{2}$ 에서 점 P의 속력의 최솟값은? [3점]

- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

11. 곡선 $y = ax^2 - 2\sin 2x$ 가 변곡점을 갖도록 하는 정수 a 의 개수는? [3점]

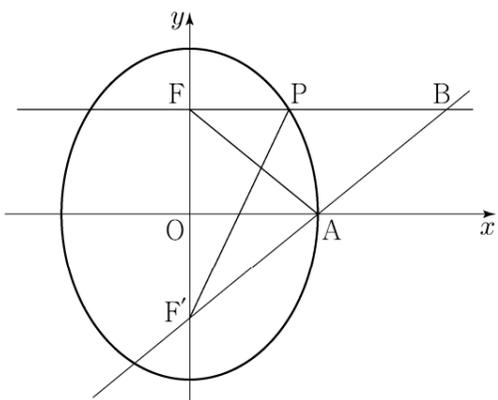
- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

12. 그림과 같이 양수 k 에 대하여 곡선 $y = \sqrt{\frac{e^x}{e^x+1}}$ 과 x 축, y 축 및 직선 $x=k$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피가 $\ln 7$ 일 때, k 의 값은? [3점]



- ① $\ln 11$ ② $\ln 13$ ③ $\ln 15$ ④ $\ln 17$ ⑤ $\ln 19$

13. 그림과 같이 두 점 $F(0, c)$, $F'(0, -c)$ 를 초점으로 하는 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{25} = 1$ 이 x 축과 만나는 점 중에서 x 좌표가 양수인 점을 A 라 하자. 직선 $y=c$ 가 직선 AF' 과 만나는 점을 B , 직선 $y=c$ 가 타원과 만나는 점 중 x 좌표가 양수인 점을 P 라 하자. 삼각형 BPF' 의 둘레의 길이와 삼각형 BFA 의 둘레의 길이의 차이가 4일 때, 삼각형 $AF'F$ 의 넓이는? (단, $0 < a < 5, c > 0$) [3점]



- ① $5\sqrt{6}$ ② $\frac{9\sqrt{6}}{2}$ ③ $4\sqrt{6}$
 ④ $\frac{7\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $3\sqrt{6}$

14. 숫자 1이 적혀 있는 공 10개, 숫자 2가 적혀 있는 공 20개, 숫자 3이 적혀 있는 공 30개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 10번 반복하여 확인한 10개의 수의 합을 확률변수 Y 라 하자. 다음은 확률변수 Y 의 평균 $E(Y)$ 와 분산 $V(Y)$ 를 구하는 과정이다.

주머니에 들어 있는 60개의 공을 모집단으로 하자. 이 모집단에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 이 공에 적혀 있는 수를 확률변수 X 라 하면 X 의 확률분포, 즉 모집단의 확률분포는 다음 표와 같다.

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1

따라서 모평균 m 과 모분산 σ^2 은

$$m = E(X) = \frac{7}{3}, \quad \sigma^2 = V(X) = \boxed{\text{(가)}}$$

이다.

모집단에서 크기가 10인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} 라 하면

$$E(\bar{X}) = \frac{7}{3}, \quad V(\bar{X}) = \boxed{\text{(나)}}$$

이다.

주머니에서 n 번째 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 X_n 이라 하면

$$Y = \sum_{n=1}^{10} X_n = 10\bar{X}$$

이므로

$$E(Y) = \frac{70}{3}, \quad V(Y) = \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 라 할 때, $p+q+r$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{31}{6}$ ② $\frac{11}{2}$ ③ $\frac{35}{6}$ ④ $\frac{37}{6}$ ⑤ $\frac{13}{2}$

15. 지수함수 $y=a^x$ ($a > 1$)의 그래프와 직선 $y=\sqrt{3}$ 이
만나는 점을 A라 하자. 점 B(4, 0)에 대하여 직선 OA와
직선 AB가 서로 수직이 되도록 하는 모든 a 의 값의 곱은?
(단, O는 원점이다.) [4점]

- ① $3^{\frac{1}{3}}$ ② $3^{\frac{2}{3}}$ ③ 3 ④ $3^{\frac{4}{3}}$ ⑤ $3^{\frac{5}{3}}$

16. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든
순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [4점]

- (가) $a+b+c-d=9$
(나) $d \leq 4$ 이고 $c \geq d$ 이다.

- ① 265 ② 270 ③ 275 ④ 280 ⑤ 285

17. 평면에 한 변의 길이가 10인 정삼각형 ABC가 있다.
 $\overline{PB} - \overline{PC} = 2$ 를 만족시키는 점 P에 대하여 선분 PA의
 길이가 최소일 때, 삼각형 PBC의 넓이는? [4점]

- ① $20\sqrt{3}$ ② $21\sqrt{3}$ ③ $22\sqrt{3}$
 ④ $23\sqrt{3}$ ⑤ $24\sqrt{3}$

18. 확률변수 X 는 정규분포 $N(10, 2^2)$, 확률변수 Y 는
 정규분포 $N(m, 2^2)$ 을 따르고, 확률변수 X 와 Y 의
 확률밀도함수는 각각 $f(x)$ 와 $g(x)$ 이다.

$$f(12) \leq g(20)$$

을 만족시키는 m 에 대하여
 $P(21 \leq Y \leq 24)$ 의 최댓값을 오른쪽
 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

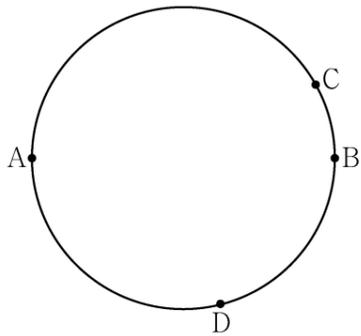
z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.5328 ② 0.6247 ③ 0.7745
 ④ 0.8185 ⑤ 0.9104

19. 한 원 위에 있는 서로 다른 네 점 A, B, C, D가 다음 조건을 만족시킬 때, $|\overrightarrow{AD}|^2$ 의 값은? [4점]

(가) $|\overrightarrow{AB}| = 8, \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$
 (나) $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BC}$

- ① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40



20. 한 개의 동전을 7번 던질 때, 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

(가) 앞면이 3번 이상 나온다.
 (나) 앞면이 연속해서 나오는 경우가 있다.

- ① $\frac{11}{16}$ ② $\frac{23}{32}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{25}{32}$ ⑤ $\frac{13}{16}$

21. 실수 t 에 대하여 곡선 $y=e^x$ 위의 점 (t, e^t) 에서의 접선의 방정식을 $y=f(x)$ 라 할 때, 함수 $y=|f(x)+k-\ln x|$ 가 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 실수 k 의 최솟값을 $g(t)$ 라 하자. 두 실수 $a, b(a < b)$ 에 대하여 $\int_a^b g(t)dt = m$ 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $m < 0$ 이 되도록 하는 두 실수 $a, b(a < b)$ 가 존재한다.
 ㄴ. 실수 c 에 대하여 $g(c) = 0$ 이면 $g(-c) = 0$ 이다.
 ㄷ. $a = \alpha, b = \beta(\alpha < \beta)$ 일 때 m 의 값이 최소이면 $\frac{1+g'(\beta)}{1+g'(\alpha)} < -e^2$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

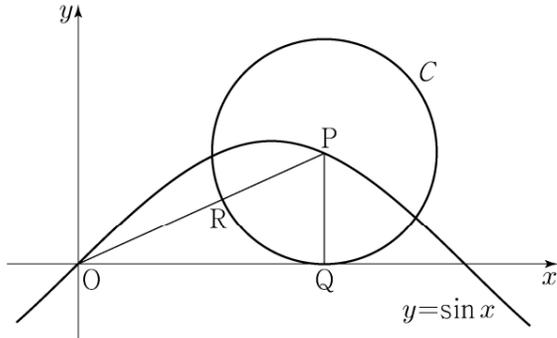
22. 함수 $f(x) = x^3 \ln x$ 에 대하여 $\frac{f'(e)}{e^2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 확률변수 X 가 이항분포 $B(80, p)$ 를 따르고 $E(X) = 20$ 일 때, $V(X)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 좌표평면에서 곡선 $y = \sin x$ 위의 점 $P(t, \sin t)$ ($0 < t < \pi$)를 중심으로 하고 x 축에 접하는 원을 C 라 하자. 원 C 가 x 축에 접하는 점을 Q , 선분 OP 와 만나는 점을 R 라 하자.

$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\overline{OQ}}{\overline{OR}} = a + b\sqrt{2}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.

(단, O 는 원점이고, a, b 는 정수이다.) [3점]



25. 한 개의 주사위를 5번 던질 때 홀수의 눈이 나오는 횟수를 a 라 하고, 한 개의 동전을 4번 던질 때 앞면이 나오는 횟수를 b 라 하자. $a - b$ 의 값이 3일 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

26. 함수 $f(x) = (x^2 + 2)e^{-x}$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가 미분가능하고

$$g\left(\frac{x+8}{10}\right) = f^{-1}(x), \quad g(1) = 0$$

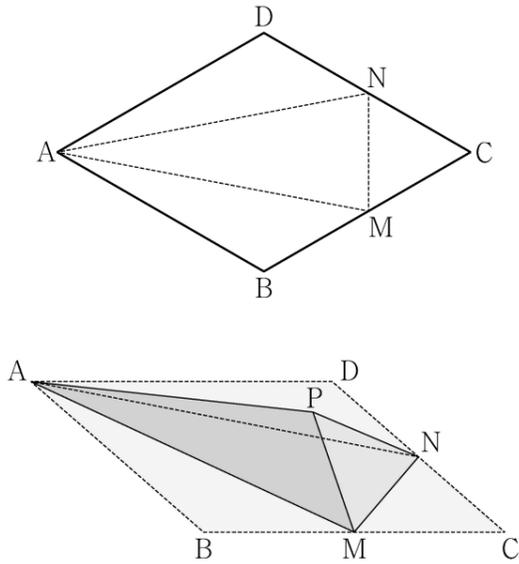
을 만족시킬 때, $|g'(1)|$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 그림과 같이 한 변의 길이가 4이고 $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$ 인

마름모 ABCD 모양의 종이가 있다. 변 BC와 변 CD의 중점을 각각 M과 N이라 할 때, 세 선분 AM, AN, MN을 접는 선으로 하여 사면체 PAMN이 되도록 종이를 접었다.

삼각형 AMN의 평면 PAM 위로의 정사영의 넓이는 $\frac{q}{p}\sqrt{3}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 종이의 두께는 고려하지 않으며 P는 종이를 접었을 때 세 점 B, C, D가 합쳐지는 점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



28. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 중복을 허락하여 다섯 개를 다음 조건을 만족시키도록 선택한 후, 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 다섯 자리의 자연수의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) 각각의 홀수는 선택하지 않거나 한 번만 선택한다.
- (나) 각각의 짝수는 선택하지 않거나 두 번만 선택한다.

29. 좌표공간에서 두 점 $A(3, -3, 3)$, $B(-2, 7, -2)$ 에 대하여 선분 AB 를 포함하고 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 에 접하는 두 평면을 α , β 라 하자. 두 평면 α , β 와 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 의 접점을 각각 C , D 라 할 때, 사면체 $ABCD$ 의 부피는 $\frac{q}{p}\sqrt{3}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 양의 실수 t 에 대하여 곡선 $y = t^3 \ln(x-t)$ 가 곡선 $y = 2e^{x-a}$ 과 오직 한 점에서 만나도록 하는 실수 a 의 값을 $f(t)$ 라 하자. $\left\{f'\left(\frac{1}{3}\right)\right\}^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(나형)

출수형

5지선다형

1. 16×2^{-3} 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

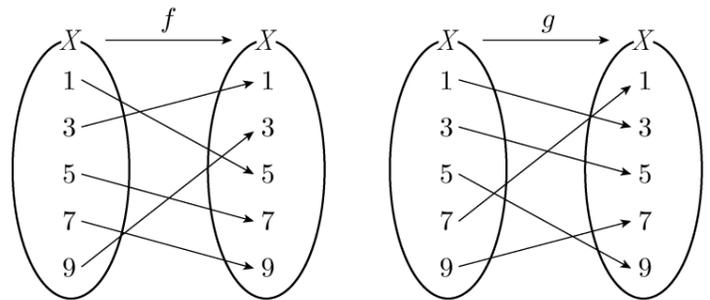
2. 두 집합 $A = \{a+2, 6\}$, $B = \{3, b-1\}$ 에 대하여 $A=B$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수이다.) [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n^2+4}}{5n-2}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

4. 그림은 두 함수 $f: X \rightarrow X$, $g: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$(g \circ f)(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

5. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A^c) = \frac{2}{3}, \quad P(A^c \cap B) = \frac{1}{4}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

6. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : x = a,$$

$$q : 3x^2 - ax - 32 = 0$$

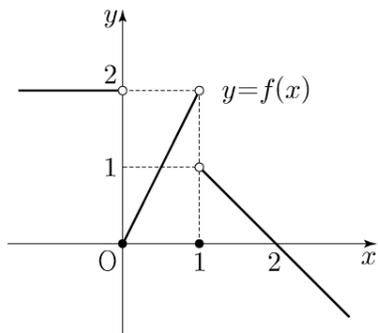
에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 함수 $f(x) = \frac{k}{x-3} + 1$ 에 대하여 $f^{-1}(7) = 4$ 일 때, 상수 k 의 값은? (단, $k \neq 0$) [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

8. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

9. 어느 학교 학생 200명을 대상으로 체험활동에 대한 선호도를 조사하였다. 이 조사에 참여한 학생은 문화체험과 생태연구 중 하나를 선택하였고, 각각의 체험활동을 선택한 학생의 수는 다음과 같다.

(단위: 명)

구분	문화체험	생태연구	합계
남학생	40	60	100
여학생	50	50	100
합계	90	110	200

이 조사에 참여한 학생 200명 중에서 임의로 선택한 1명이 생태연구를 선택한 학생일 때, 이 학생이 여학생일 확률은? [3점]

- ① $\frac{5}{11}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{6}{11}$ ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

10. 함수 $y = \sqrt{4-2x} + 3$ 의 역함수의 그래프와

직선 $y = -x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k 의 최솟값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

11. 함수 $f(x) = 4x^3 + x$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} f\left(\frac{2k}{n}\right)$ 의 값은?
[3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

12. 함수 $f(x) = -x^4 + 8a^2x^2 - 1$ 이 $x = b$ 와 $x = 2 - 2b$ 에서
극대일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 $a > 0, b > 1$ 인 상수이다.)
[3점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

13. 어느 농장에서 수확하는 파프리카 1개의 무게는 평균이 180g, 표준편차가 20g인 정규분포를 따른다고 한다.

이 농장에서 수확한 파프리카 중에서 임의로 선택한 파프리카 1개의 무게가 190g 이상이고 210g 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.0440 ② 0.0919 ③ 0.1359
 ④ 0.1498 ⑤ 0.2417

14. 상수항과 계수가 모두 정수인 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 최댓값은? [4점]

(가) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)g(x)}{x^3} = 2$
 (나) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)g(x)}{x^2} = -4$

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

15. 첫째항이 50이고 공차가 -4 인 등차수열의 첫째항부터

제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $\sum_{k=m}^{m+4} S_k$ 의 값이 최대가 되도록 하는 자연수 m 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

16. 숫자 1이 적혀 있는 공 10개, 숫자 2가 적혀 있는 공 20개, 숫자 3이 적혀 있는 공 30개가 들어 있는 주머니가 있다.

이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 10번 반복하여 확인한 10개의 수의 합을 확률변수 Y 라 하자. 다음은 확률변수 Y 의 평균 $E(Y)$ 와 분산 $V(Y)$ 를 구하는 과정이다.

주머니에 들어 있는 60개의 공을 모집단으로 하자. 이 모집단에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 이 공에 적혀 있는 수를 확률변수 X 라 하면 X 의 확률분포, 즉 모집단의 확률분포는 다음 표와 같다.

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1

따라서 모평균 m 과 모분산 σ^2 은

$$m = E(X) = \frac{7}{3}, \quad \sigma^2 = V(X) = \boxed{\text{(가)}}$$

이다.

모집단에서 크기가 10인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} 라 하면

$$E(\bar{X}) = \frac{7}{3}, \quad V(\bar{X}) = \boxed{\text{(나)}}$$

이다.

주머니에서 n 번째 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 X_n 이라 하면

$$Y = \sum_{n=1}^{10} X_n = 10\bar{X}$$

이므로

$$E(Y) = \frac{70}{3}, \quad V(Y) = \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p , q , r 라 할 때, $p+q+r$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{31}{6}$ ② $\frac{11}{2}$ ③ $\frac{35}{6}$ ④ $\frac{37}{6}$ ⑤ $\frac{13}{2}$

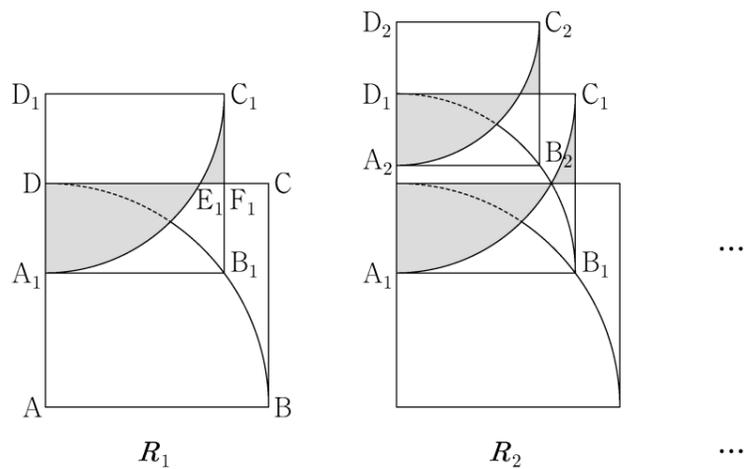
17. 자연수 n 의 양의 약수의 개수를 $f(n)$ 이라 하고, 36의 모든 양의 약수를 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_9$ 라 하자.

$$\sum_{k=1}^9 \{(-1)^{f(a_k)} \times \log a_k\}$$
의 값은? [4점]

- ① $\log 2 + \log 3$
- ② $2\log 2 + \log 3$
- ③ $\log 2 + 2\log 3$
- ④ $2\log 2 + 2\log 3$
- ⑤ $3\log 2 + 2\log 3$

18. 그림과 같이 한 변의 길이가 5인 정사각형 ABCD에 중심이 A이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 ABD를 그린다. 선분 AD를 3:2로 내분하는 점을 A_1 , 점 A_1 을 지나고 선분 AB에 평행한 직선이 호 BD와 만나는 점을 B_1 이라 하자. 선분 A_1B_1 을 한 변으로 하고 선분 DC와 만나도록 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 을 그린 후, 중심이 D_1 이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 $D_1A_1C_1$ 을 그린다. 선분 DC가 호 A_1C_1 , 선분 B_1C_1 과 만나는 점을 각각 E_1, F_1 이라 하고, 두 선분 DA_1, DE_1 과 호 A_1E_1 로 둘러싸인 부분과 두 선분 E_1F_1, F_1C_1 과 호 E_1C_1 로 둘러싸인 부분인 \curvearrowright 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에 중심이 A_1 이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 $A_1B_1D_1$ 을 그린다. 선분 A_1D_1 을 3:2로 내분하는 점을 A_2 , 점 A_2 를 지나고 선분 A_1B_1 에 평행한 직선이 호 B_1D_1 과 만나는 점을 B_2 라 하자. 선분 A_2B_2 를 한 변으로 하고 선분 D_1C_1 과 만나도록 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린 후, 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에 \curvearrowright 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{50}{3} \left(3 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{6} \right)$
- ② $\frac{100}{9} \left(3 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{3} \right)$
- ③ $\frac{50}{3} \left(2 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{3} \right)$
- ④ $\frac{100}{9} \left(3 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{6} \right)$
- ⑤ $\frac{100}{9} \left(2 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{3} \right)$

19. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 중복을 허락하여 다섯 개를 다음 조건을 만족시키도록 선택한 후, 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 다섯 자리의 자연수의 개수는? [4점]

(가) 각각의 홀수는 선택하지 않거나 한 번만 선택한다.
 (나) 각각의 짝수는 선택하지 않거나 두 번만 선택한다.

- ① 450 ② 445 ③ 440 ④ 435 ⑤ 430

20. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x & (x \leq 0) \\ x-1 & (0 < x \leq 2) \\ 2x-3 & (x > 2) \end{cases}$$

와 상수가 아닌 다항식 $p(x)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

- ㄱ. 함수 $p(x)f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이면 $p(0)=0$ 이다.
 ㄴ. 함수 $p(x)f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하면 $p(2)=0$ 이다.
 ㄷ. 함수 $p(x)\{f(x)\}^2$ 이 실수 전체의 집합에서 미분가능하면 $p(x)$ 는 $x^2(x-2)^2$ 으로 나누어떨어진다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $a_{2n} = a_n - 1$
 (나) $a_{2n+1} = 2a_n + 1$

$a_{20} = 1$ 일 때, $\sum_{n=1}^{63} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 704 ② 712 ③ 720 ④ 728 ⑤ 736

단답형

22. ${}_7P_2 + {}_7C_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{a_{16}}{a_{14}} + \frac{a_8}{a_7} = 12$$

일 때, $\frac{a_3}{a_1} + \frac{a_6}{a_3}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 확률변수 X 가 이항분포 $B(80, p)$ 를 따르고 $E(X) = 20$ 일 때,
 $V(X)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 자연수 n 에 대하여 다항식 $2x^2 - 3x + 1$ 을 $x - n$ 으로
 나누었을 때의 나머지를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^7 (a_n - n^2 + n)$ 의
 값을 구하시오. [3점]

26. 두 함수

$$f(x) = \frac{1}{3}x(4-x), \quad g(x) = |x-1| - 1$$

- 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 할 때, $4S$ 의 값을
 구하시오. [4점]

27. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 위치 x_1, x_2 가

$$x_1 = t^3 - 2t^2 + 3t, \quad x_2 = t^2 + 12t$$

이다. 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하시오. [4점]

28. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t) dt = \frac{x-1}{2} \{f(x) + f(1)\} \text{ 이다.}$$

(나) $\int_0^2 f(x) dx = 5 \int_{-1}^1 x f(x) dx$

$f(0)=1$ 일 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 세 명의 학생 A, B, C에게 같은 종류의 사탕 6개와 같은 종류의 초콜릿 5개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. [4점]

- (가) 학생 A가 받는 사탕의 개수는 1 이상이다.
 (나) 학생 B가 받는 초콜릿의 개수는 1 이상이다.
 (다) 학생 C가 받는 사탕의 개수와 초콜릿의 개수의 합은 1 이상이다.

30. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $f(x)-x=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
 (나) 방정식 $f(x)+x=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

$f(0)=0$, $f'(1)=1$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. $\sqrt[3]{8} \times 4^{\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{9n^2 + 12n} - 3n)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 첫째항이 1이고 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 = a_2 + 6$$

일 때, a_4 의 값은? [2점]

- ① 18 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 30

4. 6개의 문자 a, a, a, b, b, c 를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는? [3점]

- ① 52 ② 56 ③ 60 ④ 64 ⑤ 68

5. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n} = 10$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 2a_n^2 + 3n^2}{a_n^2 + n^2}$ 의

값은? [3점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

6. 두 양수 a, b 에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $(2, \log_4 a)$, $(3, \log_2 b)$ 를 지나는 직선이 원점을 지날 때, $\log_a b$ 의 값은?
(단, $a \neq 1$) [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

7. 함수

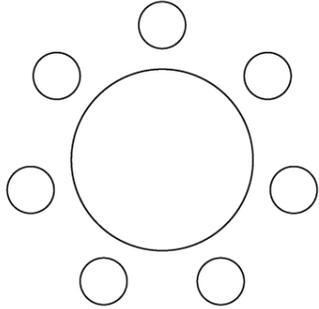
$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \times \left(\frac{x}{4}\right)^{2n+1} - 1}{\left(\frac{x}{4}\right)^{2n} + 3}$$

에 대하여 $f(k) = -\frac{1}{3}$ 을 만족시키는 정수 k 의 개수는? [3점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

8. 1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 3명이 있다. 이 7명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, 1학년 학생끼리 이웃하고 2학년 학생끼리 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

- ① 96 ② 100 ③ 104 ④ 108 ⑤ 112



9. 함수

$$f(x) = 2\log_{\frac{1}{2}}(x+k)$$

가 닫힌구간 $[0, 12]$ 에서 최댓값 -4 , 최솟값 m 을 갖는다. $k+m$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

10. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$(e^{2x} - 1)^2 f(x) = a - 4\cos\frac{\pi}{2}x$$

를 만족시킬 때, $a \times f(0)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① $\frac{\pi^2}{6}$ ② $\frac{\pi^2}{5}$ ③ $\frac{\pi^2}{4}$ ④ $\frac{\pi^2}{3}$ ⑤ $\frac{\pi^2}{2}$

11. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \frac{f(x)}{(e^x + 1)^2}$$

라 하자. $f'(0) - f(0) = 2$ 일 때, $g'(0)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

12. 자연수 n 이 $2 \leq n \leq 11$ 일 때, $-n^2 + 9n - 18$ 의 n 제곱근 중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n 의 값의 합은?

[3점]

- ① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

13. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 할 때, $|a-3|+|b-3|=2$ 이거나 $a=b$ 일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

14. $0 \leq \theta < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 이차방정식

$$x^2 - (2\sin\theta)x - 3\cos^2\theta - 5\sin\theta + 5 = 0$$

이 실근을 갖도록 하는 θ 의 최솟값과 최댓값을 각각 α, β 라 하자. $4\beta - 2\alpha$ 의 값은? [4점]

- ① 3π ② 4π ③ 5π ④ 6π ⑤ 7π

6

수학 영역(가형)

15. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = (2^{2n} - 1) \times 2^{n(n-1)} + (n-1) \times 2^{-n}$$

이다. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = 2^{n(n+1)} - (n+1) \times 2^{-n} \dots\dots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=1$ 일 때, (좌변)=3, (우변)=3이므로

(*)이 성립한다.

(ii) $n=m$ 일 때, (*)이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m a_k = 2^{m(m+1)} - (m+1) \times 2^{-m}$$

이다. $n=m+1$ 일 때,

$$\sum_{k=1}^{m+1} a_k = 2^{m(m+1)} - (m+1) \times 2^{-m}$$

$$+ (2^{2m+2} - 1) \times \boxed{\text{(가)}} + m \times 2^{-m-1}$$

$$= \boxed{\text{(가)}} \times \boxed{\text{(나)}} - \frac{m+2}{2} \times 2^{-m}$$

$$= 2^{(m+1)(m+2)} - (m+2) \times 2^{-(m+1)}$$

이다. 따라서 $n=m+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = 2^{n(n+1)} - (n+1) \times 2^{-n}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$ 이라 할 때,

$\frac{g(7)}{f(3)}$ 의 값은? [4점]

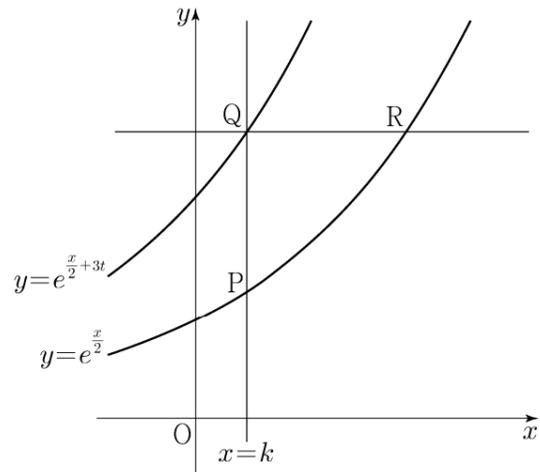
- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

16. 양수 t 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 실수 k 의 값을 $f(t)$ 라 하자.

직선 $x=k$ 와 두 곡선 $y=e^{\frac{x}{2}}$, $y=e^{\frac{x}{2}+3t}$ 이 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, 점 Q를 지나고 y 축에 수직인 직선이 곡선 $y=e^{\frac{x}{2}}$ 과 만나는 점을 R라 할 때, $\overline{PQ} = \overline{QR}$ 이다.

함수 $f(t)$ 에 대하여 $\lim_{t \rightarrow 0^+} f(t)$ 의 값은? [4점]

- ① $\ln 2$ ② $\ln 3$ ③ $\ln 4$ ④ $\ln 5$ ⑤ $\ln 6$



17. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7이 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

(가) 4가 적혀 있는 카드의 바로 양옆에는 각각 4보다 큰 수가 적혀 있는 카드가 있다.
 (나) 5가 적혀 있는 카드의 바로 양옆에는 각각 5보다 작은 수가 적혀 있는 카드가 있다.

- ① $\frac{1}{28}$ ② $\frac{1}{14}$ ③ $\frac{3}{28}$ ④ $\frac{1}{7}$ ⑤ $\frac{5}{28}$



18. 두 곡선 $y=2^x$ 과 $y=-2x^2+2$ 가 만나는 두 점을 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 라 하자. $x_1 < x_2$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $x_2 > \frac{1}{2}$
 ㄴ. $y_2 - y_1 < x_2 - x_1$
 ㄷ. $\frac{\sqrt{2}}{2} < y_1 y_2 < 1$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 A 에서 B 로의 모든 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수가 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

$f(1) \geq 2$ 이거나 함수 f 의 치역은 B 이다.

- ① $\frac{16}{27}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{20}{27}$ ④ $\frac{22}{27}$ ⑤ $\frac{8}{9}$

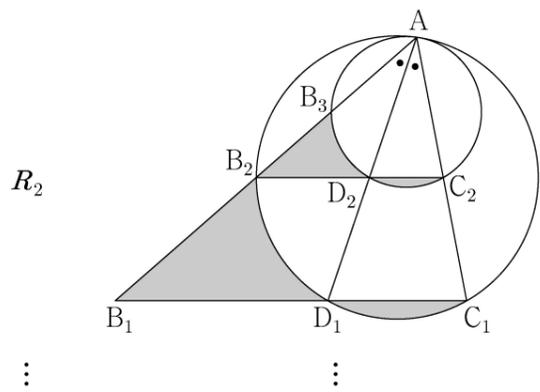
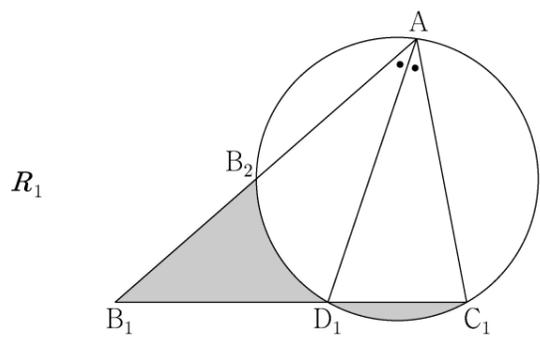
20. 그림과 같이 $\overline{AB_1} = 3$, $\overline{AC_1} = 2$ 이고 $\angle B_1AC_1 = \frac{\pi}{3}$ 인

삼각형 AB_1C_1 이 있다. $\angle B_1AC_1$ 의 이등분선이 선분 B_1C_1 과 만나는 점을 D_1 , 세 점 A, D_1, C_1 을 지나는 원이 선분 AB_1 과 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 B_2 라 할 때, 두 선분 B_1B_2 , B_1D_1 과 호 B_2D_1 로 둘러싸인 부분과 선분 C_1D_1 과 호 C_1D_1 로 둘러싸인 부분인 \frown 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 점 B_2 를 지나고 직선 B_1C_1 에 평행한 직선이 두 선분 AD_1 , AC_1 과 만나는 점을 각각 D_2, C_2 라 하자.

세 점 A, D_2, C_2 를 지나는 원이 선분 AB_2 와 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 B_3 이라 할 때, 두 선분 B_2B_3 , B_2D_2 와 호 B_3D_2 로 둘러싸인 부분과 선분 C_2D_2 와 호 C_2D_2 로 둘러싸인 부분인 \frown 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{27\sqrt{3}}{46}$ ② $\frac{15\sqrt{3}}{23}$ ③ $\frac{33\sqrt{3}}{46}$
 ④ $\frac{18\sqrt{3}}{23}$ ⑤ $\frac{39\sqrt{3}}{46}$

21. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = \log_2 \sqrt{\frac{2(n+1)}{n+2}}$$

이다. $\sum_{k=1}^m a_k$ 의 값이 100 이하의 자연수가 되도록 하는

모든 자연수 m 의 값의 합은? [4점]

- ① 150 ② 154 ③ 158 ④ 162 ⑤ 166

단답형

22. 다항식 $(1+2x)^4$ 의 전개식에서 x^2 의 계수를 구하시오. [3점]

23. 반지름의 길이가 15인 원에 내접하는 삼각형 ABC에서

$\sin B = \frac{7}{10}$ 일 때, 선분 AC의 길이를 구하시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=9$, $a_2=3$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

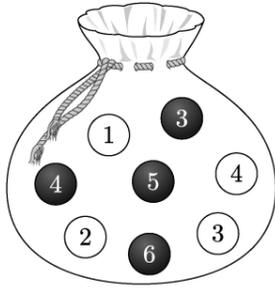
$$a_{n+2} = a_{n+1} - a_n$$

을 만족시킨다. $|a_k|=3$ 을 만족시키는 100 이하의 자연수 k 의 개수를 구하시오. [3점]

25. 곡선 $x^3 - y^3 = e^{xy}$ 위의 점 $(a, 0)$ 에서의 접선의 기울기가 b 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_k = -16$, $S_{k+2} = -12$ 를 만족시키는 자연수 k 에 대하여 a_{2k} 의 값을 구하시오. [4점]

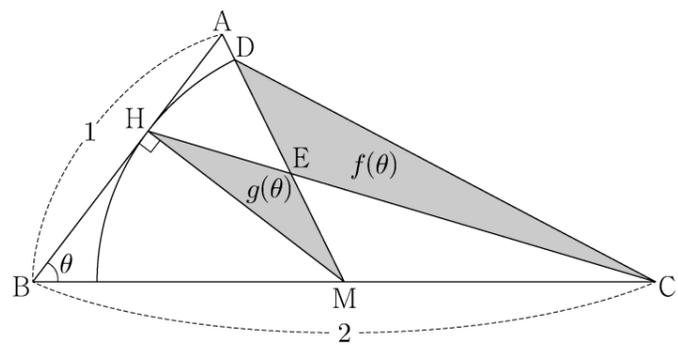
27. 주머니에 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 숫자 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 검은 공 4개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내는 시행을 한다. 이 시행에서 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 같은 것이 있을 때, 꺼낸 공 중 검은 공이 2개일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



28. 그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\overline{BC}=2$ 인 두 선분 AB, BC에 대하여 선분 BC의 중점을 M, 점 M에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하자. 중심이 M이고 반지름의 길이가 \overline{MH} 인 원이 선분 AM과 만나는 점을 D, 선분 HC가 선분 DM과 만나는 점을 E라 하자. $\angle ABC = \theta$ 라 할 때, 삼각형 CDE의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 MEH의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) - g(\theta)}{\theta^3} = a$ 일 때, $80a$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



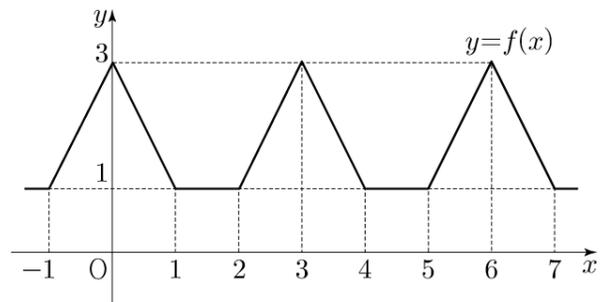
29. 검은색 볼펜 1자루, 파란색 볼펜 4자루, 빨간색 볼펜 4자루가 있다. 이 9자루의 볼펜 중에서 5자루를 선택하여 2명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오.
(단, 같은 색 볼펜끼리는 서로 구별하지 않고, 볼펜을 1자루도 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 는 $0 \leq x < 3$ 일 때 $f(x) = |x-1| + |x-2|$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+3) = f(x)$ 를 만족시킨다. 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \left| \frac{f(2^{x+h}) - f(2^x)}{h} \right|$$

이라 하자. 함수 $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 불연속인 a 의 값 중에서 열린구간 $(-5, 5)$ 에 속하는 모든 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 a_1, a_2, \dots, a_n (n 은 자연수)라 할 때,

$n + \sum_{k=1}^n \frac{g(a_k)}{\ln 2}$ 의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. $\sqrt[3]{8} \times 4^{\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. 함수 $f(x) = x^3 + 7x + 1$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_3 = 20$ 일 때, a_2 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 6x}{x - 2}$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

2

수학 영역(나형)

5. 반지름의 길이가 15인 원에 내접하는 삼각형 ABC에서 $\sin B = \frac{7}{10}$ 일 때, 선분 AC의 길이는? [3점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

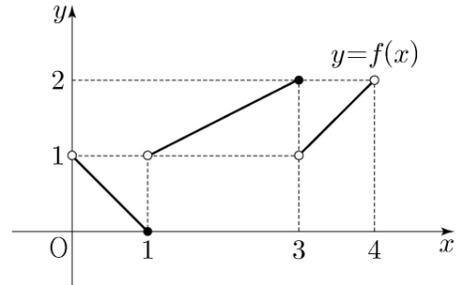
6. 두 사건 A, B에 대하여

$$P(A \cup B) = 1, \quad P(B) = \frac{1}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

일 때, $P(A^C)$ 의 값은? (단, A^C 은 A의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{7}$

7. 열린구간 (0, 4)에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. 다항식 $(1+2x)^4$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는? [3점]

- ① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

9. 닫힌구간 $[-1, 3]$ 에서 함수 $f(x) = 2^{|x|}$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? [3점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

10. 함수 $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + mx + 1$ 이 $x=3$ 에서 극대일 때,

상수 m 의 값은? [3점]

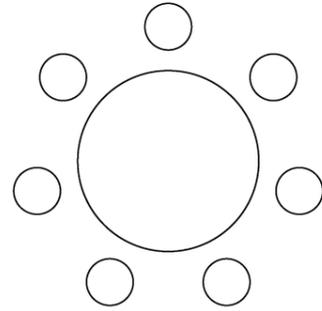
- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

11. 좌표평면 위의 두 점 $(2, \log_4 2)$, $(4, \log_2 a)$ 를 지나는 직선이 원점을 지날 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 3명이 있다. 이 7명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, 1학년 학생끼리 이웃하고 2학년 학생끼리 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

- ① 96 ② 100 ③ 104 ④ 108 ⑤ 112



13. 곡선 $y = x^3 - 2x^2$ 과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

14. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$\begin{cases} a_{3n-1} = 2a_n + 1 \\ a_{3n} = -a_n + 2 \\ a_{3n+1} = a_n + 1 \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_{11} + a_{12} + a_{13}$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6

수학 영역(나형)

15. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = -4t + 5$$

이다. 시각 $t=3$ 에서 점 P의 위치가 11일 때, 시각 $t=0$ 에서 점 P의 위치는? [4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

16. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 할 때, $|a-3| + |b-3| = 2$ 이거나 $a=b$ 일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

17. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = 4x^3 + x \int_0^1 f(t) dt$$

를 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

18. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_k = -16$, $S_{k+2} = -12$ 를 만족시키는 자연수 k 에 대하여 a_{2k} 의 값은? [4점]

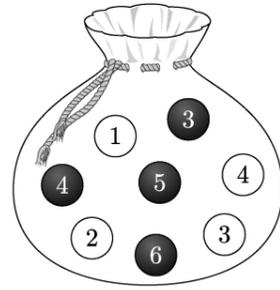
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

19. 방정식 $2x^3 + 6x^2 + a = 0$ 이 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 정수 a 의 개수는? [4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

20. 주머니에 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 숫자 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 검은 공 4개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내는 시행을 한다. 이 시행에서 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 같은 것이 있을 때, 꺼낸 공 중 검은 공이 2개일 확률은? [4점]

- ① $\frac{13}{29}$ ② $\frac{15}{29}$ ③ $\frac{17}{29}$ ④ $\frac{19}{29}$ ⑤ $\frac{21}{29}$



21. 두 곡선 $y=2^x$ 과 $y=-2x^2+2$ 가 만나는 두 점을 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 라 하자. $x_1 < x_2$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $x_2 > \frac{1}{2}$

ㄴ. $y_2 - y_1 < x_2 - x_1$

ㄷ. $\frac{\sqrt{2}}{2} < y_1 y_2 < 1$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 함수 $f(x) = 5\sin x + 1$ 의 최댓값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = x^3 + x, \quad f(0) = 3$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 곡선 $y = x^3 - 6x^2 + 6$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선이 점 $(0, a)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x$ 에서 x 의 값이 0에서 a 까지 변할 때의 평균변화율이 $f'(2)$ 의 값과 같게 되도록 하는 양수 a 의 값을 구하시오. [4점]

25. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_1 = 1, \quad \frac{S_6}{S_3} = 2a_4 - 7$$

일 때, a_7 의 값을 구하시오. [3점]

27. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $a+b+c+d=6$

(나) a, b, c, d 중에서 적어도 하나는 0이다.

28. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{4k-3}{a_k} = 2n^2 + 7n$$

을 만족시킨다. $a_5 \times a_7 \times a_9 = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 모든 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수가 다음 조건을 만족시킬 확률은 p 이다. $120p$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) $f(1) \times f(2) \geq 9$

(나) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 3이다.

30. 이차함수 $f(x)$ 는 $x = -1$ 에서 극대이고, 삼차함수 $g(x)$ 는 이차항의 계수가 0이다. 함수

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x \leq 0) \\ g(x) & (x > 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킬 때, $h'(-3) + h'(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 방정식 $h(x) = h(0)$ 의 모든 실근의 합은 1이다.

(나) 닫힌구간 $[-2, 3]$ 에서 함수 $h(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 차는 $3 + 4\sqrt{3}$ 이다.

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. $\sqrt[3]{2} \times 2^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^2 - (2n-1)^2}{2n+5}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{2}{5}, \quad P(B) = \frac{4}{5}, \quad P(A \cup B) = \frac{9}{10}$$

일 때, $P(B|A)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+2)}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

2

수학 영역(가형)

5. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 8$ 이고, X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 의 그래프는 직선 $x=4$ 에 대하여 대칭이다.

$$3P(2 \leq X \leq 4) = 4P(6 \leq X \leq 8)$$

일 때, $P(2 \leq X \leq 6)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{9}{14}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

6. $\int_1^2 (x-1)e^{-x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{e} - \frac{2}{e^2}$ ② $\frac{1}{e} - \frac{1}{e^2}$ ③ $\frac{1}{e}$
④ $\frac{2}{e} - \frac{2}{e^2}$ ⑤ $\frac{2}{e} - \frac{1}{e^2}$

7. 매개변수 $t(t > 0)$ 으로 나타내어진 함수

$$x = \ln t + t, \quad y = -t^3 + 3t$$

에 대하여 $\frac{dy}{dx}$ 가 $t=a$ 에서 최댓값을 가질 때, a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

8. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n}{a_n + 2^n} = 6$ 일 때,

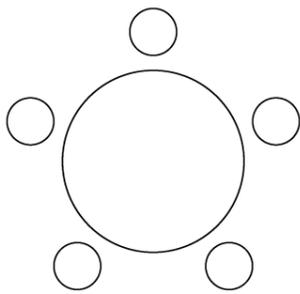
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 다섯 명이 둘러앉을 수 있는 원 모양의 탁자와 두 학생 A, B를 포함한 8명의 학생이 있다. 이 8명의 학생 중에서 A, B를 포함하여 5명을 선택하고 이 5명의 학생 모두를 일정한 간격으로 탁자에 둘러앉게 할 때, A와 B가 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

[3점]

- ① 180 ② 200 ③ 220 ④ 240 ⑤ 260



10. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 12$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} + a_n = (-1)^{n+1} \times n$$

을 만족시킨다. $a_k > a_1$ 인 자연수 k 의 최솟값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

11. 1보다 큰 세 실수 a, b, c 가

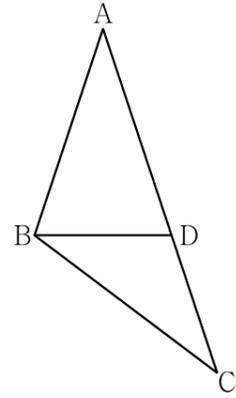
$$\log_a b = \frac{\log_b c}{2} = \frac{\log_c a}{4}$$

를 만족시킬 때, $\log_a b + \log_b c + \log_c a$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

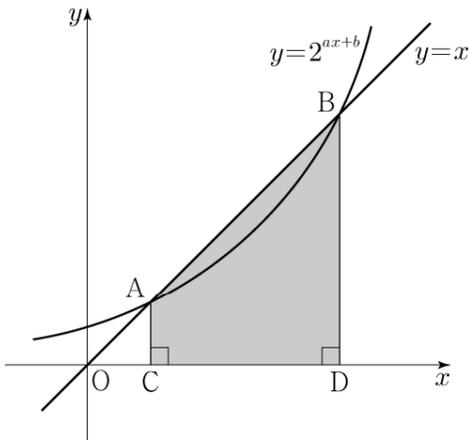
12. $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 10$ 인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위에 점 D를 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 가 되도록 잡는다. $\overline{BD} = \sqrt{15}$ 일 때, 선분 BC의 길이는? [3점]

- ① $\sqrt{37}$ ② $\sqrt{38}$ ③ $\sqrt{39}$ ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $\sqrt{41}$



13. 곡선 $y=2^{ax+b}$ 과 직선 $y=x$ 가 서로 다른 두 점 A, B에서 만날 때, 두 점 A, B에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. $\overline{AB}=6\sqrt{2}$ 이고 사각형 ACDB의 넓이가 30일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$



14. 어느 지역 신생아의 출생 시 몸무게 X 가 정규분포를 따르고

$$P(X \geq 3.4) = \frac{1}{2}, \quad P(X \leq 3.9) + P(Z \leq -1) = 1$$

이다. 이 지역 신생아 중에서 임의추출한 25명의 출생 시 몸무게의 표본평균을 \bar{X} 라 할 때,

$P(\bar{X} \geq 3.55)$ 의 값을 오른쪽

표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

(단, 몸무게의 단위는 kg이고, Z 는

표준정규분포를 따르는 확률변수이다.) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.0062 ② 0.0228 ③ 0.0668
 ④ 0.1587 ⑤ 0.3413

6

수학 영역(가형)

15. 열린구간 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \ln\left(\frac{\sec x + \tan x}{a}\right)$$

의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{g(x)}{x+2} = b$ 일 때,

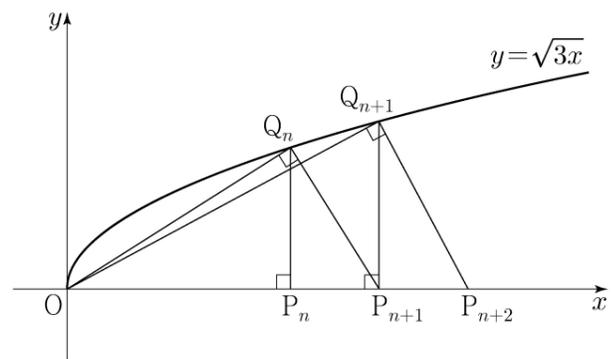
두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은? (단, $a > 0$) [4점]

- ① $\frac{e^2}{4}$ ② $\frac{e^2}{2}$ ③ e^2 ④ $2e^2$ ⑤ $4e^2$

16. 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 x 축 위의 점 P_n 과 곡선 $y = \sqrt{3x}$ 위의 점 Q_n 이 있다.

- 선분 OP_n 과 선분 P_nQ_n 이 서로 수직이다.
- 선분 OQ_n 과 선분 Q_nP_{n+1} 이 서로 수직이다.

다음은 점 P_1 의 좌표가 $(1, 0)$ 일 때, 삼각형 $OP_{n+1}Q_n$ 의 넓이 A_n 을 구하는 과정이다. (단, O 는 원점이다.)



모든 자연수 n 에 대하여 점 P_n 의 좌표를 $(a_n, 0)$ 이라 하자.

$$\overline{OP_{n+1}} = \overline{OP_n} + \overline{P_nP_{n+1}} \text{ 이므로}$$

$$a_{n+1} = a_n + \overline{P_nP_{n+1}}$$

이다. 삼각형 OP_nQ_n 과 삼각형 $Q_nP_nP_{n+1}$ 이 닮음이므로

$$\overline{OP_n} : \overline{P_nQ_n} = \overline{P_nQ_n} : \overline{P_nP_{n+1}}$$

이고, 점 Q_n 의 좌표는 $(a_n, \sqrt{3a_n})$ 이므로

$$\overline{P_nP_{n+1}} = \boxed{\text{(가)}}$$

이다. 따라서 삼각형 $OP_{n+1}Q_n$ 의 넓이 A_n 은

$$A_n = \frac{1}{2} \times \left(\boxed{\text{(나)}}\right) \times \sqrt{9n-6}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p , (나)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 할 때, $p+f(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

17. 어느 고등학교에는 5개의 과학 동아리와 2개의 수학 동아리 A, B가 있다. 동아리 학술 발표회에서 이 7개 동아리가 모두 발표하도록 발표 순서를 임의로 정할 때, 수학 동아리 A가 수학 동아리 B보다 먼저 발표하는 순서로 정해지거나 두 수학 동아리의 발표 사이에는 2개의 과학 동아리만이 발표하는 순서로 정해질 확률은? (단, 발표는 한 동아리씩 하고, 각 동아리는 1회만 발표한다.) [4점]

- ① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{25}{42}$ ④ $\frac{17}{28}$ ⑤ $\frac{13}{21}$

18. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq 0) \\ \{\ln(1+x^4)\}^{10} & (x > 0) \end{cases}$$

에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_0^x f(t)f(1-t) dt$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $x \leq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) = 0$ 이다.
 ㄴ. $g(1) = 2g\left(\frac{1}{2}\right)$
 ㄷ. $g(a) \geq 1$ 인 실수 a 가 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 공집합이 아닌 모든 부분집합 15개 중에서 임의로 서로 다른 세 부분집합을 뽑아 임의로 일렬로 나열하고, 나열된 순서대로 A, B, C 라 할 때, $A \subset B \subset C$ 일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{91}$ ② $\frac{2}{91}$ ③ $\frac{3}{91}$ ④ $\frac{4}{91}$ ⑤ $\frac{5}{91}$

20. 함수 $f(x) = \sin(\pi\sqrt{x})$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x tf(x-t)dt \quad (x \geq 0)$$

이 $x=a$ 에서 극대인 모든 a 를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자.

$k^2 < a_6 < (k+1)^2$ 인 자연수 k 의 값은? [4점]

- ① 11 ② 14 ③ 17 ④ 20 ⑤ 23

21. 닫힌구간 $[-2\pi, 2\pi]$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \sin kx + 2, \quad g(x) = 3\cos 12x$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 k 의 개수는? [4점]

실수 a 가 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 교점의 y 좌표이면
 $\{x|f(x)=a\} \subset \{x|g(x)=a\}$
 이다.

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

단답형

22. $\left(x + \frac{4}{x^2}\right)^6$ 의 전개식에서 x^3 의 계수를 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x \ln(2x-1)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오.
 [3점]

24. 방정식

$$\log_2 x = 1 + \log_4(2x - 3)$$

을 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 곱을 구하시오. [3점]

25. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{2}{n} \left(1 + \frac{2k}{n}\right)^4 = a$ 일 때, $5a$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 두 이산확률변수 X, Y 의 확률분포를 표로 나타내면 각각 다음과 같다.

X	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	a	b	c	d	1

Y	11	21	31	41	합계
$P(Y=y)$	a	b	c	d	1

$E(X) = 2, E(X^2) = 5$ 일 때, $E(Y) + V(Y)$ 의 값을 구하시오.

[4점]

27. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.
 모든 자연수 n 에 대하여

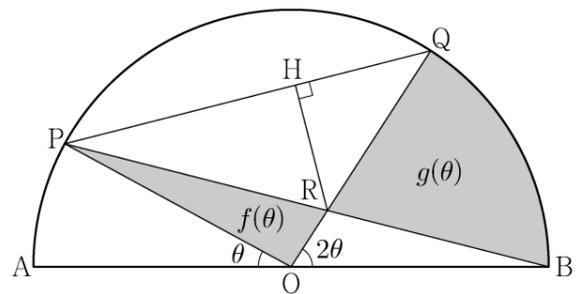
$$S_{n+3} - S_n = 13 \times 3^{n-1}$$

일 때, a_4 의 값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 호 AB 위에 두 점 P, Q를 $\angle POA = \theta$, $\angle QOB = 2\theta$ 가 되도록 잡는다. 두 선분 PB, OQ의 교점을 R라 하고, 점 R에서 선분 PQ에 내린 수선의 발을 H라 하자. 삼각형 POR의 넓이를 $f(\theta)$, 두 선분 RQ, RB와 호 QB로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때,

$$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) + g(\theta)}{RH} = \frac{q}{p} \text{ 이다. } p+q \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 흰 공 4개와 검은 공 6개를 세 상자 A, B, C에 남김없이 나누어 넣을 때, 각 상자에 공이 2개 이상씩 들어가도록 나누어 넣는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

30. 다음 조건을 만족시키는 실수 a, b 에 대하여 ab 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자.

모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$-e^{-x+1} \leq ax+b \leq e^{x-2}$$

이 성립한다.

$|M \times m^3| = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. $\sqrt[3]{2} \times 2^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. 함수 $f(x) = x^3 - 2x - 7$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\cos^2\left(\frac{\pi}{6}\right) + \tan^2\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ 3 ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

4. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 9x + 8}{x + 1}$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

2

수학 영역(나형)

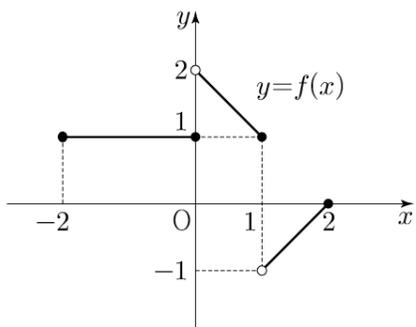
5. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{2}{5}, \quad P(B) = \frac{4}{5}, \quad P(A \cup B) = \frac{9}{10}$$

일 때, $P(B|A)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

6. 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

7. 공차가 -3 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 a_7 = 64, \quad a_8 > 0$$

일 때, a_2 의 값은? [3점]

- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

8. 네 개의 수 1, 3, 5, 7 중에서 임의로 선택한 한 개의 수를 a 라 하고, 네 개의 수 4, 6, 8, 10 중에서 임의로 선택한 한 개의 수를 b 라 하자. $1 < \frac{b}{a} < 4$ 일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{9}{16}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{11}{16}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

9. $\overline{AB} = 8$ 이고 $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 15^\circ$ 인 삼각형 ABC에서 선분 BC의 길이는? [3점]

- ① $2\sqrt{6}$ ② $\frac{7\sqrt{6}}{3}$ ③ $\frac{8\sqrt{6}}{3}$ ④ $3\sqrt{6}$ ⑤ $\frac{10\sqrt{6}}{3}$

10. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + ax + b & (x < 1) \\ bx + 4 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $a+b$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

11. n 이 자연수일 때, x 에 대한 이차방정식

$$(n^2 + 6n + 5)x^2 - (n + 5)x - 1 = 0$$

의 두 근의 합을 a_n 이라 하자. $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k}$ 의 값은? [3점]

- ① 65 ② 70 ③ 75 ④ 80 ⑤ 85

12. 어느 회사에서 일하는 플랫폼 근로자의 일주일 근무 시간은 평균이 m 시간, 표준편차가 5시간인 정규분포를 따른다고 한다.

이 회사에서 일하는 플랫폼 근로자 중에서 임의추출한 36명의 일주일 근무 시간의 표본평균이 38시간 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 값이 0.9332일 때, m 의 값은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 38.25 ② 38.75 ③ 39.25 ④ 39.75 ⑤ 40.25

13. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

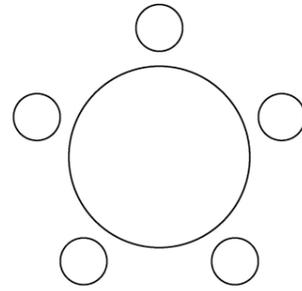
$$v(t) = t^2 - at \quad (a > 0)$$

이다. 점 P가 시각 $t=0$ 일 때부터 움직이는 방향이 바뀔 때까지 움직인 거리가 $\frac{9}{2}$ 이다. 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 다섯 명이 둘러앉을 수 있는 원 모양의 탁자와 두 학생 A, B를 포함한 8명의 학생이 있다. 이 8명의 학생 중에서 A, B를 포함하여 5명을 선택하고 이 5명의 학생 모두를 일정한 간격으로 탁자에 둘러앉게 할 때, A와 B가 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

- ① 180 ② 200 ③ 220 ④ 240 ⑤ 260

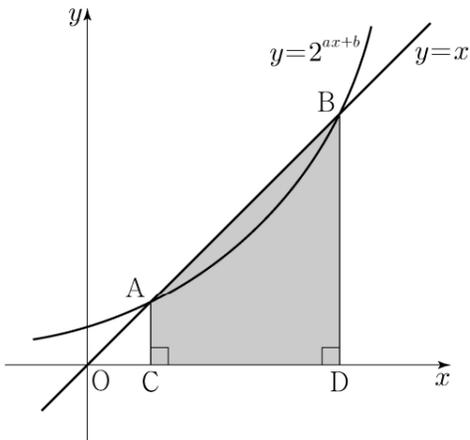


6

수학 영역(나형)

15. 곡선 $y=2^{ax+b}$ 과 직선 $y=x$ 가 서로 다른 두 점 A, B에서 만날 때, 두 점 A, B에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. $\overline{AB}=6\sqrt{2}$ 이고 사각형 ACDB의 넓이가 30일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

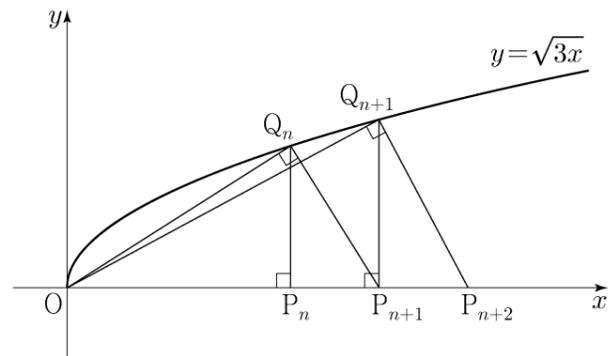
- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$



16. 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 x 축 위의 점 P_n 과 곡선 $y=\sqrt{3x}$ 위의 점 Q_n 이 있다.

- 선분 OP_n 과 선분 P_nQ_n 이 서로 수직이다.
- 선분 OQ_n 과 선분 Q_nP_{n+1} 이 서로 수직이다.

다음은 점 P_1 의 좌표가 $(1, 0)$ 일 때, 삼각형 $OP_{n+1}Q_n$ 의 넓이 A_n 을 구하는 과정이다. (단, O 는 원점이다.)



모든 자연수 n 에 대하여 점 P_n 의 좌표를 $(a_n, 0)$ 이라 하자.

$\overline{OP_{n+1}} = \overline{OP_n} + \overline{P_nP_{n+1}}$ 이므로

$$a_{n+1} = a_n + \overline{P_nP_{n+1}}$$

이다. 삼각형 OP_nQ_n 과 삼각형 $Q_nP_nP_{n+1}$ 이 닮음이므로

$$\overline{OP_n} : \overline{P_nQ_n} = \overline{P_nQ_n} : \overline{P_nP_{n+1}}$$

이고, 점 Q_n 의 좌표는 $(a_n, \sqrt{3a_n})$ 이므로

$$\overline{P_nP_{n+1}} = \boxed{\text{(가)}}$$

이다. 따라서 삼각형 $OP_{n+1}Q_n$ 의 넓이 A_n 은

$$A_n = \frac{1}{2} \times \left(\boxed{\text{(나)}} \right) \times \sqrt{9n-6}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p , (나)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 할 때, $p+f(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

17. $\angle A = 90^\circ$ 이고 $\overline{AB} = 2\log_2 x$, $\overline{AC} = \log_4 \frac{16}{x}$ 인 삼각형

ABC의 넓이를 $S(x)$ 라 하자. $S(x)$ 가 $x=a$ 에서 최댓값 M 을 가질 때, $a+M$ 의 값은? (단, $1 < x < 16$) [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

18. 최고차항의 계수가 a 인 이차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$|f'(x)| \leq 4x^2 + 5$$

를 만족시킨다. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 대칭축이 직선 $x=1$ 일 때, 실수 a 의 최댓값은? [4점]

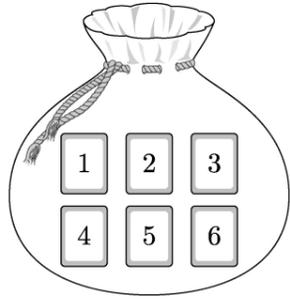
- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

19. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 두 장의 카드를 동시에 꺼내어 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 두 번 반복한다. 첫 번째 시행에서 확인한 두 수 중 작은 수를 a_1 , 큰 수를 a_2 라 하고, 두 번째 시행에서 확인한 두 수 중 작은 수를 b_1 , 큰 수를 b_2 라 하자. 두 집합 A, B 를

$$A = \{x \mid a_1 \leq x \leq a_2\}, \quad B = \{x \mid b_1 \leq x \leq b_2\}$$

라 할 때, $A \cap B \neq \emptyset$ 일 확률은? [4점]

- ① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{11}{15}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{13}{15}$



20. 실수 전체의 집합에서 연속인 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad f(x) \geq g(x)$$

$$(나) \quad f(x) + g(x) = x^2 + 3x$$

$$(다) \quad f(x)g(x) = (x^2 + 1)(3x - 1)$$

$\int_0^2 f(x) dx$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{23}{6}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{29}{6}$ ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ $\frac{35}{6}$

21. 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} 2a_n + a_{n+1} & (a_n \leq a_{n+1}) \\ a_n + a_{n+1} & (a_n > a_{n+1}) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_3 = 2$, $a_6 = 19$ 가 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

단답형

22. 다항식 $(x+3)^8$ 의 전개식에서 x^7 의 계수를 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x)$ 가

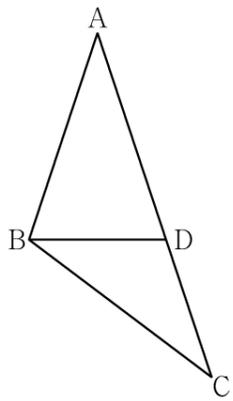
$$f'(x) = -x^3 + 3, \quad f(2) = 10$$

을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. $\log_5 40 + \log_5 \frac{5}{8}$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 방정식 $x^3 - x^2 - 8x + k = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2일 때, 양수 k 의 값을 구하시오. [4점]

25. $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 10$ 인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위에 점 D를 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 가 되도록 잡는다. $\overline{BD} = \sqrt{15}$ 일 때, 선분 BC의 길이를 k 라 하자. k^2 의 값을 구하시오. [3점]



27. 두 이산확률변수 X, Y 의 확률분포를 표로 나타내면 각각 다음과 같다.

X	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	a	b	c	d	1
Y	11	21	31	41	합계
$P(Y=y)$	a	b	c	d	1

$E(X)=2, E(X^2)=5$ 일 때, $E(Y)+V(Y)$ 의 값을 구하시오.
[4점]

28. 함수 $f(x) = -x^2 - 4x + a$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt$$

가 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 증가하도록 하는 실수 a 의 최솟값을 구하시오. [4점]

29. 흰 공 4개와 검은 공 6개를 세 상자 A, B, C에 남김없이 나누어 넣을 때, 각 상자에 공이 2개 이상씩 들어가도록 나누어 넣는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

30. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) f(1) = f(3) = 0$$

(나) 집합 $\{x \mid x \geq 1 \text{ 이고 } f'(x) = 0\}$ 의 원소의 개수는 1이다.

상수 a 에 대하여 함수 $g(x) = |f(x)f(a-x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $\frac{g(4a)}{f(0) \times f(4a)}$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(가형)

홀수형

5지선다형

1. $\sqrt[3]{9} \times 3^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $3^{\frac{1}{2}}$ ③ 3 ④ $3^{\frac{3}{2}}$ ⑤ 9

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{4n^2 + 2n + 1} - 2n}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin \theta = \frac{\sqrt{21}}{7}$ 일 때, $\tan \theta$ 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(B|A) = \frac{1}{4}, \quad P(A|B) = \frac{1}{3}, \quad P(A) + P(B) = \frac{7}{10}$$

일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ $\frac{1}{11}$

5. 부등식 $\left(\frac{1}{9}\right)^x < 3^{21-4x}$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수는? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. 함수 $f(x) = (x^2 - 2x - 7)e^x$ 의 극댓값과 극솟값을 각각 a, b 라 할 때, $a \times b$ 의 값은? [3점]

- ① -32 ② -30 ③ -28 ④ -26 ⑤ -24

6. 정규분포 $N(20, 5^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 16 인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} 라 할 때, $E(\bar{X}) + \sigma(\bar{X})$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{83}{4}$ ② $\frac{85}{4}$ ③ $\frac{87}{4}$ ④ $\frac{89}{4}$ ⑤ $\frac{91}{4}$

8. 곡선 $y = e^{2x}$ 과 x 축 및 두 직선 $x = \ln \frac{1}{2}$, $x = \ln 2$ 로

둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{5}{3}$ ② $\frac{15}{8}$ ③ $\frac{15}{7}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

9. 문자 A, B, C, D, E가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드와 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 4장의 카드가 있다. 이 9장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, 문자 A가 적혀 있는 카드의 바로 양옆에 각각 숫자가 적혀 있는 카드가 놓일 확률은? [3점]

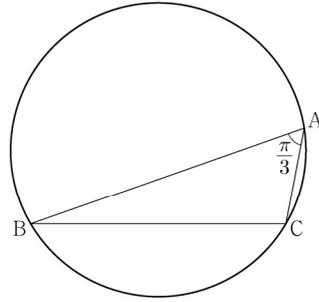
- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{12}$



10. $\angle A = \frac{\pi}{3}$ 이고 $\overline{AB} : \overline{AC} = 3 : 1$ 인 삼각형 ABC가 있다.

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 7일 때, 선분 AC의 길이는? [3점]

- ① $2\sqrt{5}$ ② $\sqrt{21}$ ③ $\sqrt{22}$ ④ $\sqrt{23}$ ⑤ $2\sqrt{6}$



11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt{\frac{3n}{3n+k}}$ 의 값은? [3점]

- ① $4\sqrt{3}-6$ ② $\sqrt{3}-1$ ③ $5\sqrt{3}-8$
 ④ $2\sqrt{3}-3$ ⑤ $3\sqrt{3}-5$

12. 확률변수 X 는 평균이 8, 표준편차가 3인 정규분포를 따르고, 확률변수 Y 는 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다. 두 확률변수 X, Y 가

$$P(4 \leq X \leq 8) + P(Y \geq 8) = \frac{1}{2}$$

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

을 만족시킬 때, $P\left(Y \leq 8 + \frac{2\sigma}{3}\right)$ 의 값을

오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

- ① 0.8351 ② 0.8413 ③ 0.9332
 ④ 0.9772 ⑤ 0.9938

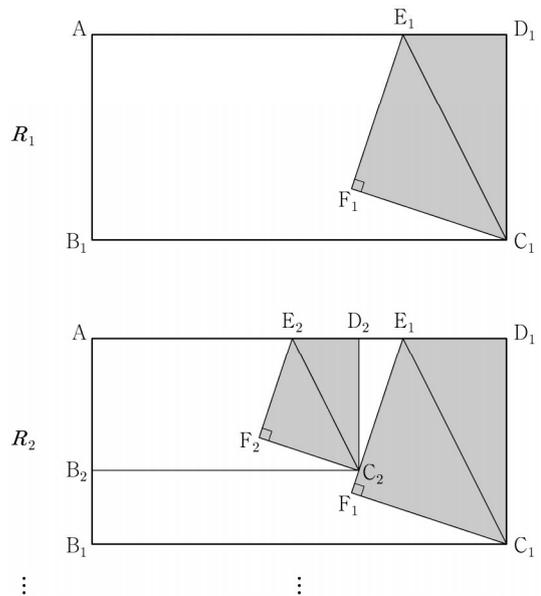
13. $\frac{1}{4} < a < 1$ 인 실수 a 에 대하여 직선 $y=1$ 이 두 곡선 $y=\log_a x$, $y=\log_{4a} x$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=-1$ 이 두 곡선 $y=\log_a x$, $y=\log_{4a} x$ 와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. 선분 AB를 1:4로 외분하는 점의 좌표는 $(0, 1)$ 이다.
 ㄴ. 사각형 ABCD가 직사각형이면 $a = \frac{1}{2}$ 이다.
 ㄷ. $\overline{AB} < \overline{CD}$ 이면 $\frac{1}{2} < a < 1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 그림과 같이 $\overline{AB_1} = 2$, $\overline{AD_1} = 4$ 인 직사각형 $AB_1C_1D_1$ 이 있다. 선분 AD_1 을 3:1로 내분하는 점을 E_1 이라 하고, 직사각형 $AB_1C_1D_1$ 의 내부에 점 F_1 을 $\overline{F_1E_1} = \overline{F_1C_1}$, $\angle E_1F_1C_1 = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 잡고 삼각형 $E_1F_1C_1$ 을 그린다. 사각형 $E_1F_1C_1D_1$ 을 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 선분 AB_1 위의 점 B_2 , 선분 E_1F_1 위의 점 C_2 , 선분 AE_1 위의 점 D_2 와 점 A를 꼭짓점으로 하고 $\overline{AB_2} : \overline{AD_2} = 1:2$ 인 직사각형 $AB_2C_2D_2$ 를 그린다. 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 직사각형 $AB_2C_2D_2$ 에 삼각형 $E_2F_2C_2$ 를 그리고 사각형 $E_2F_2C_2D_2$ 를 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{441}{103}$ ② $\frac{441}{109}$ ③ $\frac{441}{115}$ ④ $\frac{441}{121}$ ⑤ $\frac{441}{127}$

15. $x > 0$ 에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$f'(x) = 2 - \frac{3}{x^2}, \quad f(1) = 5$$

이다. $x < 0$ 에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(-3)$ 의 값은? [4점]

- (가) $x < 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g'(x) = f'(-x)$ 이다.
 (나) $f(2) + g(-2) = 9$

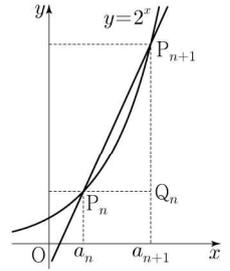
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. 상수 $k(k > 1)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

모든 자연수 n 에 대하여 $a_n < a_{n+1}$ 이고
 곡선 $y = 2^x$ 위의 두 점 $P_n(a_n, 2^{a_n}), P_{n+1}(a_{n+1}, 2^{a_{n+1}})$ 을
 지나는 직선의 기울기는 $k \times 2^{a_n}$ 이다.

점 P_n 을 지나고 x 축에 평행한 직선과
 점 P_{n+1} 을 지나고 y 축에 평행한
 직선이 만나는 점을 Q_n 이라 하고
 삼각형 $P_n Q_n P_{n+1}$ 의 넓이를 A_n 이라
 하자.

다음은 $a_1 = 1, \frac{A_3}{A_1} = 16$ 일 때, A_n 을
 구하는 과정이다.



두 점 P_n, P_{n+1} 을 지나는 직선의 기울기가 $k \times 2^{a_n}$ 이므로

$$2^{a_{n+1} - a_n} = k(a_{n+1} - a_n) + 1$$

이다. 즉, 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} - a_n$ 은
 방정식 $2^x = kx + 1$ 의 해이다.

$k > 1$ 이므로 방정식 $2^x = kx + 1$ 은 오직 하나의 양의 실근
 d 를 갖는다. 따라서 모든 자연수 n 에 대하여
 $a_{n+1} - a_n = d$ 이고, 수열 $\{a_n\}$ 은 공차가 d 인 등차수열이다.
 점 Q_n 의 좌표가 $(a_{n+1}, 2^{a_n})$ 이므로

$$A_n = \frac{1}{2}(a_{n+1} - a_n)(2^{a_{n+1}} - 2^{a_n})$$

이다. $\frac{A_3}{A_1} = 16$ 이므로 d 의 값은 (가) 이고,

수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = \text{(나)}$$

이다. 따라서 모든 자연수 n 에 대하여 $A_n = \text{(다)}$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p , (나)와 (다)에 알맞은 식을 각각
 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $p + \frac{g(4)}{f(2)}$ 의 값은? [4점]

- ① 118 ② 121 ③ 124 ④ 127 ⑤ 130

17. 좌표평면의 원점에 점 P가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가
 2 이하이면 점 P를 x 축의 양의 방향으로 3만큼,
 3 이상이면 점 P를 y 축의 양의 방향으로 1만큼
 이동시킨다.

이 시행을 15번 반복하여 이동된 점 P와 직선 $3x+4y=0$ 사이의 거리를 확률변수 X 라 하자. $E(X)$ 의 값은? [4점]

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

18. 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a-2)x^{2n+1} + 2x}{3x^{2n} + 1}$$

라 하자. $(f \circ f)(1) = \frac{5}{4}$ 가 되도록 하는 모든 a 의 값의 합은?

[4점]

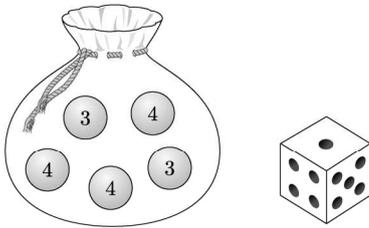
- ① $\frac{11}{2}$ ② $\frac{13}{2}$ ③ $\frac{15}{2}$ ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{19}{2}$

19. 숫자 3, 3, 4, 4, 4가 하나씩 적힌 5개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 꺼낸 공에 적힌 수가 3이면 주사위를 3번 던져서 나오는 세 눈의 수의 합을 점수로 하고, 꺼낸 공에 적힌 수가 4이면 주사위를 4번 던져서 나오는 네 눈의 수의 합을 점수로 한다.

이 시행을 한 번 하여 얻은 점수가 10점일 확률은? [4점]

- ① $\frac{13}{180}$ ② $\frac{41}{540}$ ③ $\frac{43}{540}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{47}{540}$



20. 함수 $f(x) = \pi \sin 2\pi x$ 에 대하여 정의역이 실수 전체의 집합이고 치역이 집합 $\{0, 1\}$ 인 함수 $g(x)$ 와 자연수 n 이 다음 조건을 만족시킬 때, n 의 값은? [4점]

함수 $h(x) = f(nx)g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이고 $\int_{-1}^1 h(x) dx = 2, \int_{-1}^1 xh(x) dx = -\frac{1}{32}$ 이다.

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

21. 수열 $\{a_n\}$ 은 $0 < a_1 < 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n} = a_2 \times a_n + 1$

(나) $a_{2n+1} = a_2 \times a_n - 2$

$a_8 - a_{15} = 63$ 일 때, $\frac{a_8}{a_1}$ 의 값은? [4점]

- ① 91 ② 92 ③ 93 ④ 94 ⑤ 95

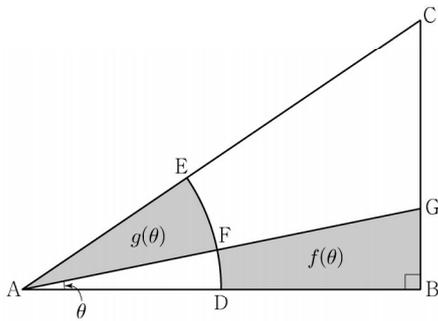
단답형

22. $\left(x + \frac{3}{x^2}\right)^5$ 의 전개식에서 x^2 의 계수를 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 6}{x - 1}$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

24. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC에서 중심이 A, 반지름의 길이가 1인 원이 두 선분 AB, AC와 만나는 점을 각각 D, E라 하자.
호 DE의 삼등분점 중 점 D에 가까운 점을 F라 하고, 직선 AF가 선분 BC와 만나는 점을 G라 하자.
 $\angle BAG = \theta$ 라 할 때, 삼각형 ABG의 내부와 부채꼴 ADF의 외부의 공통부분의 넓이를 $f(\theta)$, 부채꼴 AFE의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $40 \times \lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{g(\theta)}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$) [3점]

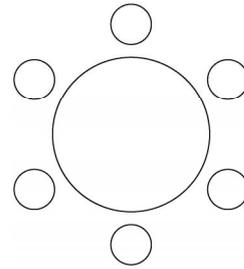


25. 첫째항이 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^5 a_k = 55$ 일 때,

$\sum_{k=1}^5 k(a_k - 3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 세 학생 A, B, C를 포함한 6명의 학생이 있다.
이 6명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 둘러앉는 경우의 수를 구하시오.
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

- (가) A와 B는 이웃한다.
- (나) B와 C는 이웃하지 않는다.



27. $\log_4 2n^2 - \frac{1}{2} \log_2 \sqrt{n}$ 의 값이 40 이하의 자연수가 되도록 하는 자연수 n 의 개수를 구하시오. [4점]

28. 두 상수 $a, b (a < b)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = (x-a)(x-b)^2$$

이라 하자. 함수 $g(x) = x^3 + x + 1$ 의 역함수 $g^{-1}(x)$ 에 대하여 합성함수 $h(x) = (f \circ g^{-1})(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 함수 $(x-1)|h(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
- (나) $h'(3) = 2$

29. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 검은색 모자 6개와 흰색 모자 6개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색 모자끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- (가) 각 학생은 1개 이상의 모자를 받는다.
 (나) 학생 A가 받는 검은색 모자의 개수는 4 이상이다.
 (다) 흰색 모자보다 검은색 모자를 더 많이 받는 학생은 A를 포함하여 2명뿐이다.

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x) = f(\sin^2 \pi x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $0 < x < 1$ 에서 함수 $g(x)$ 가 극대가 되는 x 의 개수가 3이고, 이때 극댓값이 모두 동일하다.
 (나) 함수 $g(x)$ 의 최댓값은 $\frac{1}{2}$ 이고 최솟값은 0이다.

$f(2) = a + b\sqrt{2}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 유리수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(나형)

홀수형

5지선다형

1. $3^0 \times 8^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 첫째항이 $\frac{1}{8}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\frac{a_3}{a_2} = 2$ 일 때, a_5 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x - 2}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. 함수 $f(x) = 4\cos x + 3$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

5. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A|B) = P(B), \quad P(A \cap B) = \frac{1}{9}$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{18}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{18}$ ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

6. 함수 $f(x) = x^4 + 3x - 2$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 35 ② 37 ③ 39 ④ 41 ⑤ 43

7. 부등식 $\left(\frac{1}{9}\right)^x < 3^{21-4x}$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수는? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

8. 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 할 때, $a \times b \times c = 4$ 일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{54}$ ② $\frac{1}{36}$ ③ $\frac{1}{27}$ ④ $\frac{5}{108}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

9. 곡선 $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 2$ 위의 점 $A(0, 2)$ 에서의 접선과 수직이고 점 A 를 지나는 직선의 x 절편은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

10. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^5 a_k = 8, \quad \sum_{k=1}^5 b_k = 9$$

일 때, $\sum_{k=1}^5 (2a_k - b_k + 4)$ 의 값은? [3점]

- ① 19 ② 21 ③ 23 ④ 25 ⑤ 27

11. 정규분포 $N(20, 5^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} 라 할 때, $E(\bar{X}) + \sigma(\bar{X})$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{91}{4}$ ② $\frac{89}{4}$ ③ $\frac{87}{4}$ ④ $\frac{85}{4}$ ⑤ $\frac{83}{4}$

12. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n (a_k - a_{k+1}) = -n^2 + n$$

을 만족시킨다. a_{11} 의 값은? [3점]

- ① 88 ② 91 ③ 94 ④ 97 ⑤ 100

13. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는? [3점]

$$f(2) \leq f(3) \leq f(4)$$

- ① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 2t - 6$$

이다. 점 P가 시각 $t=3$ 에서 $t=k(k > 3)$ 까지 움직인 거리가 25일 때, 상수 k 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

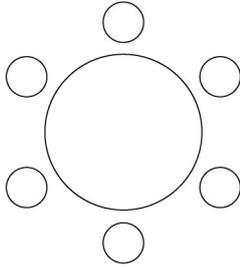
15. 세 학생 A, B, C를 포함한 6명의 학생이 있다.

이 6명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에
다음 조건을 만족시키도록 모두 둘러앉는 경우의 수는?
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

(가) A와 B는 이웃한다.

(나) B와 C는 이웃하지 않는다.

- ① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40



16. $0 \leq x < 4\pi$ 일 때, 방정식

$$4\sin^2 x - 4\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 3 = 0$$

의 모든 해의 합은? [4점]

- ① 5π ② 6π ③ 7π ④ 8π ⑤ 9π

17. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+g(x)}{x} = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+3}{xg(x)} = 2$$

를 만족시킨다. 함수 $h(x) = f(x)g(x)$ 에 대하여 $h'(0)$ 의 값은?
[4점]

- ① 27 ② 30 ③ 33 ④ 36 ⑤ 39

18. $\frac{1}{4} < a < 1$ 인 실수 a 에 대하여 직선 $y=1$ 이 두 곡선

$y = \log_a x, y = \log_{4a} x$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하고,
직선 $y = -1$ 이 두 곡선 $y = \log_a x, y = \log_{4a} x$ 와 만나는 점을
각각 C, D라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른
것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 선분 AB를 1:4로 외분하는 점의 좌표는 $(0, 1)$ 이다.
 ㄴ. 사각형 ABCD가 직사각형이면 $a = \frac{1}{2}$ 이다.
 ㄷ. $\overline{AB} < \overline{CD}$ 이면 $\frac{1}{2} < a < 1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 확률변수 X 는 평균이 8, 표준편차가 3인 정규분포를 따르고, 확률변수 Y 는 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다. 두 확률변수 X, Y 가

$$P(4 \leq X \leq 8) + P(Y \geq 8) = \frac{1}{2}$$

을 만족시킬 때, $P\left(Y \leq 8 + \frac{2\sigma}{3}\right)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.8351 ② 0.8413 ③ 0.9332
 ④ 0.9772 ⑤ 0.9938

20. 실수 $a (a > 1)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = (x+1)(x-1)(x-a)$$

라 하자. 함수

$$g(x) = x^2 \int_0^x f(t) dt - \int_0^x t^2 f(t) dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 a 의 최댓값은? [4점]

- ① $\frac{9\sqrt{2}}{8}$ ② $\frac{3\sqrt{6}}{4}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

21. 수열 $\{a_n\}$ 은 $0 < a_1 < 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n} = a_2 \times a_n + 1$

(나) $a_{2n+1} = a_2 \times a_n - 2$

$a_7 = 2$ 일 때, a_{25} 의 값은? [4점]

- ① 78 ② 80 ③ 82 ④ 84 ⑤ 86

단답형

22. 다항식 $(3x+1)^8$ 의 전개식에서 x 의 계수를 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 + 4x + 5$ 이고 $f(0) = 4$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. $\log_3 72 - \log_3 8$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수

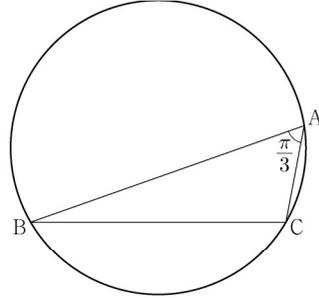
$$f(x) = \begin{cases} -3x+a & (x \leq 1) \\ \frac{x+b}{\sqrt{x+3}-2} & (x > 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.
(단, a 와 b 는 상수이다.) [4점]

25. 곡선 $y = 4x^3 - 12x + 7$ 과 직선 $y = k$ 가 만나는 점의 개수가
2가 되도록 하는 양수 k 의 값을 구하시오. [3점]

27. 곡선 $y = x^2 - 7x + 10$ 과 직선 $y = -x + 10$ 으로 둘러싸인
 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

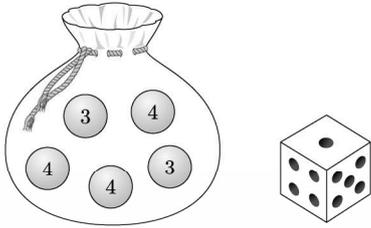
28. $\angle A = \frac{\pi}{3}$ 이고 $\overline{AB} : \overline{AC} = 3 : 1$ 인 삼각형 ABC가 있다.
 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 7일 때,
 선분 AC의 길이를 k 라 하자. k^2 의 값을 구하시오. [4점]



29. 숫자 3, 3, 4, 4, 4가 하나씩 적힌 5개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 꺼낸 공에 적힌 수가 3이면 주사위를 3번 던져서 나오는 세 눈의 수의 합을 점수로 하고, 꺼낸 공에 적힌 수가 4이면 주사위를 4번 던져서 나오는 네 눈의 수의 합을 점수로 한다.

이 시행을 한 번 하여 얻은 점수가 10점일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 함수 $f(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이고, 함수 $g(x)$ 는 일차함수이다. 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = \begin{cases} |f(x) - g(x)| & (x < 1) \\ f(x) + g(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, $h(0) = 0$, $h(2) = 5$ 일 때, $h(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $2^{\sqrt{3}} \times 2^{2-\sqrt{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

2. 함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = 3x^2 - 2x, \quad f(1) = 1$$

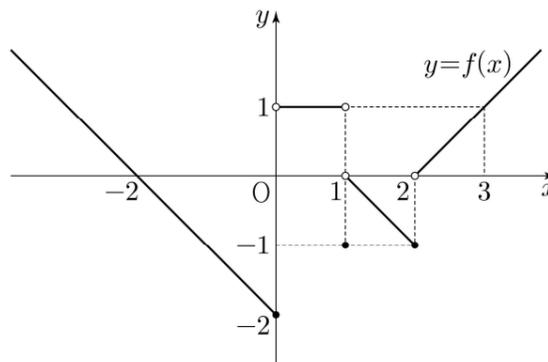
을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여 $\tan\theta = \frac{12}{5}$ 일 때, $\sin\theta + \cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{17}{13}$ ② $-\frac{7}{13}$ ③ 0 ④ $\frac{7}{13}$ ⑤ $\frac{17}{13}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^2 + 3)f(x)$$

라 하자. $f(1) = 2$, $f'(1) = 1$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. 곡선 $y = 3x^2 - x$ 와 직선 $y = 5x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_6 = 2(S_3 - S_2)$$

일 때, S_{10} 의 값은? [3점]

- ① 100 ② 110 ③ 120 ④ 130 ⑤ 140

8. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -2x+6 & (x < a) \\ 2x-a & (x \geq a) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $\{f(x)\}^2$ 이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

9. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{a_n} & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ 8a_n & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이고 $a_{12} = \frac{1}{2}$ 일 때, $a_1 + a_4$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

10. $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 두 곡선

$$y = \log_n x, \quad y = -\log_n(x+3)+1$$

이 만나는 점의 x 좌표가 1보다 크고 2보다 작도록 하는 모든 n 의 값의 합은? [4점]

- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

11. 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$f(0) = 0, \quad f(1) = 1, \quad \int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{6}$$

을 만족시킨다. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_{-3}^2 g(x) dx$ 의 값은? [4점]

$$(가) \quad g(x) = \begin{cases} -f(x+1)+1 & (-1 < x < 0) \\ f(x) & (0 \leq x \leq 1) \end{cases}$$

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $g(x+2) = g(x)$ 이다.

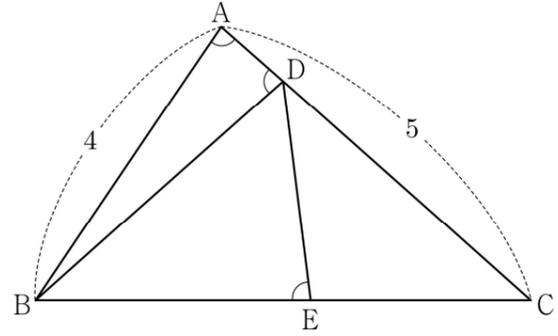
- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{17}{6}$ ③ $\frac{19}{6}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{23}{6}$

12. 그림과 같이 $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 5$ 이고 $\cos(\angle BAC) = \frac{1}{8}$ 인

삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위의 점 D와 선분 BC 위의 점 E에 대하여

$$\angle BAC = \angle BDA = \angle BED$$

일 때, 선분 DE의 길이는? [4점]



- ① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ $\frac{17}{6}$ ⑤ 3

13. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 구간 $(0, 1]$ 에서

$$f(x) = \begin{cases} 3 & (0 < x < 1) \\ 1 & (x = 1) \end{cases}$$

이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+1) = f(x)$ 를 만족시킨다.

$\sum_{k=1}^{20} \frac{k \times f(\sqrt{k})}{3}$ 의 값은? [4점]

- ① 150 ② 160 ③ 170 ④ 180 ⑤ 190

14. 두 양수 p, q 와 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 12$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $p+q$ 의 값은? [4점]

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $xg(x) = |xf(x-p) + qx|$ 이다.
 (나) 함수 $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하지 않은 실수 a 의 개수는 1이다.

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

15. $-1 \leq t \leq 1$ 인 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$\left(\sin \frac{\pi x}{2} - t\right)\left(\cos \frac{\pi x}{2} - t\right) = 0$$

의 실근 중에서 집합 $\{x \mid 0 \leq x < 4\}$ 에 속하는 가장 작은 값을 $\alpha(t)$, 가장 큰 값을 $\beta(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $-1 \leq t < 0$ 인 모든 실수 t 에 대하여 $\alpha(t) + \beta(t) = 5$ 이다.

ㄴ. $\{t \mid \beta(t) - \alpha(t) = \beta(0) - \alpha(0)\} = \left\{t \mid 0 \leq t \leq \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$

ㄷ. $\alpha(t_1) = \alpha(t_2)$ 인 두 실수 t_1, t_2 에 대하여

$$t_2 - t_1 = \frac{1}{2} \text{ 이면 } t_1 \times t_2 = \frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

16. $\log_4 \frac{2}{3} + \log_4 24$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = x^3 - 3x + 12$ 가 $x = a$ 에서 극소일 때,
 $a + f(a)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [3점]

18. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 = 36, \quad a_7 = \frac{1}{3}a_5$$

일 때, a_6 의 값을 구하시오. [3점]

19. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - 4t + k$$

이다. 시각 $t=0$ 에서 점 P의 위치는 0이고, 시각 $t=1$ 에서 점 P의 위치는 -3 이다. 시각 $t=1$ 에서 $t=3$ 까지 점 P의 위치의 변화량을 구하시오. (단, k 는 상수이다.) [3점]

20. 실수 a 와 함수 $f(x) = x^3 - 12x^2 + 45x + 3$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_a^x \{f(x) - f(t)\} \times \{f(t)\}^4 dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 모든 a 의 값의 합을 구하시오. [4점]

21. 다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 존재하도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) x 에 대한 방정식 $(x^n - 64)f(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 각각의 실근은 중근이다.
 (나) 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 음의 정수이다.

22. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
 (나) 방정식 $f(x - f(x)) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$f(1) = 4$, $f'(1) = 1$, $f'(0) > 1$ 일 때, $f(0) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+n+1}-n}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = e^t + \cos t, \quad y = \sin t$$

에서 $t=0$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

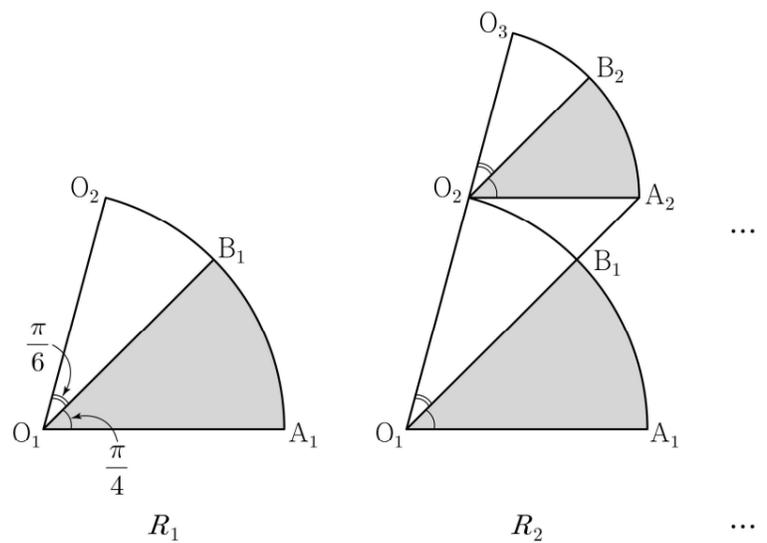
2

수학 영역(미적분)

25. 원점에서 곡선 $y=e^{|x|}$ 에 그은 두 접선이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{e}{e^2+1}$ ② $\frac{e}{e^2-1}$ ③ $\frac{2e}{e^2+1}$
 ④ $\frac{2e}{e^2-1}$ ⑤ 1

26. 그림과 같이 중심이 O_1 , 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{5\pi}{12}$ 인 부채꼴 $O_1A_1O_2$ 가 있다. 호 A_1O_2 위에 점 B_1 을 $\angle A_1O_1B_1 = \frac{\pi}{4}$ 가 되도록 잡고, 부채꼴 $O_1A_1B_1$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 점 O_2 를 지나고 선분 O_1A_1 에 평행한 직선이 직선 O_1B_1 과 만나는 점을 A_2 라 하자. 중심이 O_2 이고 중심각의 크기가 $\frac{5\pi}{12}$ 인 부채꼴 $O_2A_2O_3$ 을 부채꼴 $O_1A_1B_1$ 과 겹치지 않도록 그린다. 호 A_2O_3 위에 점 B_2 를 $\angle A_2O_2B_2 = \frac{\pi}{4}$ 가 되도록 잡고, 부채꼴 $O_2A_2B_2$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{3\pi}{16}$ ② $\frac{7\pi}{32}$ ③ $\frac{\pi}{4}$ ④ $\frac{9\pi}{32}$ ⑤ $\frac{5\pi}{16}$

27. 두 함수

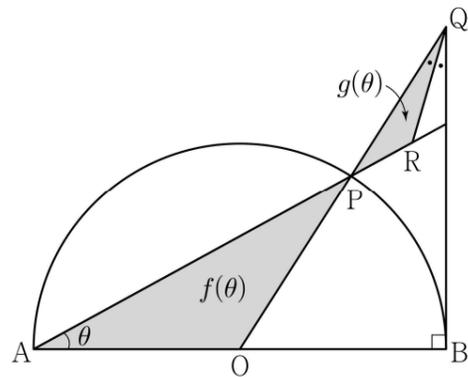
$$f(x) = e^x, \quad g(x) = k \sin x$$

에 대하여 방정식 $f(x) = g(x)$ 의 서로 다른 양의 실근의 개수가 3일 때, 양수 k 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{2}e^{\frac{3\pi}{2}}$ ② $\sqrt{2}e^{\frac{7\pi}{4}}$ ③ $\sqrt{2}e^{2\pi}$
 ④ $\sqrt{2}e^{\frac{9\pi}{4}}$ ⑤ $\sqrt{2}e^{\frac{5\pi}{2}}$

28. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 점 B를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 직선 OP와 만나는 점을 Q라 하고, $\angle OQB$ 의 이등분선이 직선 AP와 만나는 점을 R라 하자. $\angle OAP = \theta$ 일 때, 삼각형 OAP의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PQR의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta^4 \times f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

단답형

29. $t > 2e$ 인 실수 t 에 대하여 함수 $f(x) = t(\ln x)^2 - x^2$ 이 $x = k$ 에서 극대일 때, 실수 k 의 값을 $g(t)$ 라 하면 $g(t)$ 는 미분가능한 함수이다. $g(\alpha) = e^2$ 인 실수 α 에 대하여 $\alpha \times \{g'(\alpha)\}^2 = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. $t > \frac{1}{2} \ln 2$ 인 실수 t 에 대하여 곡선 $y = \ln(1 + e^{2x} - e^{-2t})$ 과 직선 $y = x + t$ 가 만나는 서로 다른 두 점 사이의 거리를 $f(t)$ 라 할 때, $f'(\ln 2) = \frac{q}{p} \sqrt{2}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\frac{1}{\sqrt[4]{3}} \times 3^{-\frac{7}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

2. 함수 $f(x) = 2x^3 + 4x + 5$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 2, \quad a_2 a_4 = 36$$

일 때, $\frac{a_7}{a_3}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & (x \leq -1) \\ x^2 - 5x - a & (x > -1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수 $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ 의 극댓값과 극솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [3점]

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

6. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\frac{\sin \theta}{1 - \sin \theta} - \frac{\sin \theta}{1 + \sin \theta} = 4$ 일 때, $\cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

7. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = -4$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_{k+1} - a_k}{a_k a_{k+1}} = \frac{1}{n}$$

을 만족시킨다. a_{13} 의 값은? [3점]

- ① -9 ② -7 ③ -5 ④ -3 ⑤ -1

8. 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 1$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

9. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t > 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = -4t^3 + 12t^2$$

이다. 시각 $t=k$ 에서 점 P의 가속도가 12일 때, 시각 $t=3k$ 에서 $t=4k$ 까지 점 P가 움직인 거리는? (단, k 는 상수이다.) [4점]

- ① 23 ② 25 ③ 27 ④ 29 ⑤ 31

10. 두 양수 a, b 에 대하여 곡선 $y = a \sin b \pi x$ ($0 \leq x \leq \frac{3}{b}$)이

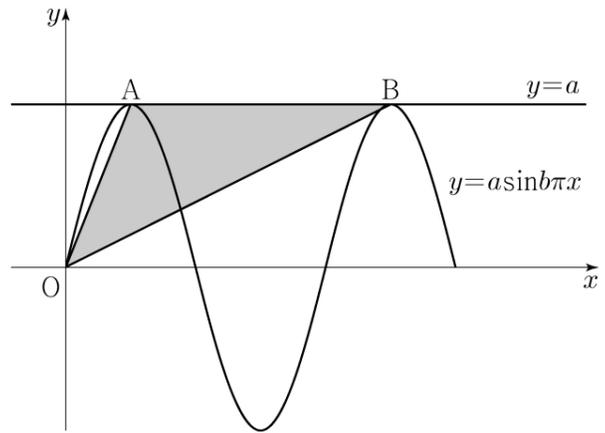
직선 $y=a$ 와 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하자.

삼각형 OAB의 넓이가 5이고 직선 OA의 기울기와

직선 OB의 기울기의 곱이 $\frac{5}{4}$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

(단, O는 원점이다.) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



11. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$xf(x) = 2x^3 + ax^2 + 3a + \int_1^x f(t) dt$$

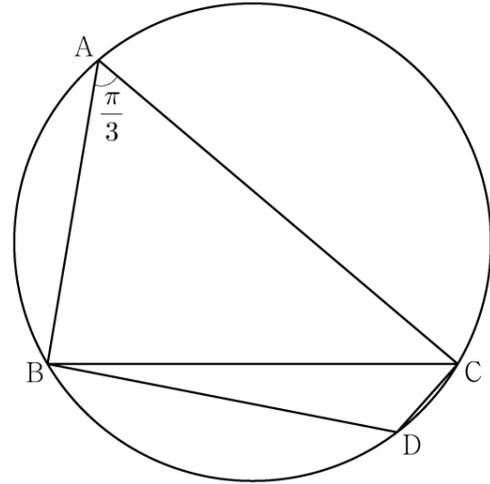
를 만족시킨다. $f(1) = \int_0^1 f(t) dt$ 일 때, $a + f(3)$ 의 값은?
(단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

12. 반지름의 길이가 $2\sqrt{7}$ 인 원에 내접하고 $\angle A = \frac{\pi}{3}$ 인

삼각형 ABC가 있다. 점 A를 포함하지 않는 호 BC 위의 점 D에
대하여 $\sin(\angle BCD) = \frac{2\sqrt{7}}{7}$ 일 때, $\overline{BD} + \overline{CD}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{19}{2}$ ② 10 ③ $\frac{21}{2}$ ④ 11 ⑤ $\frac{23}{2}$



13. 첫째항이 -45 이고 공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 자연수 d 의 값의 합은? [4점]

(가) $|a_m| = |a_{m+3}|$ 인 자연수 m 이 존재한다.
 (나) 모든 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k > -100$ 이다.

- ① 44 ② 48 ③ 52 ④ 56 ⑤ 60

14. 최고차항의 계수가 1이고 $f'(0) = f'(2) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 양수 p 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) - f(0) & (x \leq 0) \\ f(x+p) - f(p) & (x > 0) \end{cases}$$

이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $p=1$ 일 때, $g'(1)=0$ 이다.
 ㄴ. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 양수 p 의 개수는 1이다.
 ㄷ. $p \geq 2$ 일 때, $\int_{-1}^1 g(x) dx \geq 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 수열 $\{a_n\}$ 은 $|a_1| \leq 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n - 2 & \left(-1 \leq a_n < -\frac{1}{2}\right) \\ 2a_n & \left(-\frac{1}{2} \leq a_n \leq \frac{1}{2}\right) \\ -2a_n + 2 & \left(\frac{1}{2} < a_n \leq 1\right) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_5 + a_6 = 0$ 이고 $\sum_{k=1}^5 a_k > 0$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

단답형

16. $\log_2 100 - 2\log_2 5$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 8x^3 - 12x^2 + 7$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k + 2b_k) = 45, \quad \sum_{k=1}^{10} (a_k - b_k) = 3$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} \left(b_k - \frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5x$ 에서 x 의 값이 0에서 4까지
 변할 때의 평균변화율과 $f'(a)$ 의 값이 같게 되도록 하는
 $0 < a < 4$ 인 모든 실수 a 의 값의 곱은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을
 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

20. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 10x$ 에 대하여 x 에 대한 방정식

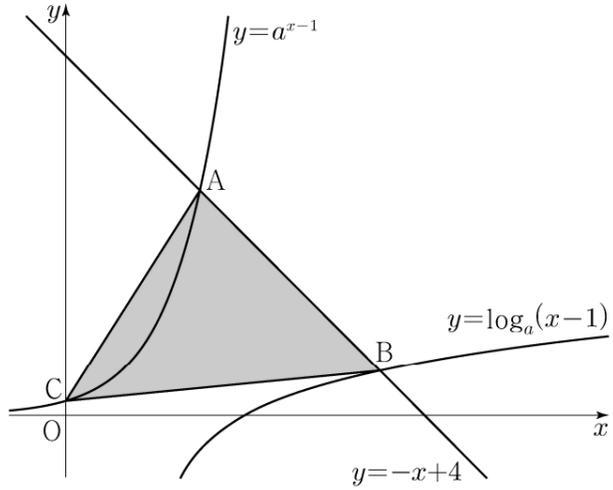
$$f(x) + |f(x) + x| = 6x + k$$

의 서로 다른 실근의 개수가 4가 되도록 하는 모든 정수 k 의
 값의 합을 구하시오. [4점]

21. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 직선 $y = -x + 4$ 가 두 곡선

$$y = a^{x-1}, \quad y = \log_a(x-1)$$

과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y = a^{x-1}$ 이 y 축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이는 S 이다. $50 \times S$ 의 값을 구하시오. [4점]



22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = f(x-3) \times \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{|f(x+h)| - |f(x-h)|}{h}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
- (나) 방정식 $g(x) = 0$ 은 서로 다른 네 실근 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 를 갖고 $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 7$ 이다.

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
 - 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \times 3^{n+1} + 5}{3^n + 2^{n+1}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

24. $2\cos\alpha = 3\sin\alpha$ 이고 $\tan(\alpha + \beta) = 1$ 일 때, $\tan\beta$ 의 값은?

[3점]

- ① $\frac{1}{6}$
- ② $\frac{1}{5}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{3}$
- ⑤ $\frac{1}{2}$

2

수학 영역(미적분)

25. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

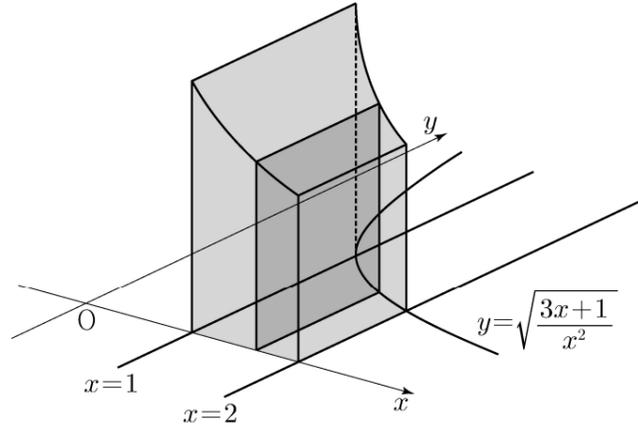
$$x = e^t - 4e^{-t}, \quad y = t + 1$$

에서 $t = \ln 2$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

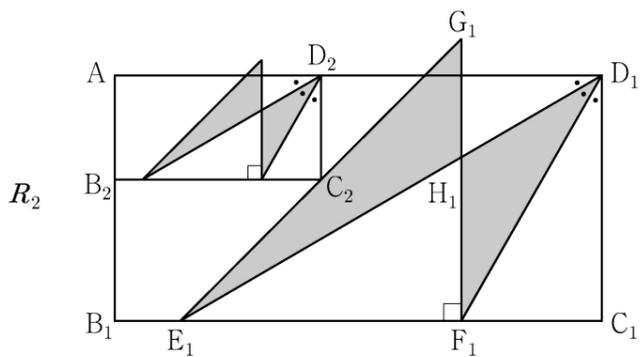
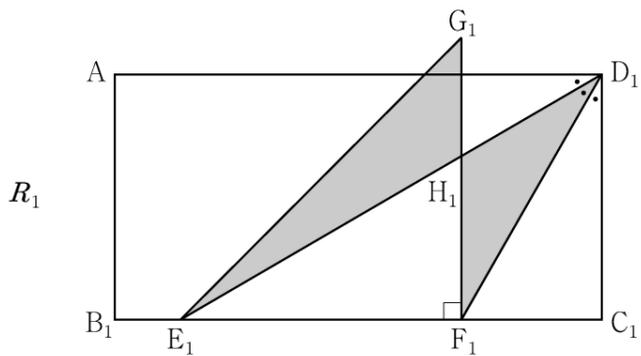
26. 그림과 같이 곡선 $y = \sqrt{\frac{3x+1}{x^2}}$ ($x > 0$)과 x 축 및

두 직선 $x=1$, $x=2$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피는? [3점]



- ① $3\ln 2$ ② $\frac{1}{2} + 3\ln 2$ ③ $1 + 3\ln 2$
 ④ $\frac{1}{2} + 4\ln 2$ ⑤ $1 + 4\ln 2$

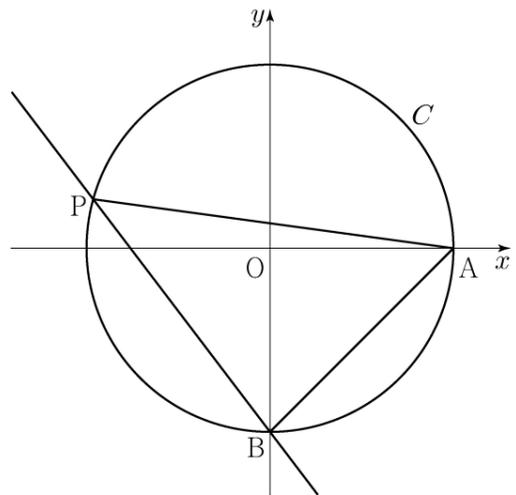
27. 그림과 같이 $\overline{AB_1} = 1, \overline{B_1C_1} = 2$ 인 직사각형 $AB_1C_1D_1$ 이 있다. $\angle AD_1C_1$ 을 삼등분하는 두 직선이 선분 B_1C_1 과 만나는 점 중 점 B_1 에 가까운 점을 E_1 , 점 C_1 에 가까운 점을 F_1 이라 하자. $\overline{E_1F_1} = \overline{F_1G_1}$, $\angle E_1F_1G_1 = \frac{\pi}{2}$ 이고 선분 AD_1 과 선분 F_1G_1 이 만나도록 점 G_1 을 잡아 삼각형 $E_1F_1G_1$ 을 그린다. 선분 E_1D_1 과 선분 F_1G_1 이 만나는 점을 H_1 이라 할 때, 두 삼각형 $G_1E_1H_1, H_1F_1D_1$ 로 만들어진 \sphericalangle 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에 선분 AB_1 위의 점 B_2 , 선분 E_1G_1 위의 점 C_2 , 선분 AD_1 위의 점 D_2 와 점 A 를 꼭짓점으로 하고 $\overline{AB_2} : \overline{B_2C_2} = 1 : 2$ 인 직사각형 $AB_2C_2D_2$ 를 그린다. 직사각형 $AB_2C_2D_2$ 에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 \sphericalangle 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{18}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{7\sqrt{3}}{18}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{3}}{9}$

28. 좌표평면에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원 C 와 두 점 $A(2, 0), B(0, -2)$ 가 있다. 원 C 위에 있고 x 좌표가 음수인 점 P 에 대하여 $\angle PAB = \theta$ 라 하자. 점 $Q(0, 2\cos\theta)$ 에서 직선 BP 에 내린 수선의 발을 R 라 하고, 두 점 P 와 R 사이의 거리를 $f(\theta)$ 라 할 때, $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} f(\theta) d\theta$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{2\sqrt{3}-3}{2}$ ② $\sqrt{3}-1$ ③ $\frac{3\sqrt{3}-3}{2}$
 ④ $\frac{2\sqrt{3}-1}{2}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{3}-3}{2}$



단답형

29. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x) = \{f(x)+2\}e^{f(x)}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(a)=6$ 인 a 에 대하여 $g(x)$ 는 $x=a$ 에서 최댓값을 갖는다.

(나) $g(x)$ 는 $x=b, x=b+6$ 에서 최솟값을 갖는다.

방정식 $f(x)=0$ 의 서로 다른 두 실근을 α, β 라 할 때, $(\alpha-\beta)^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 실수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 9인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi \times f(x))}{x} = 0$$

(나) $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 곱은 5이다.

함수 $g(x)$ 는 $0 \leq x < 1$ 일 때 $g(x) = f(x)$ 이고 모든 실수 x 에 대하여 $g(x+1) = g(x)$ 이다.

$g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $\int_0^5 xg(x)dx = \frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역

출수형

5지선다형

1. $(2^{\sqrt{3}} \times 4)^{\sqrt{3}-2}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2. 함수 $f(x) = x^3 + 3x^2 + x - 1$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

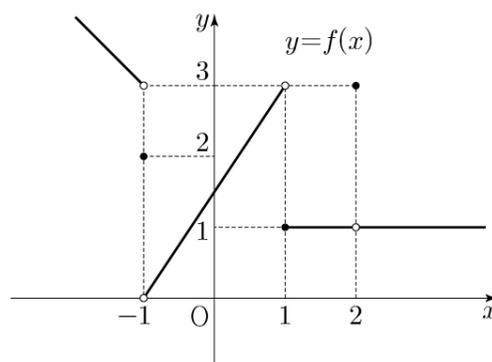
3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 = 6, \quad a_4 + a_6 = 36$$

일 때, a_{10} 의 값은? [3점]

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n & (a_n < 7) \\ a_n - 7 & (a_n \geq 7) \end{cases}$$

일 때, $\sum_{k=1}^8 a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

6. 방정식 $2x^3 - 3x^2 - 12x + k = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 정수 k 의 개수는? [3점]

- ① 20 ② 23 ③ 26 ④ 29 ⑤ 32

7. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여 $\tan\theta - \frac{6}{\tan\theta} = 1$ 일 때,

$\sin\theta + \cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2\sqrt{10}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{10}}{5}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

8. 곡선 $y=x^2-5x$ 와 직선 $y=x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $x=k$ 가 이등분할 때, 상수 k 의 값은? [3점]

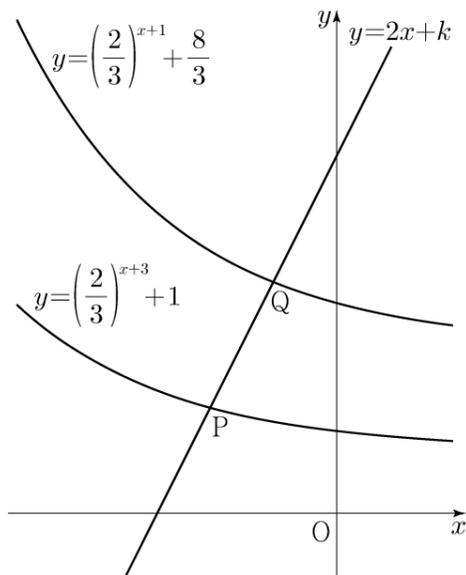
- ① 3 ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 4

9. 직선 $y=2x+k$ 가 두 함수

$$y=\left(\frac{2}{3}\right)^{x+3}+1, \quad y=\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}+\frac{8}{3}$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. $\overline{PQ}=\sqrt{5}$ 일 때, 상수 k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{31}{6}$ ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{17}{3}$ ⑤ $\frac{35}{6}$



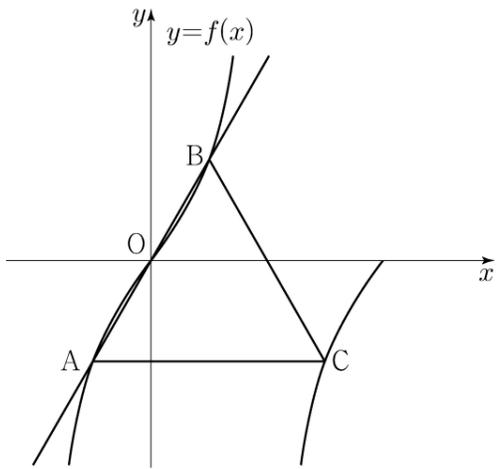
10. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서의 접선과 곡선 $y=xf(x)$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선이 일치할 때, $f'(2)$ 의 값은? [4점]

- ① -18 ② -17 ③ -16 ④ -15 ⑤ -14

11. 양수 a 에 대하여 집합 $\left\{x \mid -\frac{a}{2} < x \leq a, x \neq \frac{a}{2}\right\}$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \tan \frac{\pi x}{a}$$

가 있다. 그림과 같이 함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 세 점 O, A, B 를 지나는 직선이 있다. 점 A 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 C 라 하자. 삼각형 ABC 가 정삼각형일 때, 삼각형 ABC 의 넓이는? (단, O 는 원점이다.) [4점]



- ① $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
- ② $\frac{17\sqrt{3}}{12}$
- ③ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
- ④ $\frac{5\sqrt{3}}{4}$
- ⑤ $\frac{7\sqrt{3}}{6}$

12. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\{f(x)\}^3 - \{f(x)\}^2 - x^2 f(x) + x^2 = 0$$

을 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 의 최댓값이 1이고 최솟값이 0일 때, $f\left(-\frac{4}{3}\right) + f(0) + f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$
- ② 1
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2
- ⑤ $\frac{5}{2}$

13. 두 상수 $a, b (1 < a < b)$ 에 대하여 좌표평면 위의
 두 점 $(a, \log_2 a), (b, \log_2 b)$ 를 지나는 직선의 y 절편과
 두 점 $(a, \log_4 a), (b, \log_4 b)$ 를 지나는 직선의 y 절편이 같다.
 함수 $f(x) = a^{bx} + b^{ax}$ 에 대하여 $f(1) = 40$ 일 때, $f(2)$ 의 값은?
 [4점]
- ① 760 ② 800 ③ 840 ④ 880 ⑤ 920

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 $x(t)$ 가
 두 상수 a, b 에 대하여

$$x(t) = t(t-1)(at+b) \quad (a \neq 0)$$

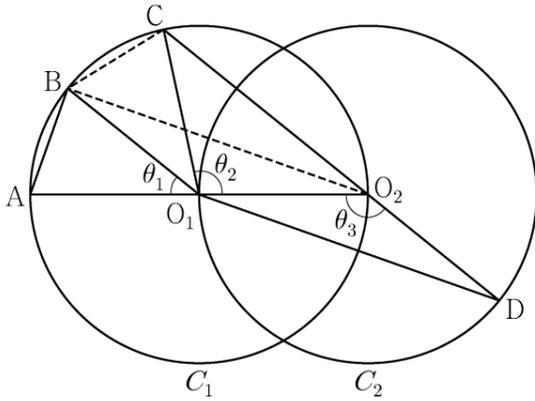
 이다. 점 P의 시각 t 에서의 속도 $v(t)$ 가 $\int_0^1 |v(t)| dt = 2$ 를
 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
 [4점]

<보 기>

ㄱ. $\int_0^1 v(t) dt = 0$
 ㄴ. $|x(t_1)| > 1$ 인 t_1 이 열린구간 $(0, 1)$ 에 존재한다.
 ㄷ. $0 \leq t \leq 1$ 인 모든 t 에 대하여 $|x(t)| < 1$ 이면
 $x(t_2) = 0$ 인 t_2 가 열린구간 $(0, 1)$ 에 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 두 점 O_1, O_2 를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{O_1O_2}$ 인 두 원 C_1, C_2 가 있다. 그림과 같이 원 C_1 위의 서로 다른 세 점 A, B, C 와 원 C_2 위의 점 D 가 주어졌고, 세 점 A, O_1, O_2 와 세 점 C, O_2, D 가 각각 한 직선 위에 있다. 이때 $\angle BO_1A = \theta_1, \angle O_2O_1C = \theta_2, \angle O_1O_2D = \theta_3$ 이라 하자.



다음은 $\overline{AB} : \overline{O_1D} = 1 : 2\sqrt{2}$ 이고 $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$ 일 때, 선분 AB와 선분 CD의 길이의 비를 구하는 과정이다.

$\angle CO_2O_1 + \angle O_1O_2D = \pi$ 이므로 $\theta_3 = \frac{\pi}{2} + \frac{\theta_2}{2}$ 이고
 $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$ 에서 $2\theta_1 + \theta_2 = \pi$ 이므로 $\angle CO_1B = \theta_1$ 이다.
 이때 $\angle O_2O_1B = \theta_1 + \theta_2 = \theta_3$ 이므로 삼각형 O_1O_2B 와 삼각형 O_2O_1D 는 합동이다.
 $\overline{AB} = k$ 라 할 때
 $\overline{BO_2} = \overline{O_1D} = 2\sqrt{2}k$ 이므로 $\overline{AO_2} = \boxed{\text{(가)}}$ 이고,
 $\angle BO_2A = \frac{\theta_1}{2}$ 이므로 $\cos \frac{\theta_1}{2} = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.
 삼각형 O_2BC 에서
 $\overline{BC} = k, \overline{BO_2} = 2\sqrt{2}k, \angle CO_2B = \frac{\theta_1}{2}$ 이므로
 코사인법칙에 의하여 $\overline{O_2C} = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.
 $\overline{CD} = \overline{O_2D} + \overline{O_2C} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2C}$ 이므로
 $\overline{AB} : \overline{CD} = k : \left(\frac{\boxed{\text{(가)}}}{2} + \boxed{\text{(다)}} \right)$ 이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(k), g(k)$ 라 하고, (나)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $f(p) \times g(p)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{169}{27}$ ② $\frac{56}{9}$ ③ $\frac{167}{27}$ ④ $\frac{166}{27}$ ⑤ $\frac{55}{9}$

단답형

16. $\log_2 120 - \frac{1}{\log_{15} 2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 + 2x$ 이고 $f(0) = 2$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k - \sum_{k=1}^7 \frac{a_k}{2} = 56, \quad \sum_{k=1}^{10} 2a_k - \sum_{k=1}^8 a_k = 100$$

일 때, a_8 의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 - (a^2 - 8a)x + 3$ 이 실수 전체의 집합에서 증가하도록 하는 실수 a 의 최댓값을 구하시오. [3점]

20. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 $f(x) = x$ 이다.

(나) 어떤 상수 a, b 에 대하여 구간 $[0, \infty)$ 에서 $f(x+1) - xf(x) = ax + b$ 이다.

$60 \times \int_1^2 f(x) dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|a_1|=2$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여 $|a_{n+1}|=2|a_n|$ 이다.

(다) $\sum_{n=1}^{10} a_n = -14$

$a_1+a_3+a_5+a_7+a_9$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 방정식 $f'(x)=0$ 이 닫힌구간 $[t, t+2]$ 에서 갖는 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{t \rightarrow a^+} g(t) + \lim_{t \rightarrow a^-} g(t) \leq 2$ 이다.

(나) $g(f(1))=g(f(4))=2, g(f(0))=1$

$f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

출수형

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{5}{n} + \frac{3}{n^2}}{\frac{1}{n} - \frac{2}{n^3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x^3 + x) = e^x$$

을 만족시킬 때, $f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① e ② $\frac{e}{2}$ ③ $\frac{e}{3}$ ④ $\frac{e}{4}$ ⑤ $\frac{e}{5}$

25. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_{2n-1} - a_{2n}) = 3, \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 = 6$$

일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

26. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k^2 + 2kn}{k^3 + 3k^2n + n^3}$ 의 값은? [3점]

- ① $\ln 5$ ② $\frac{\ln 5}{2}$ ③ $\frac{\ln 5}{3}$ ④ $\frac{\ln 5}{4}$ ⑤ $\frac{\ln 5}{5}$

27. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t > 0)$ 에서의 위치가 곡선 $y = x^2$ 과 직선 $y = t^2x - \frac{\ln t}{8}$ 가 만나는 서로 다른 두 점의 중점일 때, 시각 $t=1$ 에서 $t=e$ 까지 점 P가 움직인 거리는?
[3점]

- ① $\frac{e^4}{2} - \frac{3}{8}$ ② $\frac{e^4}{2} - \frac{5}{16}$ ③ $\frac{e^4}{2} - \frac{1}{4}$
 ④ $\frac{e^4}{2} - \frac{3}{16}$ ⑤ $\frac{e^4}{2} - \frac{1}{8}$

28. 함수 $f(x) = 6\pi(x-1)^2$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = 3f(x) + 4\cos f(x)$$

라 하자. $0 < x < 2$ 에서 함수 $g(x)$ 가 극소가 되는 x 의 개수는?
[4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

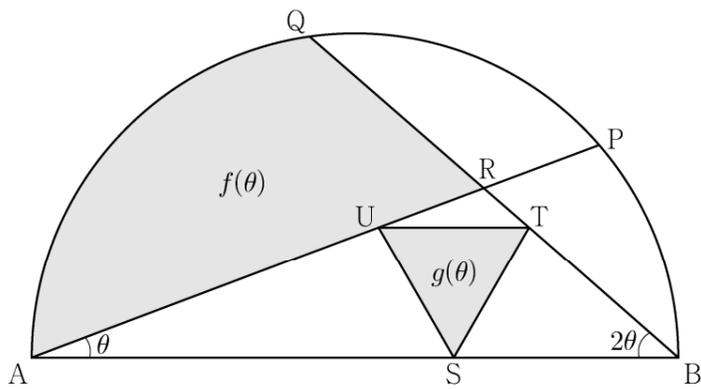
단답형

29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위에 두 점 P, Q를 $\angle PAB = \theta$, $\angle QBA = 2\theta$ 가 되도록 잡고, 두 선분 AP, BQ의 교점을 R라 하자.

선분 AB 위의 점 S, 선분 BR 위의 점 T, 선분 AR 위의 점 U를 선분 UT가 선분 AB에 평행하고 삼각형 STU가 정삼각형이 되도록 잡는다. 두 선분 AR, QR와 호 AQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 STU의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때,

$$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta \times f(\theta)} = \frac{q}{p} \sqrt{3} \text{ 이다. } p+q \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) f(1) = 1, \int_1^2 f(x) dx = \frac{5}{4}$$

(나) 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $x \geq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(2x) = 2f(x)$ 이다.

$$\int_1^8 xf'(x) dx = \frac{q}{p} \text{ 일 때, } p+q \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
 - 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인 하시오.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $(-\sqrt{2})^4 \times 8^{-\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

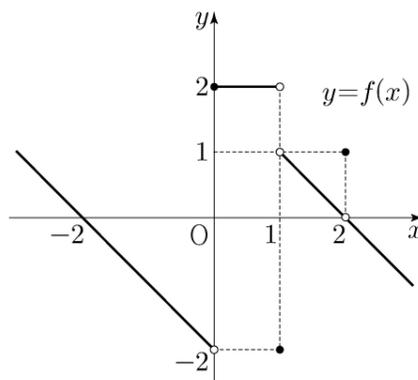
2. 함수 $f(x) = x^3 + 9$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

3. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos^2 \theta = \frac{4}{9}$ 일 때, $\sin^2 \theta + \cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{4}{9}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{2}{9}$ ④ $-\frac{1}{9}$ ⑤ 0

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = \frac{1}{4}, \quad a_2 + a_3 = \frac{3}{2}$$

일 때, $a_6 + a_7$ 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

6. 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} x+a & (x < -1) \\ x & (-1 \leq x < 3) \\ bx-2 & (x \geq 3) \end{cases}$$

이다. 함수 $|f(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3 ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

7. 닫힌구간 $[0, \pi]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = -\sin 2x$ 가 $x=a$ 에서 최댓값을 갖고 $x=b$ 에서 최솟값을 갖는다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 두 점 $(a, f(a)), (b, f(b))$ 를 지나는 직선의 기울기는? [3점]

- ① $\frac{1}{\pi}$ ② $\frac{2}{\pi}$ ③ $\frac{3}{\pi}$ ④ $\frac{4}{\pi}$ ⑤ $\frac{5}{\pi}$

8. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(5)$ 의 최솟값은? [3점]

(가) $f(1) = 3$
 (나) $1 < x < 5$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \geq 5$ 이다.

- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

9. 두 함수

$$f(x) = x^3 - x + 6, \quad g(x) = x^2 + a$$

가 있다. $x \geq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식

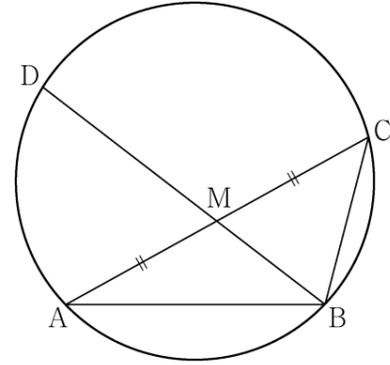
$$f(x) \geq g(x)$$

가 성립할 때, 실수 a 의 최댓값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 그림과 같이 $\overline{AB} = 3$, $\overline{BC} = 2$, $\overline{AC} > 3$ 이고

$\cos(\angle BAC) = \frac{7}{8}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC의 중점을 M, 삼각형 ABC의 외접원이 직선 BM과 만나는 점 중 B가 아닌 점을 D라 할 때, 선분 MD의 길이는? [4점]



- ① $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ ② $\frac{7\sqrt{10}}{10}$ ③ $\frac{4\sqrt{10}}{5}$
 ④ $\frac{9\sqrt{10}}{10}$ ⑤ $\sqrt{10}$

11. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 2 - t, \quad v_2(t) = 3t$$

이다. 출발한 시각부터 점 P가 원점으로 돌아올 때까지 점 Q가 움직인 거리는? [4점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

12. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{10} 의 값은? [4점]

$$(가) \quad a_5 \times a_7 < 0$$

$$(나) \quad \sum_{k=1}^6 |a_{k+6}| = 6 + \sum_{k=1}^6 |a_{2k}|$$

- ① $\frac{21}{2}$ ② 11 ③ $\frac{23}{2}$ ④ 12 ⑤ $\frac{25}{2}$

13. 두 곡선 $y=16^x$, $y=2^x$ 과 한 점 $A(64, 2^{64})$ 이 있다.

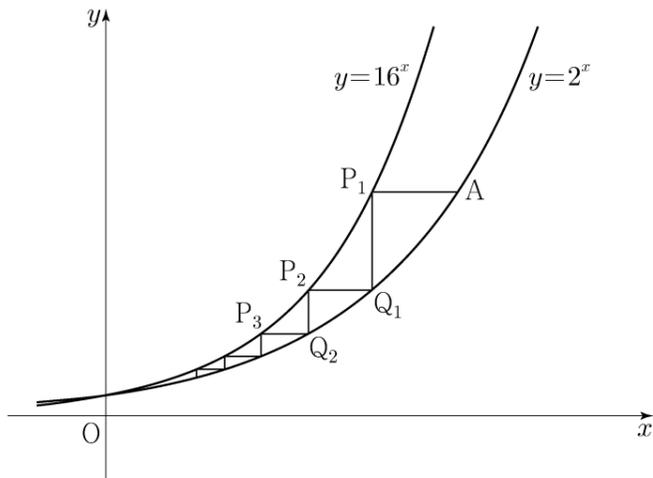
점 A 를 지나며 x 축과 평행한 직선이 곡선 $y=16^x$ 과 만나는 점을 P_1 이라 하고, 점 P_1 을 지나며 y 축과 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 Q_1 이라 하자.

점 Q_1 을 지나며 x 축과 평행한 직선이 곡선 $y=16^x$ 과 만나는 점을 P_2 라 하고, 점 P_2 를 지나며 y 축과 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 Q_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 두 점을 각각 P_n, Q_n 이라 하고 점 Q_n 의 x 좌표를 x_n 이라 할 때,

$x_n < \frac{1}{k}$ 을 만족시키는 n 의 최솟값이 6 이 되도록 하는 자연수 k 의 개수는? [4점]

- ① 48 ② 51 ③ 54 ④ 57 ⑤ 60



14. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} -\int_0^x f(t) dt & (x < 0) \\ \int_0^x f(t) dt & (x \geq 0) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(0) = 0$

ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 극댓값을 갖는다.

ㄷ. $2 < f(1) < 4$ 일 때, 방정식 $f(x) = x$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 자연수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$a_1 = 0$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + \frac{1}{k+1} & (a_n \leq 0) \\ a_n - \frac{1}{k} & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_{22} = 0$ 이 되도록 하는 모든 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

단답형

16. 방정식 $\log_2(x+2) + \log_2(x-2) = 5$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 8x^3 + 6x^2$ 이고 $f(0) = -1$ 일 때, $f(-2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. $\sum_{k=1}^{10} (4k+a) = 250$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

20. 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여

함수 $g(x) = \int_x^{x+1} |f(t)| dt$ 는 $x=1$ 과 $x=4$ 에서 극소이다.

$f(0)$ 의 값을 구하시오. [4점]

19. 함수 $f(x) = x^4 + ax^2 + b$ 는 $x=1$ 에서 극소이다.

함수 $f(x)$ 의 극댓값이 4일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

(단, a 와 b 는 상수이다.) [3점]

21. 자연수 n 에 대하여 $4\log_{64}\left(\frac{3}{4n+16}\right)$ 의 값이 정수가 되도록 하는 1000 이하의 모든 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

22. 두 양수 $a, b (b > 3)$ 과 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} (x+3)f(x) & (x < 0) \\ (x+a)f(x-b) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킬 때, $g(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{|g(x)| + \{g(t)\}^2} - |g(t)|}{(x+3)^2} \text{의 값이 존재하지 않는}$$

실수 t 의 값은 -3 과 6 뿐이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+3n} - \sqrt{n^2+n}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

24. 곡선 $x^2 - y \ln x + x = e$ 위의 점 (e, e^2) 에서의 접선의 기울기는? [3점]

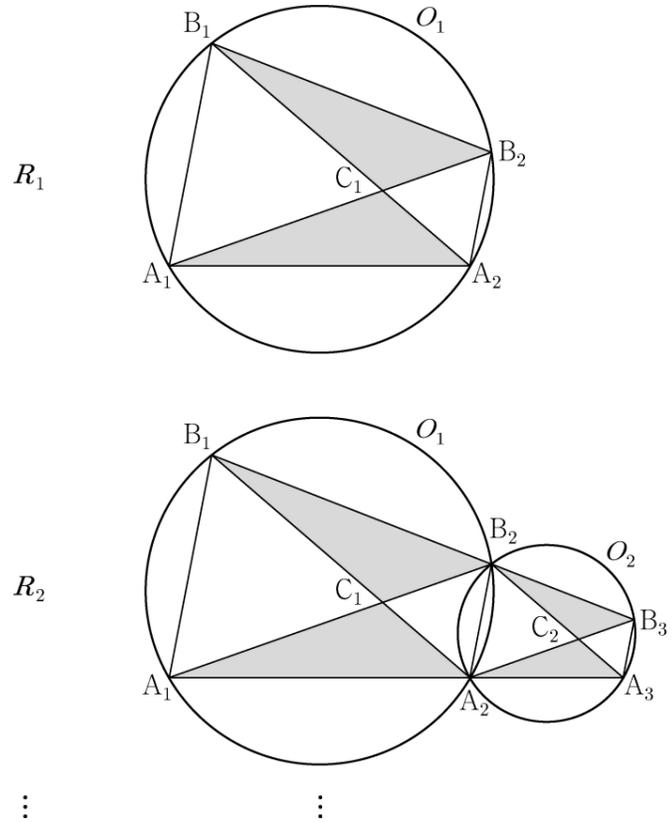
- ① $e+1$ ② $e+2$ ③ $e+3$ ④ $2e+1$ ⑤ $2e+2$

25. 함수 $f(x) = x^3 + 2x + 3$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g'(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

26. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1} = 2$, $\overline{B_1A_2} = 3$ 이고 $\angle A_1B_1A_2 = \frac{\pi}{3}$ 인

삼각형 $A_1A_2B_1$ 과 이 삼각형의 외접원 O_1 이 있다.
 점 A_2 를 지나고 직선 A_1B_1 에 평행한 직선이 원 O_1 과 만나는 점 중 A_2 가 아닌 점을 B_2 라 하자. 두 선분 A_1B_2 , B_1A_2 가 만나는 점을 C_1 이라 할 때, 두 삼각형 $A_1A_2C_1$, $B_1C_1B_2$ 로 만들어진 \bowtie 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.
 그림 R_1 에서 점 B_2 를 지나고 직선 B_1A_2 에 평행한 직선이 직선 A_1A_2 와 만나는 점을 A_3 이라 할 때, 삼각형 $A_2A_3B_2$ 의 외접원을 O_2 라 하자. 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 두 점 B_3 , C_2 를 잡아 원 O_2 에 \bowtie 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.
 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{11\sqrt{3}}{9}$ ② $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{13\sqrt{3}}{9}$
 ④ $\frac{14\sqrt{3}}{9}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

27. 첫째항이 4인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 급수

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{n} - \frac{3n+7}{n+2} \right)$$

이 실수 S 에 수렴할 때, S 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

28. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여

함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} \ln|f(x)| & (f(x) \neq 0) \\ 1 & (f(x) = 0) \end{cases}$$

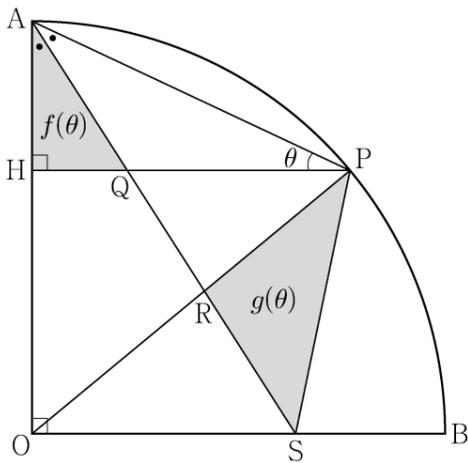
이고 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $g(x)$ 의 극솟값은? [4점]

- (가) 함수 $g(x)$ 는 $x \neq 1$ 인 모든 실수 x 에서 연속이다.
 (나) 함수 $g(x)$ 는 $x=2$ 에서 극대이고,
 함수 $|g(x)|$ 는 $x=2$ 에서 극소이다.
 (다) 방정식 $g(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

- ① $\ln \frac{13}{27}$ ② $\ln \frac{16}{27}$ ③ $\ln \frac{19}{27}$ ④ $\ln \frac{22}{27}$ ⑤ $\ln \frac{25}{27}$

단답형

29. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\angle OAP$ 를 이등분하는 직선과 세 선분 HP, OP, OB의 교점을 각각 Q, R, S라 하자. $\angle APH = \theta$ 일 때, 삼각형 AQH의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PSR의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.
 $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta^3 \times g(\theta)}{f(\theta)} = k$ 일 때, $100k$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)
 [4점]



30. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \frac{x^2 - ax}{e^x}$$

이다. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$f(x) = f'(t)(x-t) + f(t)$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 하자.

$g(5) + \lim_{t \rightarrow 5} g(t) = 5$ 일 때, $\lim_{t \rightarrow k^-} g(t) \neq \lim_{t \rightarrow k^+} g(t)$ 를 만족시키는

모든 실수 k 의 값의 합은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\left(\frac{2\sqrt{3}}{2}\right)^{\sqrt{3}+1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ 1 ④ 4 ⑤ 16

2. 함수 $f(x) = 2x^2 + 5$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ 의 값은? [2점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

3. $\sin(\pi - \theta) = \frac{5}{13}$ 이고 $\cos\theta < 0$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{12}{13}$ ② $-\frac{5}{12}$ ③ 0 ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{12}{13}$

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -2x + a & (x \leq a) \\ ax - 6 & (x > a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

5. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 2a_5, \quad a_8 + a_{12} = -6$$

일 때, a_2 의 값은? [3점]

- ① 17 ② 19 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

6. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + k$ 의 극댓값이 9일 때,
함수 $f(x)$ 의 극솟값은? (단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$S_n = \frac{1}{n(n+1)} \text{ 일 때, } \sum_{k=1}^{10} (S_k - a_k) \text{의 값은? [3점]}$$

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{7}{10}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

8. 곡선 $y = x^3 - 4x + 5$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선이
 곡선 $y = x^4 + 3x + a$ 에 접할 때, 상수 a 의 값은? [3점]
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

9. 닫힌구간 $[0, 12]$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \cos \frac{\pi x}{6}, \quad g(x) = -3 \cos \frac{\pi x}{6} - 1$$

이 있다. 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = k$ 가 만나는 두 점의
 x 좌표를 α_1, α_2 라 할 때, $|\alpha_1 - \alpha_2| = 8$ 이다. 곡선 $y = g(x)$ 와
 직선 $y = k$ 가 만나는 두 점의 x 좌표를 β_1, β_2 라 할 때,
 $|\beta_1 - \beta_2|$ 의 값은? (단, k 는 $-1 < k < 1$ 인 상수이다.) [4점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

10. 수직선 위의 점 $A(6)$ 과 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여
 이 수직선 위를 움직이는 점 P 가 있다. 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의
 점 P 의 속도 $v(t)$ 를

$$v(t) = 3t^2 + at \quad (a > 0)$$

이라 하자. 시각 $t=2$ 에서 점 P 와 점 A 사이의 거리가 10일 때,
 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 함수 $f(x) = -(x-2)^2 + k$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 n 의 개수가 2일 때, 상수 k 의 값은? [4점]

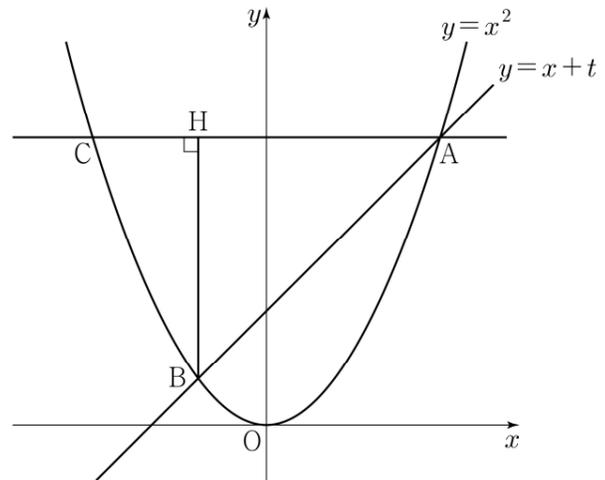
$\sqrt{3}^{f(n)}$ 의 네제곱근 중 실수인 것을 모두 곱한 값이 -9 이다.

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

12. 실수 $t(t > 0)$ 에 대하여 직선 $y = x + t$ 와 곡선 $y = x^2$ 이 만나는 두 점을 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y = x^2$ 과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C, 점 B에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\overline{AH} - \overline{CH}}{t}$ 의 값은? (단, 점 A의 x 좌표는 양수이다.) [4점]

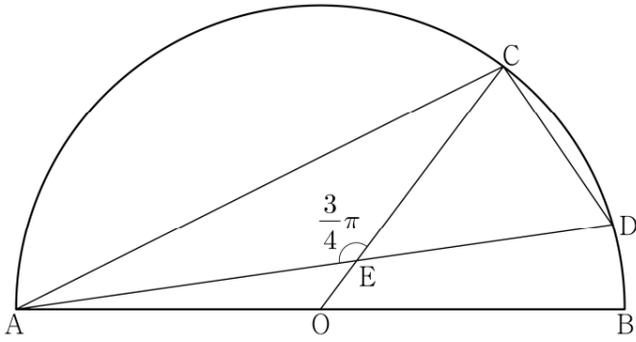
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



13. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 두 점 C, D가 있다. 선분 AB의 중점 O에 대하여 두 선분 AD, CO가 점 E에서 만나고,

$$\overline{CE} = 4, \quad \overline{ED} = 3\sqrt{2}, \quad \angle CEA = \frac{3}{4}\pi$$

이다. $\overline{AC} \times \overline{CD}$ 의 값은? [4점]



- ① $6\sqrt{10}$ ② $10\sqrt{5}$ ③ $16\sqrt{2}$
 ④ $12\sqrt{5}$ ⑤ $20\sqrt{2}$

14. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0, f(1)=0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(t)$ 를

$$g(t) = \int_t^{t+1} f(x) dx - \int_0^1 |f(x)| dx$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $g(0)=0$ 이면 $g(-1) < 0$ 이다.
 ㄴ. $g(-1) > 0$ 이면 $f(k)=0$ 을 만족시키는 $k < -1$ 인 실수 k 가 존재한다.
 ㄷ. $g(-1) > 1$ 이면 $g(0) < -1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 k 에 대하여 $a_{4k} = r^k$ 이다.

(단, r 는 $0 < |r| < 1$ 인 상수이다.)

(나) $a_1 < 0$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3 & (|a_n| < 5) \\ -\frac{1}{2}a_n & (|a_n| \geq 5) \end{cases}$$

이다.

$|a_m| \geq 5$ 를 만족시키는 100 이하의 자연수 m 의 개수를 p 라 할 때, $p + a_1$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

단답형

16. 방정식 $\log_3(x-4) = \log_9(x+2)$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 - 4x + 3$ 이고 $f(1) = 5$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^5 a_k = 10$ 일 때,

$$\sum_{k=1}^5 ca_k = 65 + \sum_{k=1}^5 c$$

를 만족시키는 상수 c 의 값을 구하시오. [3점]

19. 방정식 $3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + k = 0$ 이 서로 다른 4개의 실근을 갖도록 하는 자연수 k 의 개수를 구하시오. [3점]

20. 상수 $k(k < 0)$ 에 대하여 두 함수

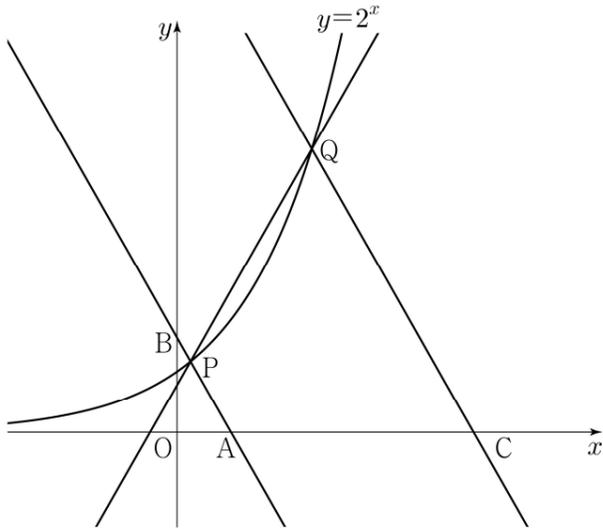
$$f(x) = x^3 + x^2 - x, \quad g(x) = 4|x| + k$$

의 그래프가 만나는 점의 개수가 2일 때,
두 함수의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 하자.
 $30 \times S$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 그림과 같이 곡선 $y=2^x$ 위에 두 점 $P(a, 2^a)$, $Q(b, 2^b)$ 이 있다. 직선 PQ의 기울기를 m 이라 할 때, 점 P를 지나며 기울기가 $-m$ 인 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 Q를 지나며 기울기가 $-m$ 인 직선이 x 축과 만나는 점을 C라 하자.

$$\overline{AB} = 4\overline{PB}, \quad \overline{CQ} = 3\overline{AQ}$$

일 때, $90 \times (a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < a < b$) [4점]



22. 최고차항의 계수가 1이고 $x=3$ 에서 극댓값 8을 갖는 삼차함수 $f(x)$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \geq t) \\ -f(x) + 2f(t) & (x < t) \end{cases}$$

라 할 때, 방정식 $g(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$ 라 하자. 함수 $h(t)$ 가 $t=a$ 에서 불연속인 a 의 값이 두 개일 때, $f(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x - 2^x}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\ln 2$ ② 1 ③ $2\ln 2$ ④ 2 ⑤ $3\ln 2$

24. $\int_0^{\pi} x \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{3\pi}{2}$ ④ 2π ⑤ $\frac{5\pi}{2}$

2

수학 영역(미적분)

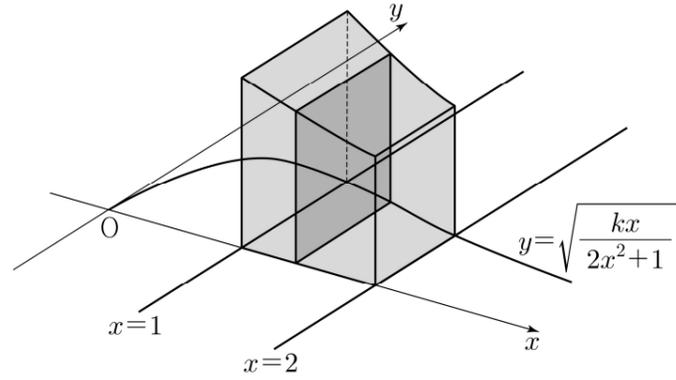
25. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n+2}{2} = 6$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na_n+1}{a_n+2n}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

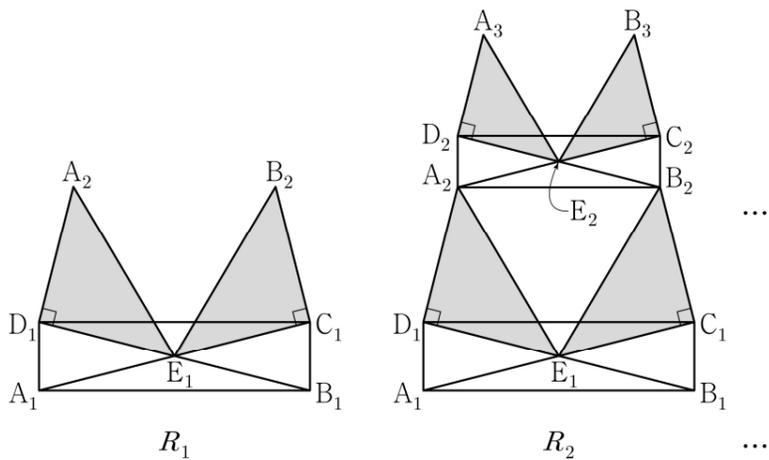
26. 그림과 같이 양수 k 에 대하여 곡선 $y = \sqrt{\frac{kx}{2x^2+1}}$ 와

x 축 및 두 직선 $x=1, x=2$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피가 $2\ln 3$ 일 때, k 의 값은? [3점]



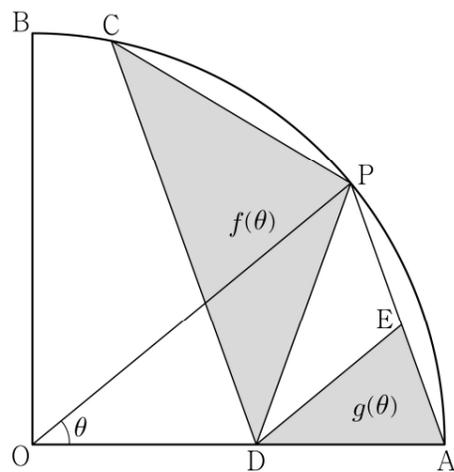
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

27. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1} = 4$, $\overline{A_1D_1} = 1$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에서 두 대각선의 교점을 E_1 이라 하자.
 $\overline{A_2D_1} = \overline{D_1E_1}$, $\angle A_2D_1E_1 = \frac{\pi}{2}$ 이고 선분 D_1C_1 과 선분 A_2E_1 이 만나도록 점 A_2 를 잡고, $\overline{B_2C_1} = \overline{C_1E_1}$, $\angle B_2C_1E_1 = \frac{\pi}{2}$ 이고 선분 D_1C_1 과 선분 B_2E_1 이 만나도록 점 B_2 를 잡는다.
 두 삼각형 $A_2D_1E_1$, $B_2C_1E_1$ 을 그린 후 Δ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.
 그림 R_1 에서 $\overline{A_2B_2} : \overline{A_2D_2} = 4:1$ 이고 선분 D_2C_2 가 두 선분 A_2E_1 , B_2E_1 과 만나지 않도록 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린다.
 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 세 점 E_2 , A_3 , B_3 을 잡고 두 삼각형 $A_3D_2E_2$, $B_3C_2E_2$ 를 그린 후 Δ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.
 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{68}{5}$ ② $\frac{34}{3}$ ③ $\frac{68}{7}$ ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{68}{9}$

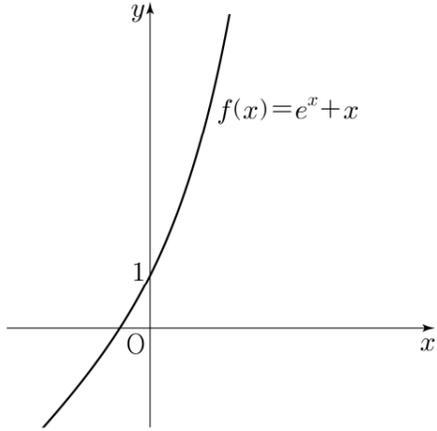
28. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB 가 있다. 호 AB 위의 점 P 에 대하여 $\overline{PA} = \overline{PC} = \overline{PD}$ 가 되도록 호 PB 위에 점 C 와 선분 OA 위에 점 D 를 잡는다. 점 D 를 지나고 선분 OP 와 평행한 직선이 선분 PA 와 만나는 점을 E 라 하자. $\angle POA = \theta$ 일 때, 삼각형 CDP 의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 EDA 의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.
 $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta^2 \times f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

단답형

29. 함수 $f(x) = e^x + x$ 가 있다. 양수 t 에 대하여 점 $(t, 0)$ 과 점 $(x, f(x))$ 사이의 거리가 $x = s$ 에서 최소일 때, 실수 $f(s)$ 의 값을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 의 역함수를 $h(t)$ 라 할 때, $h'(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 와 구간 $(0, \infty)$ 에서 $g(x) \geq 0$ 인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $x \leq -3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq f(-3)$ 이다.
 (나) $x > -3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(x+3)\{f(x) - f(0)\}^2 = f'(x)$ 이다.

$$\int_4^5 g(x) dx = \frac{q}{p} \text{ 일 때, } p+q \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역

출수형

5지선다형

1. $\left(\frac{4}{2\sqrt{2}}\right)^{2+\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2-2}+3x}{x+5}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_2 + a_4 = 30, \quad a_4 + a_6 = \frac{15}{2}$$

를 만족시킬 때, a_1 의 값은? [3점]

- ① 48 ② 56 ③ 64 ④ 72 ⑤ 80

4. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = x^2 f(x)$$

라 하자. $f(2) = 1, f'(2) = 3$ 일 때, $g'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

5. $\tan \theta < 0$ 이고 $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 일 때, $\cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

6. 함수 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + ax + 5$ 는 $x = 1$ 에서 극대이고,
 $x = b$ 에서 극소이다. $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

7. 모든 항이 양수이고 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{k=1}^{15} \frac{1}{\sqrt{a_k} + \sqrt{a_{k+1}}} = 2$$

를 만족시킬 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

8. 점 $(0, 4)$ 에서 곡선 $y = x^3 - x + 2$ 에 그은 접선의 x 절편은?
[3점]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② -1 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{5}{2}$

9. 함수

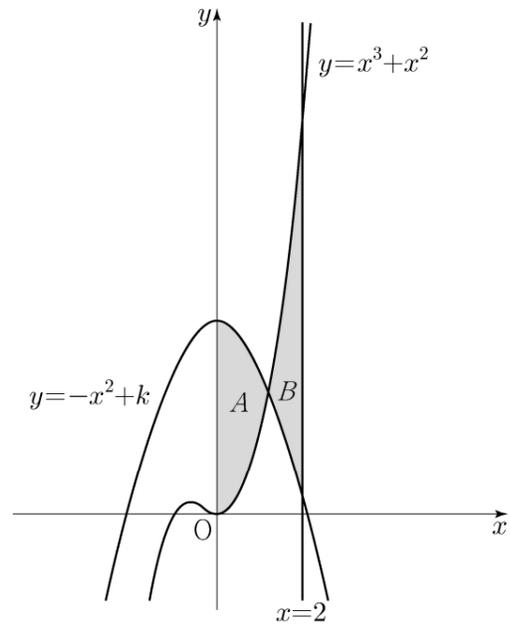
$$f(x) = a - \sqrt{3}\tan 2x$$

가 닫힌구간 $[-\frac{\pi}{6}, b]$ 에서 최댓값 7, 최솟값 3을 가질 때,
 $a \times b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{5\pi}{12}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{\pi}{4}$ ⑤ $\frac{\pi}{6}$

10. 두 곡선 $y = x^3 + x^2$, $y = -x^2 + k$ 와 y 축으로 둘러싸인
부분의 넓이를 A , 두 곡선 $y = x^3 + x^2$, $y = -x^2 + k$ 와
직선 $x = 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 B 라 하자.
 $A = B$ 일 때, 상수 k 의 값은? (단, $4 < k < 5$) [4점]

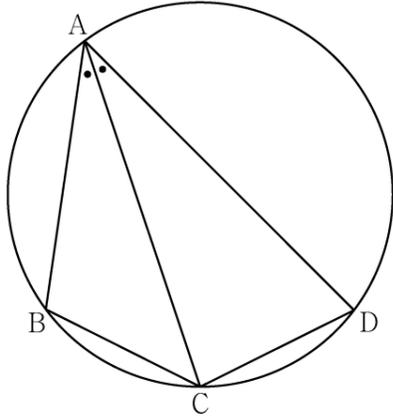
- ① $\frac{25}{6}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ $\frac{29}{6}$



11. 그림과 같이 사각형 ABCD가 한 원에 내접하고

$$\overline{AB} = 5, \overline{AC} = 3\sqrt{5}, \overline{AD} = 7, \angle BAC = \angle CAD$$

일 때, 이 원의 반지름의 길이는? [4점]



- ① $\frac{5\sqrt{2}}{2}$
- ② $\frac{8\sqrt{5}}{5}$
- ③ $\frac{5\sqrt{5}}{3}$
- ④ $\frac{8\sqrt{2}}{3}$
- ⑤ $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

12. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$n-1 \leq x < n$ 일 때, $|f(x)| = |6(x-n+1)(x-n)|$ 이다.
(단, n 은 자연수이다.)

열린구간 $(0, 4)$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt - \int_x^4 f(t) dt$$

가 $x=2$ 에서 최솟값 0을 가질 때, $\int_{\frac{1}{2}}^4 f(x) dx$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{3}{2}$
- ② $-\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{3}{2}$
- ⑤ $\frac{5}{2}$

13. 자연수 $m(m \geq 2)$ 에 대하여 m^2 의 n 제곱근 중에서 정수가 존재하도록 하는 2 이상의 자연수 n 의 개수를 $f(m)$ 이라 할 때,

$\sum_{m=2}^9 f(m)$ 의 값은? [4점]

- ① 37 ② 42 ③ 47 ④ 52 ⑤ 57

14. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x) = \begin{cases} x & (x < -1 \text{ 또는 } x > 1) \\ f(x) & (-1 \leq x \leq 1) \end{cases}$$

함수 $h(x) = \lim_{t \rightarrow 0^+} g(x+t) \times \lim_{t \rightarrow 2^+} g(x+t)$ 에 대하여

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

- ㄱ. $h(1) = 3$
 ㄴ. 함수 $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
 ㄷ. 함수 $g(x)$ 가 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 감소하고 $g(-1) = -2$ 이면 함수 $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 최솟값을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

15. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_9 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [4점]

(가) $a_7 = 40$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} + a_n & (a_{n+1} \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ \frac{1}{3}a_{n+1} & (a_{n+1} \text{이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

- ① 216 ② 218 ③ 220 ④ 222 ⑤ 224

단답형

16. 방정식

$$\log_2(3x+2) = 2 + \log_2(x-2)$$

를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 4x^3 - 2x$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^5 (3a_k + 5) = 55, \quad \sum_{k=1}^5 (a_k + b_k) = 32$$

일 때, $\sum_{k=1}^5 b_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 방정식 $2x^3 - 6x^2 + k = 0$ 의 서로 다른 양의 실근의 개수가 2가 되도록 하는 정수 k 의 개수를 구하시오. [3점]

20. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 와 가속도 $a(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq t \leq 2$ 일 때, $v(t) = 2t^3 - 8t$ 이다.

(나) $t \geq 2$ 일 때, $a(t) = 6t + 4$ 이다.

시각 $t=0$ 에서 $t=3$ 까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. [4점]

21. 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} |3^{x+2} - n| & (x < 0) \\ |\log_2(x+4) - n| & (x \geq 0) \end{cases}$$

이라 하자. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 의 최댓값이 4가 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 모든 실수 x 에 대하여
 $f(x) = f(1) + (x-1)f'(g(x))$ 이다.
- (나) 함수 $g(x)$ 의 최솟값은 $\frac{5}{2}$ 이다.
- (다) $f(0) = -3, f(g(1)) = 6$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

출수형

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{\sqrt{x+4}-2}$ 의 값은? [2점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt{1 + \frac{3k}{n}}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{4}{3}$
- ② $\frac{13}{9}$
- ③ $\frac{14}{9}$
- ④ $\frac{5}{3}$
- ⑤ $\frac{16}{9}$

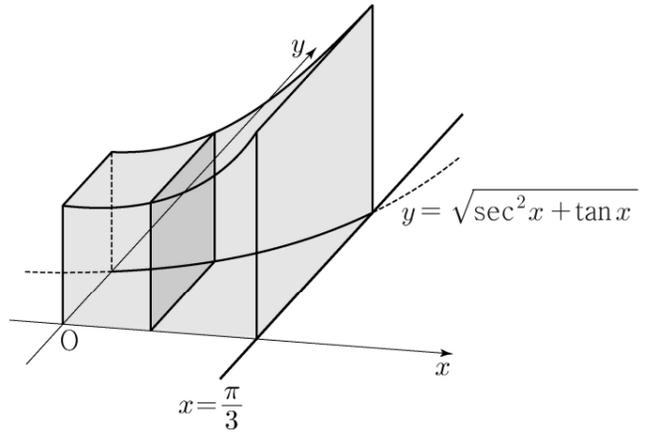
25. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 1}{3^n + 2^{2n-1}} = 3$ 일 때,

a_2 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

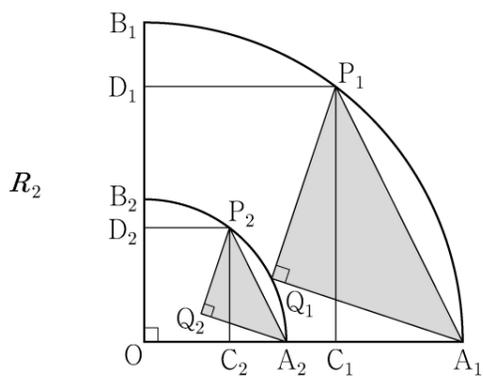
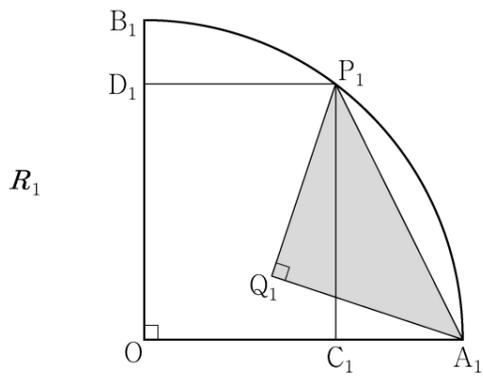
26. 그림과 같이 곡선 $y = \sqrt{\sec^2 x + \tan x}$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$)와

x 축, y 축 및 직선 $x = \frac{\pi}{3}$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



- ① $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\ln 2}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2} + \ln 2$ ③ $\sqrt{3} + \frac{\ln 2}{2}$
 ④ $\sqrt{3} + \ln 2$ ⑤ $\sqrt{3} + 2\ln 2$

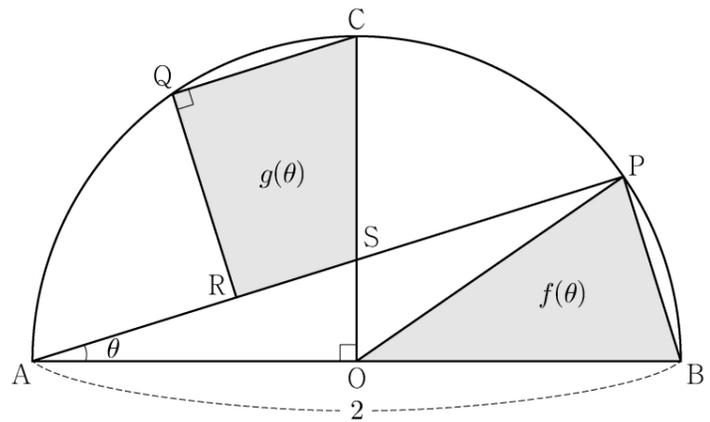
27. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OA_1B_1 이 있다. 호 A_1B_1 위에 점 P_1 , 선분 OA_1 위에 점 C_1 , 선분 OB_1 위에 점 D_1 을 사각형 $OC_1P_1D_1$ 이 $\overline{OC_1} : \overline{OD_1} = 3:4$ 인 직사각형이 되도록 잡는다. 부채꼴 OA_1B_1 의 내부에 점 Q_1 을 $\overline{P_1Q_1} = \overline{A_1Q_1}$, $\angle P_1Q_1A_1 = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 잡고, 이등변삼각형 $P_1Q_1A_1$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 선분 OA_1 위의 점 A_2 와 선분 OB_1 위의 점 B_2 를 $\overline{OQ_1} = \overline{OA_2} = \overline{OB_2}$ 가 되도록 잡고, 중심이 O, 반지름의 길이가 $\overline{OQ_1}$, 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OA_2B_2 를 그린다. 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 네 점 P_2, C_2, D_2, Q_2 를 잡고, 이등변삼각형 $P_2Q_2A_2$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



⋮ ⋮

- ① $\frac{9}{40}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{11}{40}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{13}{40}$

28. 그림과 같이 중심이 O이고 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 $\angle AOC = \frac{\pi}{2}$ 인 점 C가 있다. 호 BC 위에 점 P와 호 CA 위에 점 Q를 $\overline{PB} = \overline{QC}$ 가 되도록 잡고, 선분 AP 위에 점 R를 $\angle CQR = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 잡는다. 선분 AP와 선분 CO의 교점을 S라 하자. $\angle PAB = \theta$ 일 때, 삼각형 POB의 넓이를 $f(\theta)$, 사각형 CQRS의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{3f(\theta) - 2g(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

단답형

29. 세 상수 a, b, c 에 대하여 함수 $f(x) = ae^{2x} + be^x + c$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)+6}{e^x} = 1$$

$$(나) f(\ln 2) = 0$$

함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,

$$\int_0^{14} g(x) dx = p + q \ln 2 \text{이다. } p+q \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, p, q 는 유리수이고, $\ln 2$ 는 무리수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 와

함수 $g(x) = e^{\sin \pi x} - 1$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 합성함수 $h(x) = g(f(x))$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $h(x)$ 는 $x=0$ 에서 극댓값 0을 갖는다.

(나) 열린구간 $(0, 3)$ 에서 방정식 $h(x)=1$ 의 서로 다른 실근의 개수는 7이다.

$f(3) = \frac{1}{2}$, $f'(3) = 0$ 일 때, $f(2) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[3]{27} \times 4^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

2. 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} (2a_k + 3) = 60$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은?

[3점]

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

4. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4 - f(1)$$

을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^3 + 1)f(x)$$

라 하자. $f(1) = 2$, $f'(1) = 3$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

6. $\cos\theta < 0$ 이고 $\sin(-\theta) = \frac{1}{7}\cos\theta$ 일 때, $\sin\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{3\sqrt{2}}{10}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{10}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{10}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{10}$

7. 상수 $a(a > 2)$ 에 대하여 함수 $y = \log_2(x-a)$ 의 그래프의

접근선이 두 곡선 $y = \log_2 \frac{x}{4}$, $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 와 만나는 점을 각각

A, B라 하자. $\overline{AB} = 4$ 일 때, a 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

8. 두 곡선 $y=2x^2-1$, $y=x^3-x^2+k$ 가 만나는 점의 개수가 2가 되도록 하는 양수 k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)a_k} = n^2 + 2n$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{10}{21}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{16}{21}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

10. 양수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

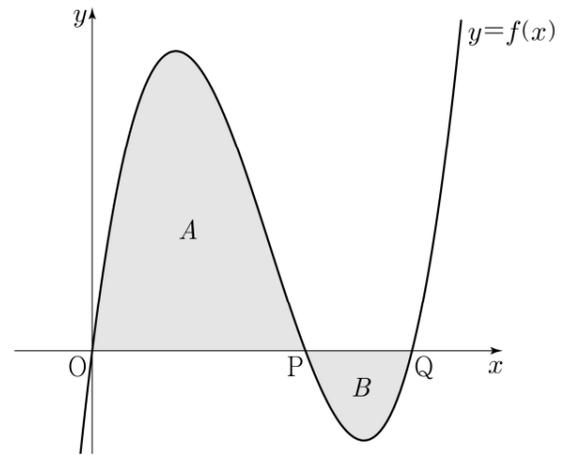
$$f(x) = kx(x-2)(x-3)$$

이다. 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축이 원점 O 와 두 점 P, Q ($\overline{OP} < \overline{OQ}$)에서 만난다. 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 OP 로 둘러싸인 영역을 A , 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 PQ 로 둘러싸인 영역을 B 라 하자.

$$(A \text{의 넓이}) - (B \text{의 넓이}) = 3$$

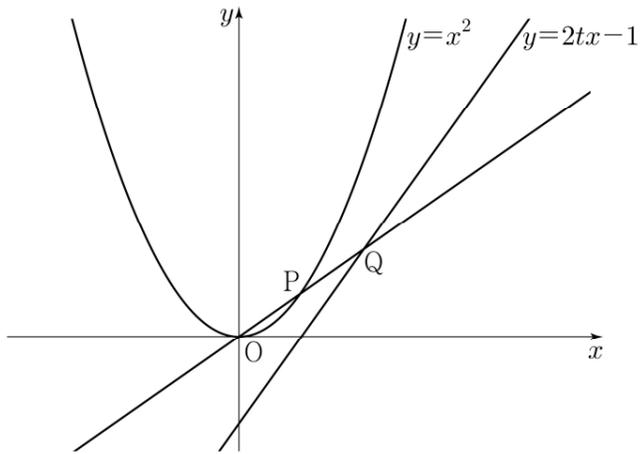
일 때, k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$



11. 그림과 같이 실수 $t(0 < t < 1)$ 에 대하여 곡선 $y = x^2$ 위의 점 중에서 직선 $y = 2tx - 1$ 과의 거리가 최소인 점을 P라 하고, 직선 OP가 직선 $y = 2tx - 1$ 과 만나는 점을 Q라 할 때,

$\lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{\overline{PQ}}{1-t}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

12. $a_2 = -4$ 이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을 $b_n = a_n + a_{n+1} (n \geq 1)$ 이라 하고, 두 집합 A, B를

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}, \quad B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$$

라 하자. $n(A \cap B) = 3$ 이 되도록 하는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{20} 의 값의 합은? [4점]

- ① 30 ② 34 ③ 38 ④ 42 ⑤ 46

13. 그림과 같이

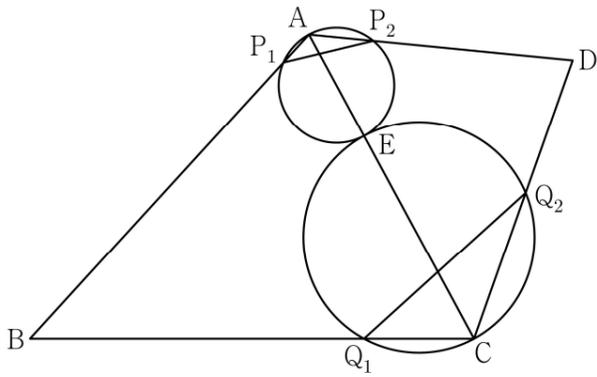
$$\overline{BC} = 3, \overline{CD} = 2, \cos(\angle BCD) = -\frac{1}{3}, \angle DAB > \frac{\pi}{2}$$

인 사각형 ABCD에서 두 삼각형 ABC와 ACD는 모두
예각삼각형이다. 선분 AC를 1:2로 내분하는 점 E에 대하여
선분 AE를 지름으로 하는 원이 두 선분 AB, AD와 만나는
점 중 A가 아닌 점을 각각 P_1, P_2 라 하고,

선분 CE를 지름으로 하는 원이 두 선분 BC, CD와 만나는
점 중 C가 아닌 점을 각각 Q_1, Q_2 라 하자.

$\overline{P_1P_2} : \overline{Q_1Q_2} = 3 : 5\sqrt{2}$ 이고 삼각형 ABD의 넓이가 2일 때,

$\overline{AB} + \overline{AD}$ 의 값은? (단, $\overline{AB} > \overline{AD}$) [4점]



- ① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{22}$ ③ $\sqrt{23}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ 5

14. 실수 $a(a \geq 0)$ 에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P의
시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 를

$$v(t) = -t(t-1)(t-a)(t-2a)$$

라 하자. 점 P가 시각 $t=0$ 일 때 출발한 후 운동 방향을
한 번만 바꾸도록 하는 a 에 대하여, 시각 $t=0$ 에서 $t=2$ 까지
점 P의 위치의 변화량의 최댓값은? [4점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

15. 자연수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$a_1 = k$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2n - k & (a_n \leq 0) \\ a_n - 2n - k & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 < 0$ 이 되도록 하는 모든 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26

단답형

16. 부등식 $2^{x-6} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^x$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 8x^3 - 1$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 상수 a, b 에 대하여 삼차함수 $f(x) = ax^3 + bx + a$ 는 $x=1$ 에서 극소이다. 함수 $f(x)$ 의 극솟값이 -2 일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. [3점]

19. 두 자연수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = a \sin bx + 8 - a$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq 0$ 이다.
 (나) $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

20. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(9)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- $x \geq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) \geq g(4)$ 이고 $|g(x)| \geq |g(3)|$ 이다.

21. 실수 t 에 대하여 두 곡선 $y = t - \log_2 x$ 와 $y = 2^{x-t}$ 이 만나는 점의 x 좌표를 $f(t)$ 라 하자.

<보기>의 각 명제에 대하여 다음 규칙에 따라 A, B, C 의 값을 정할 때, $A+B+C$ 의 값을 구하시오. (단, $A+B+C \neq 0$)
[4점]

- 명제 ㄱ이 참이면 $A=100$, 거짓이면 $A=0$ 이다.
- 명제 ㄴ이 참이면 $B=10$, 거짓이면 $B=0$ 이다.
- 명제 ㄷ이 참이면 $C=1$, 거짓이면 $C=0$ 이다.

<보 기>

- ㄱ. $f(1) = 1$ 이고 $f(2) = 2$ 이다.
- ㄴ. 실수 t 의 값이 증가하면 $f(t)$ 의 값도 증가한다.
- ㄷ. 모든 양의 실수 t 에 대하여 $f(t) \geq t$ 이다.

22. 정수 $a (a \neq 0)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 - 2ax^2$$

이라 하자. 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k 의 값의 곱이 -12 가 되도록 하는 a 에 대하여 $f'(10)$ 의 값을 구하시오. [4점]

함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\left\{ \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} \right\} \times \left\{ \frac{f(x_2) - f(x_3)}{x_2 - x_3} \right\} < 0$$

을 만족시키는 세 실수 x_1, x_2, x_3 이 열린구간 $\left(k, k + \frac{3}{2}\right)$ 에 존재한다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+9n} - \sqrt{n^2+4n})$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

24. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = \frac{5t}{t^2+1}, \quad y = 3\ln(t^2+1)$$

에서 $t=2$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

2

수학 영역(미적분)

25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{ax+b} - 8}{2^{bx} - 1} = 16$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

(단, a 와 b 는 0이 아닌 상수이다.) [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

26. x 에 대한 방정식 $x^2 - 5x + 2\ln x = t$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 t 의 값의 합은? [3점]

- ① $-\frac{17}{2}$ ② $-\frac{33}{4}$ ③ -8 ④ $-\frac{31}{4}$ ⑤ $-\frac{15}{2}$

27. 실수 $t(0 < t < \pi)$ 에 대하여 곡선 $y = \sin x$ 위의 점 $P(t, \sin t)$ 에서의 접선과 점 P를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow \pi^-} \frac{\tan \theta}{(\pi - t)^2}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

28. 두 상수 $a(a > 0)$, b 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $a \times b$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$\{f(x)\}^2 + 2f(x) = a \cos^3 \pi x \times e^{\sin^2 \pi x} + b$$

이다.

(나) $f(0) = f(2) + 1$

- ① $-\frac{1}{16}$ ② $-\frac{7}{64}$ ③ $-\frac{5}{32}$ ④ $-\frac{13}{64}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

단답형

29. 세 실수 a, b, k 에 대하여 두 점 $A(a, a+k), B(b, b+k)$ 가 곡선 $C: x^2 - 2xy + 2y^2 = 15$ 위에 있다. 곡선 C 위의 점 A 에서의 접선과 곡선 C 위의 점 B 에서의 접선이 서로 수직일 때, k^2 의 값을 구하시오. (단, $a+2k \neq 0, b+2k \neq 0$) [4점]

30. 수열 $\{a_n\}$ 은 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 을 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} -1 & (a_n \leq -1) \\ a_n & (a_n > -1) \end{cases}$$

이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n-1}$ 은 수렴하고 그 합은 -3 이다.

(나) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n}$ 은 수렴하고 그 합은 8 이다.

$b_3 = -1$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $3^{1-\sqrt{5}} \times 3^{1+\sqrt{5}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

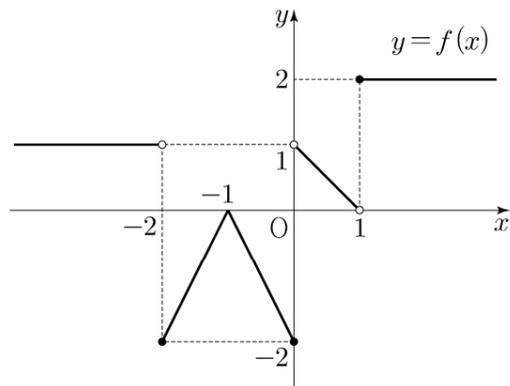
2. 함수 $f(x) = 2x^2 - x$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 1}{x - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos \theta = \frac{\sqrt{6}}{3}$ 일 때, $\tan \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\sqrt{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\sqrt{2}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{a_3 a_8}{a_6} = 12, \quad a_5 + a_7 = 36$$

일 때, a_{11} 의 값은? [3점]

- ① 72 ② 78 ③ 84 ④ 90 ⑤ 96

6. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ 은 $x = -1$ 에서 극대이고,
 $x = 3$ 에서 극소이다. 함수 $f(x)$ 의 극댓값은? (단, a, b 는
상수이다.) [3점]

- ① 0 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

7. 두 실수 a, b 가

$$3a + 2b = \log_3 32, \quad ab = \log_9 2$$

를 만족시킬 때, $\frac{1}{3a} + \frac{1}{2b}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{25}{12}$

8. 다항함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = 6x^2 - 2f(1)x, \quad f(0) = 4$$

를 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

10. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여

곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-2, f(-2))$ 에서의 접선과

곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2, 3)$ 에서의 접선이

점 $(1, 3)$ 에서 만날 때, $f(0)$ 의 값은? [4점]

- ① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

9. $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 부등식

$$\cos x \leq \sin \frac{\pi}{7}$$

를 만족시키는 모든 x 의 값의 범위는 $\alpha \leq x \leq \beta$ 이다.

$\beta - \alpha$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{8}{7}\pi$ ② $\frac{17}{14}\pi$ ③ $\frac{9}{7}\pi$ ④ $\frac{19}{14}\pi$ ⑤ $\frac{10}{7}\pi$

11. 두 점 P와 Q는 시각 $t=0$ 일 때 각각 점 A(1)과 점 B(8)에서 출발하여 수직선 위를 움직인다. 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도는 각각

$$v_1(t) = 3t^2 + 4t - 7, \quad v_2(t) = 2t + 4$$

이다. 출발한 시각부터 두 점 P, Q 사이의 거리가 처음으로 4가 될 때까지 점 P가 움직인 거리는? [4점]

- ① 10 ② 14 ③ 19 ④ 25 ⑤ 32

12. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_2 + a_4 = 40$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

- ① 172 ② 175 ③ 178 ④ 181 ⑤ 184

13. 두 실수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{3}x^3 - ax^2 - bx & (x < 0) \\ \frac{1}{3}x^3 + ax^2 - bx & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 구간 $(-\infty, -1]$ 에서 감소하고 구간 $[-1, \infty)$ 에서 증가할 때, $a+b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M-m$ 의 값은?
[4점]

- ① $\frac{3}{2} + 3\sqrt{2}$ ② $3 + 3\sqrt{2}$ ③ $\frac{9}{2} + 3\sqrt{2}$
 ④ $6 + 3\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{15}{2} + 3\sqrt{2}$

14. 두 자연수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+a} + b & (x \leq -8) \\ -3^{x-3} + 8 & (x > -8) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

집합 $\{f(x) \mid x \leq k\}$ 의 원소 중 정수인 것의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k 의 값의 범위는 $3 \leq k < 4$ 이다.

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여
함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x+3)\{f(x)+1\}}{f(x)} & (f(x) \neq 0) \\ 3 & (f(x) = 0) \end{cases}$$

이라 하자. $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = g(3) - 1$ 일 때, $g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

단답형

16. 방정식 $\log_2(x-1) = \log_4(13+2x)$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (2a_k - b_k) = 34, \quad \sum_{k=1}^{10} a_k = 10$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} (a_k - b_k)$ 의 값을 구하시오. [3점]

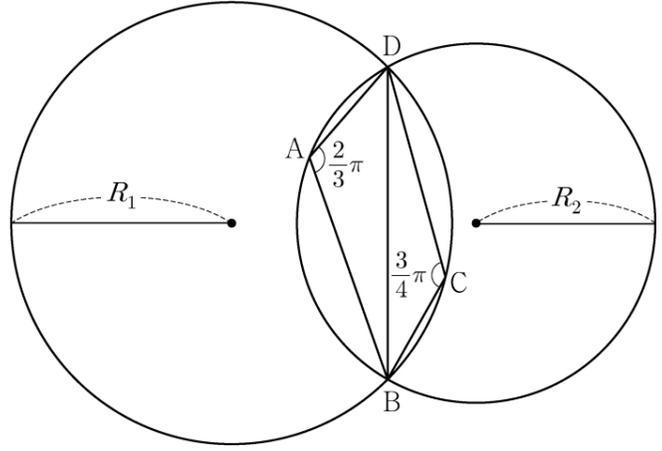
18. 함수 $f(x) = (x^2 + 1)(x^2 + ax + 3)$ 에 대하여 $f'(1) = 32$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

19. 두 곡선 $y = 3x^3 - 7x^2$ 과 $y = -x^2$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [3점]

20. 그림과 같이

$$\overline{AB} = 2, \overline{AD} = 1, \angle DAB = \frac{2}{3}\pi, \angle BCD = \frac{3}{4}\pi$$

인 사각형 ABCD가 있다. 삼각형 BCD의 외접원의 반지름의 길이를 R_1 , 삼각형 ABD의 외접원의 반지름의 길이를 R_2 라 하자.



다음은 $R_1 \times R_2$ 의 값을 구하는 과정이다.

삼각형 BCD에서 사인법칙에 의하여

$$R_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \overline{BD}$$

이고, 삼각형 ABD에서 사인법칙에 의하여

$$R_2 = \boxed{\text{(가)}} \times \overline{BD}$$

이다. 삼각형 ABD에서 코사인법칙에 의하여

$$\overline{BD}^2 = 2^2 + 1^2 - \boxed{\text{(나)}}$$

이므로

$$R_1 \times R_2 = \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 이라 할 때, $9 \times (p \times q \times r)^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. a_7 이 13의 배수이고

$\sum_{k=1}^7 S_k = 644$ 일 때, a_2 의 값을 구하시오. [4점]

22. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하고 $g(x)$ 의 한 부정적분을 $G(x)$ 라 할 때, 이 함수들은 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \int_1^x f(t)dt = xf(x) - 2x^2 - 1$$

$$(나) f(x)G(x) + F(x)g(x) = 8x^3 + 3x^2 + 1$$

$\int_1^3 g(x)dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - 1}{e^{2x} - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

24. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = t + \cos 2t, \quad y = \sin^2 t$$

에서 $t = \frac{\pi}{4}$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

2

수학 영역(미적분)

25. 함수 $f(x) = x + \ln x$ 에 대하여 $\int_1^e \left(1 + \frac{1}{x}\right) f(x) dx$ 의 값은?
[3점]

- ① $\frac{e^2}{2} + \frac{e}{2}$ ② $\frac{e^2}{2} + e$ ③ $\frac{e^2}{2} + 2e$
④ $e^2 + e$ ⑤ $e^2 + 2e$

26. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 등비수열 $\{b_n\}$ 에 대하여 $a_1 = b_1 = 1, a_2 b_2 = 1$ 이고

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{a_n a_{n+1}} + b_n \right) = 2$$

일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

27. $x = -\ln 4$ 에서 $x = 1$ 까지의 곡선 $y = \frac{1}{2}(|e^x - 1| - e^{|x|} + 1)$ 의 길이는? [3점]

- ① $\frac{23}{8}$ ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{29}{8}$ ④ 4 ⑤ $\frac{35}{8}$

28. 실수 $a (0 < a < 2)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} 2|\sin 4x| & (x < 0) \\ -\sin ax & (x \geq 0) \end{cases}$$

이라 하자. 함수

$$g(x) = \left| \int_{-a\pi}^x f(t) dt \right|$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, a 의 최솟값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

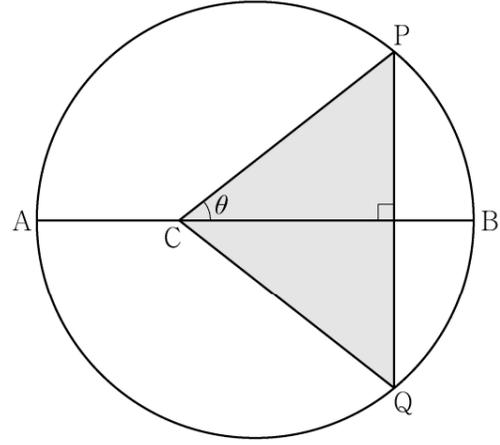
단답형

29. 두 실수 $a, b (a > 1, b > 1)$ 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + a^{n+1}}{3^{n+1} + a^n} = a, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n + b^{n+1}}{a^{n+1} + b^n} = \frac{9}{a}$$

를 만족시킬 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 길이가 10인 선분 AB를 지름으로 하는 원과 선분 AB 위에 $\overline{AC} = 4$ 인 점 C가 있다. 이 원 위의 점 P를 $\angle PCB = \theta$ 가 되도록 잡고, 점 P를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 이 원과 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자. 삼각형 PCQ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $-7 \times S'(\frac{\pi}{4})$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역

출수형

5지선다형

1. $\sqrt[3]{24} \times 3^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

2. 함수 $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin(-\theta) = \frac{1}{3}$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{4}$

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3x - a & (x < 2) \\ x^2 + a & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 다항함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = 3x(x-2), \quad f(1) = 6$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 12x + 4$ 가 $x = \alpha$ 에서 극대이고

$x = \beta$ 에서 극소일 때, $\beta - \alpha$ 의 값은? (단, α 와 β 는 상수이다.)

[3점]

- ① -4 ② -1 ③ 2 ④ 5 ⑤ 8

6. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$S_4 - S_2 = 3a_4, \quad a_5 = \frac{3}{4}$$

일 때, $a_1 + a_2$ 의 값은? [3점]

- ① 27 ② 24 ③ 21 ④ 18 ⑤ 15

8. 삼차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$xf(x) - f(x) = 3x^4 - 3x$$

를 만족시킬 때, $\int_{-2}^2 f(x)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

9. 수직선 위의 두 점 $P(\log_5 3)$, $Q(\log_5 12)$ 에 대하여

선분 PQ를 $m:(1-m)$ 으로 내분하는 점의 좌표가 1일 때, 4^m 의 값은? (단, m 은 $0 < m < 1$ 인 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

10. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = t^2 - 6t + 5, \quad v_2(t) = 2t - 7$$

이다. 시각 t 에서의 두 점 P, Q 사이의 거리를 $f(t)$ 라 할 때, 함수 $f(t)$ 는 구간 $[0, a]$ 에서 증가하고, 구간 $[a, b]$ 에서 감소하고, 구간 $[b, \infty)$ 에서 증가한다. 시각 $t=a$ 에서 $t=b$ 까지 점 Q가 움직인 거리는? (단, $0 < a < b$) [4점]

- ① $\frac{15}{2}$ ② $\frac{17}{2}$ ③ $\frac{19}{2}$ ④ $\frac{21}{2}$ ⑤ $\frac{23}{2}$

11. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$|a_6| = a_8, \quad \sum_{k=1}^5 \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \frac{5}{96}$$

일 때, $\sum_{k=1}^{15} a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 60 ② 65 ③ 70 ④ 75 ⑤ 80

12. 함수 $f(x) = \frac{1}{9}x(x-6)(x-9)$ 와 실수 $t(0 < t < 6)$ 에 대하여

함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < t) \\ -(x-t) + f(t) & (x \geq t) \end{cases}$$

이다. 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 영역의 넓이의 최댓값은? [4점]

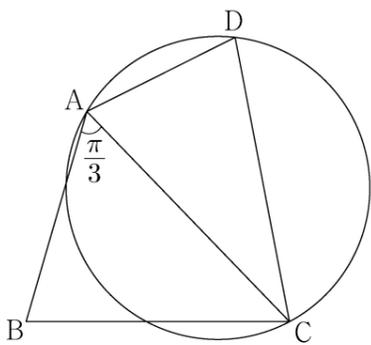
- ① $\frac{125}{4}$ ② $\frac{127}{4}$ ③ $\frac{129}{4}$ ④ $\frac{131}{4}$ ⑤ $\frac{133}{4}$

13. 그림과 같이

$$\overline{AB} = 3, \overline{BC} = \sqrt{13}, \overline{AD} \times \overline{CD} = 9, \angle BAC = \frac{\pi}{3}$$

인 사각형 ABCD가 있다. 삼각형 ABC의 넓이를 S_1 , 삼각형 ACD의 넓이를 S_2 라 하고, 삼각형 ACD의 외접원의 반지름의 길이를 R 이라 하자.

$S_2 = \frac{5}{6}S_1$ 일 때, $\frac{R}{\sin(\angle ADC)}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{54}{25}$ ② $\frac{117}{50}$ ③ $\frac{63}{25}$ ④ $\frac{27}{10}$ ⑤ $\frac{72}{25}$

14. 두 자연수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} 2x^3 - 6x + 1 & (x \leq 2) \\ a(x-2)(x-b) + 9 & (x > 2) \end{cases}$$

이다. 실수 t 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=t$ 가 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자.

$$g(k) + \lim_{t \rightarrow k^-} g(t) + \lim_{t \rightarrow k^+} g(t) = 9$$

를 만족시키는 실수 k 의 개수가 1이 되도록 하는 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a+b$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 51 ② 52 ③ 53 ④ 54 ⑤ 55

15. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2^{a_n} & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_6 + a_7 = 3$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

- ① 139 ② 146 ③ 153 ④ 160 ⑤ 167

단답형

16. 방정식 $3^{x-8} = \left(\frac{1}{27}\right)^x$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = (x+1)(x^2+3)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{k=1}^{10} (2b_k - 1), \quad \sum_{k=1}^{10} (3a_k + b_k) = 33$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} b_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수 $f(x) = \sin \frac{\pi}{4}x$ 라 할 때, $0 < x < 16$ 에서 부등식

$$f(2+x)f(2-x) < \frac{1}{4}$$

을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

20. $a > \sqrt{2}$ 인 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = -x^3 + ax^2 + 2x$$

라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $O(0, 0)$ 에서의 접선이 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점 중 O 가 아닌 점을 A 라 하고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 B 라 하자. 점 A 가 선분 OB 를 지름으로 하는 원 위의 점일 때, $\overline{OA} \times \overline{AB}$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 양수 a 에 대하여 $x \geq -1$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x & (-1 \leq x < 6) \\ a \log_4(x-5) & (x \geq 6) \end{cases}$$

이다. $t \geq 0$ 인 실수 t 에 대하여 닫힌구간 $[t-1, t+1]$ 에서의 $f(x)$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라 하자. 구간 $[0, \infty)$ 에서 함수 $g(t)$ 의 최솟값이 5가 되도록 하는 양수 a 의 최솟값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $f(x)$ 에 대하여

$$f(k-1)f(k+1) < 0$$

을 만족시키는 정수 k 는 존재하지 않는다.

$f'(-\frac{1}{4}) = -\frac{1}{4}$, $f'(\frac{1}{4}) < 0$ 일 때, $f(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{\ln(1+5x)}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{5}$
- ② $\frac{2}{5}$
- ③ $\frac{3}{5}$
- ④ $\frac{4}{5}$
- ⑤ 1

24. 매개변수 $t(t > 0)$ 으로 나타내어진 곡선

$$x = \ln(t^3 + 1), \quad y = \sin \pi t$$

에서 $t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{3}\pi$
- ② $-\frac{2}{3}\pi$
- ③ $-\pi$
- ④ $-\frac{4}{3}\pi$
- ⑤ $-\frac{5}{3}\pi$

25. 양의 실수 전체의 집합에서 정의되고 미분가능한
두 함수 $f(x), g(x)$ 가 있다. $g(x)$ 는 $f(x)$ 의 역함수이고,
 $g'(x)$ 는 양의 실수 전체의 집합에서 연속이다.
모든 양수 a 에 대하여

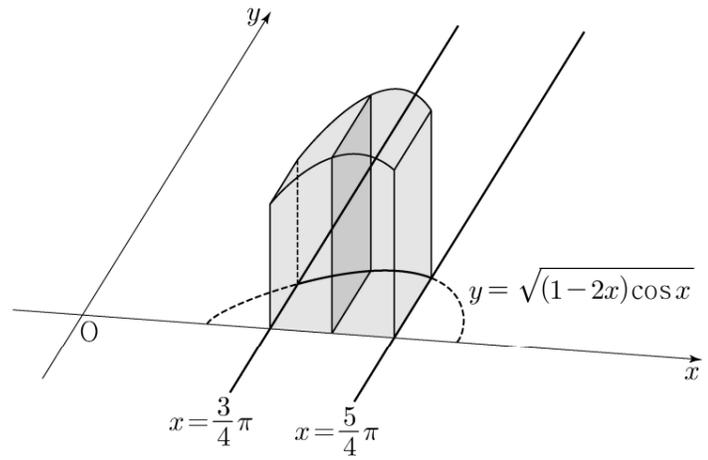
$$\int_1^a \frac{1}{g'(f(x))f(x)} dx = 2\ln a + \ln(a+1) - \ln 2$$

이고 $f(1)=8$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

26. 그림과 같이 곡선 $y = \sqrt{(1-2x)\cos x}$ ($\frac{3}{4}\pi \leq x \leq \frac{5}{4}\pi$)와

x 축 및 두 직선 $x = \frac{3}{4}\pi, x = \frac{5}{4}\pi$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로
하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로
자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



- ① $\sqrt{2}\pi - \sqrt{2}$ ② $\sqrt{2}\pi - 1$ ③ $2\sqrt{2}\pi - \sqrt{2}$
④ $2\sqrt{2}\pi - 1$ ⑤ $2\sqrt{2}\pi$

27. 실수 t 에 대하여 원점을 지나고 곡선 $y = \frac{1}{e^x} + e^t$ 에 접하는

직선의 기울기를 $f(t)$ 라 하자. $f(a) = -e\sqrt{e}$ 를 만족시키는 상수 a 에 대하여 $f'(a)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{3}e\sqrt{e}$ ② $-\frac{1}{2}e\sqrt{e}$ ③ $-\frac{2}{3}e\sqrt{e}$
 ④ $-\frac{5}{6}e\sqrt{e}$ ⑤ $-e\sqrt{e}$

28. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq 0$ 이고, $x < 0$ 일 때 $f(x) = -4xe^{4x^2}$ 이다.

모든 양수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이고, 이 방정식의 두 실근 중 작은 값을 $g(t)$, 큰 값을 $h(t)$ 라 하자.

두 함수 $g(t), h(t)$ 는 모든 양수 t 에 대하여

$$2g(t) + h(t) = k \quad (k \text{는 상수})$$

를 만족시킨다. $\int_0^7 f(x) dx = e^4 - 1$ 일 때, $\frac{f(9)}{f(8)}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{2}e^5$ ② $\frac{4}{3}e^7$ ③ $\frac{5}{4}e^9$ ④ $\frac{6}{5}e^{11}$ ⑤ $\frac{7}{6}e^{13}$

단답형

29. 첫째항과 공비가 각각 0이 아닌 두 등비수열

$\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이 각각 수렴하고

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n = \left(\sum_{n=1}^{\infty} a_n \right) \times \left(\sum_{n=1}^{\infty} b_n \right),$$

$$3 \times \sum_{n=1}^{\infty} |a_{2n}| = 7 \times \sum_{n=1}^{\infty} |a_{3n}|$$

이 성립한다. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_{2n-1} + b_{3n+1}}{b_n} = S$ 일 때, $120S$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = |\sin x| \cos x$$

이다. 양수 a 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$ 라 하자. 함수

$$h(x) = \int_0^x \{f(t) - g(t)\} dt$$

가 $x=a$ 에서 극대 또는 극소가 되도록 하는 모든 양수 a 를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자.

$\frac{100}{\pi} \times (a_6 - a_2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.